J. I. FRENKEL

PRINZIPIEN DER THEORIE DER ATOMKERNE



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

J. I. FRENKEL

PRINZIPIEN DER THEORIE DER ATOMKERNE



J. I. FRENKEL

J. I. FRENKEL

PRINZIPIEN DER THEORIE DER ATOMKERNE

IN DEUTSCHER SPRACHE
HERAUSGEGEBEN VON
PROF. DR. PHIL. J. SCHINTLMEISTER

1957

AKADEMIE-VERLAG · BERLIN

Я. И. Френкель

Принципы теории атомных ядер

Erschienen im Verlag der Akademie der Wissenschaften der UdSSR
Moskau-Leningrad 1955 (2. Auflage)

ÜBERSETZUNG AUS DEM RUSSISCHEN:
F. BARTELS

Herausgegeben mit Unterstützung des Kulturfonds der DDR

Erschienen im Akademie-Verlag, Berlin W 8, Mohrenstr. 39
Lizenz-Nr. 202 · 100/306/57

Satz und Druck: Druckhaus „Maxim Gorki", Altenburg
Bestell- und Verlagsnummer: 5237
Printed in Germany

Vorwort des Verfassers

Dieses Buch ist die zweite, bedeutend erweiterte und ergänzte Auflage des Buches „Über das Freiwerden von inneratomarer Energie", das 1945 geschrieben wurde, und gibt mehr oder weniger genau die Vorlesungen wieder, die der Verfasser im Frühjahr 1947 am Leningrader Polytechnischen Institut gehalten hat. Es ist für den vorgebildeten Leser bestimmt — für den Physiker oder Ingenieur. Der Verfasser betrachtet es nicht als seine Aufgabe, die abstrakten Fragen der allgemeinen Theorie der Elementarteilchen streng mathematisch zu behandeln (für eine solche Theorie bestehen zur Zeit noch keine ausreichenden physikalischen Voraussetzungen); er ist bemüht, von den Teilchen, die im Haushalt der Atomkerne eine wesentliche Rolle spielen, von den Eigenschaften dieser Teilchen und von den einfachsten Prozessen, an denen sie beteiligt sind, eine möglichst einfache und anschauliche Vorstellung zu vermitteln. Den Fragen der Kerntechnik ist nur wenig Platz eingeräumt, und wir betrachten es als unsere Hauptaufgabe, einen Schlüssel zum Verständnis der wichtigsten Kernvorgänge zu liefern und nicht etwa ein praktisches Handbuch zur Durchführung und Verwendung dieser Vorgänge.

Das vorliegende Buch ist weitgehend ein Originalwerk. Zum Beispiel stammen die Abschnitte über das Verhältnis zwischen der Zahl der Protonen und der Neutronen im Kern, über die Temperatur eines angeregten Kerns, über die elektrokapillare Spaltung schwerer Kerne und über die Asymmetrie dieser Spaltung vom Verfasser. Aber es werden auch die wichtigsten Beiträge anderer sowjetischer Physiker (L. D. LANDAU u. a.) behandelt.

Bei der Beschreibung der Struktur und der Eigenschaften schwerer Kerne wurde hauptsächlich die statistische Methode verwendet. Der einzige Kern, der nach der analytischen Methode behandelt werden kann — das Deuteron — wurde in einem „Anhang" ziemlich eingehend untersucht.

Die Behandlung verschiedener Fragen aus der Physik der Atomkerne ist in einigen Fällen weniger ausführlich als z. B. in dem bekannten Buch von BETHE und BACHER; aber der Verfasser behandelt Fragen, die die amerikanischen Verfasser überhaupt nicht berührt haben.

Zum Schluß ist es mir eine angenehme Pflicht, E. M. FRADKINA meinen Dank auszusprechen, die den Text, die Zahlen und Formeln sorgfältig nachgeprüft und an vielen Stellen berichtigt hat.

Dezember 1949

J. FRENKEL

Vorwort des Redakteurs der russischen Ausgabe

Wenn wir jetzt die zweite Auflage des Buches „Prinzipien der Theorie der Atomkerne“ von JAKOB ILJITSCH FRENKEL erscheinen lassen, erfüllen wir eine Ehrenpflicht gegenüber dem von uns gegangenen sowjetischen theoretischen Physiker, der sehr viel zur Entwicklung der theoretischen Physik ganz allgemein und in der Sowjetunion im besonderen beigetragen hat.

Der Verfasser schrieb sein Buch — entsprechend dem schnell wachsenden Interesse an der Physik, und besonders an der Kernphysik — für einen großen Kreis von Physikern und Ingenieuren.

Es scheint uns daher ganz selbstverständlich, daß wir diesem Buch eine kurze Charakteristik derjenigen neuen Ideen voranschicken, die von J. I. FRENKEL in die heutige Kernphysik eingeführt wurden.

Die theoretische Erforschung des Kerns kann man etwa in zwei Richtungen einteilen. Die erste untersucht die Bewegung der einzelnen Nukleonen im Kern.

Auf diesem Wege gehen die verschiedenen Theorien der Kernkräfte vor; so wurde die Theorie des Deuterons aufgestellt. Hierher kann man zum Teil auch die Theorie der Schalenstruktur der Atomkerne rechnen, durch die sehr viele Kerneigenschaften eine Erklärung fanden. Die Theorie der Schalen geht von der Vorstellung aus, daß sich die einzelnen Nukleonen in einem gemittelten, sphärisch symmetrischen Felde bewegen (wie im Atom!), das durch alle anderen Nukleonen erzeugt wird. Bis jetzt ist aber noch nicht ganz klar, in welcher Weise dieses Kernmodell mit der Vorstellung stark wechselseitig aufeinander einwirkender, eng zusammenliegender Nukleonen vereinbar ist. Aus dieser Vorstellung ergibt sich das Auftreten von sehr verwickelten und ungewöhnlichen Eigenschaften bei Quantensystemen, die aus vielen Teilchen bestehen.

Wie groß aber auch die Erfolge derartiger Theorien sein mögen, so ist doch klar, daß man bei weitem nicht alle Erscheinungen dadurch erklären kann, daß man das Verhalten der einzelnen Teilchen in allen Einzelheiten verfolgt. Ähnlich, wie man mit den Methoden der klassischen Mechanik nur verhältnismäßig einfache Vorgänge behandeln kann, können die gewöhnlichen Methoden der Quantenmechanik auch nur zur Untersuchung von verhältnismäßig einfachen Vorgängen verwendet werden, die durch das Verhalten einer geringen Zahl von Teilchen bestimmt sind.

Es zeigt sich, daß ein riesiges Gebiet der Kernphysik hierbei der Theorie nicht zugänglich ist: das Gebiet der Wechselwirkung von Neutronen und Protonen mit Kernen — die Theorie der Kernreaktionen. Durch die starke Wechselwirkung und die geringen Entfernungen zwischen den Teilchen im Kern unterscheidet sich der Zusammenstoß eines Nukleons mit einem Kern wesentlich von den Zusammenstößen zweier freier Teilchen.

Diese Vorgänge erforderten zu ihrer theoretischen Behandlung offensichtlich neue Methoden, also eine neue Richtung der Kernphysik.

Der erste Theoretiker, der solche neuen Ideen aussprach, war J. I. FRENKEL.

J. I. FRENKEL ging von den besonderen Eigenschaften eines Systems aus, das aus einer großen Zahl von Teilchen besteht — und machte darauf aufmerksam, daß solche Systeme vom Standpunkt der Statistik aus betrachtet werden müssen; die Statistik behandelt das Verhalten der Systeme in der Weise, daß sie von einer detaillierten Beschreibung der einzelnen Teilchen vollständig absieht und nur mittlere Charakteristika des Systems betrachtet.

Zur Entwicklung solcher Vorstellungen wurde eine Analogie verwendet, die in der Kernphysik eine sehr wichtige Rolle gespielt hat und die 1936 von J. I. FRENKEL eingeführt wurde. Es ist die Analogie zwischen der Aussendung eines Neutrons durch einen angeregten Kern und der Verdampfung von Molekülen aus einem erwärmten Tropfen; dabei wurde der Begriff der Temperatur als thermodynamisches Charakteristikum für den angeregten Zustand eines Kerns eingeführt.

Im vorliegenden Buch (Kapitel VI) legt der Verfasser seine Ansichten und Ideen, die mit einem solchen Modell zusammenhängen, ausführlich dar; es ist daher nicht nötig, sie hier zu wiederholen. Wir wollen nur hervorheben, daß dies ein glänzendes Beispiel dafür war, wie ein richtig erkannter wesentlicher Zug einer Erscheinung erlaubte, im Arsenal der alten, gewohnten Physik ein passendes einfaches Modell zu finden und mit den altgewohnten Hilfsmitteln die gefundene Charakteristik zu vertiefen und zu erweitern, indem man verschiedene Erscheinungen durch eine gemeinsame Methode vereinigte. So entstanden die Begriffe „Kernverdampfung" und „Kerntemperatur", die der Kernphysik jetzt zugrunde liegen.

Die Anwendung dieser Begriffe, die für Systeme, mit denen es die kinetische Theorie zu tun hat, längst gebräuchlich und ganz natürlich waren, auf den Kern erforderte viel wissenschaftlichen Mut, und nur die Erfahrung konnte zeigen (und das geschah dann in der Tat), ob diese Ideen berechtigt und fruchtbringend waren. Der Gedanke, die im Atomkern stattfindenden Vorgänge statistisch zu behandeln, den J. I. FRENKEL als erster auf den Kern anwandte, wurde später umfassend weiterentwickelt. Die von N. BOHR aufgestellte Theorie der Kernreaktionen, die mit der Hypothese des Zwischenkerns zusammenhängt[1]), die statistische Theorie von L. D. LANDAU und viele andere Arbeiten sind jetzt zum sicheren Besitz der Wissenschaft geworden.

Die Vorstellung von Teilchen, die aus dem Kern „verdampfen", wurde zu einer der Grundvorstellungen, die man jetzt bei der Analyse einer großen Zahl von Kernprozessen verwendet. Besonders anschaulich sind die „verdampfenden" Teilchen in Aufnahmen von solchen Kernreaktionen zu erkennen, bei denen eine

---

[1]) NIELS BOHR hebt in seiner grundlegenden Arbeit zur Theorie der Kernreaktionen die Priorität J. I. FRENKELS hinsichtlich der Theorie der Verdampfung von Neutronen hervor.

große Energie frei wird, wie sie z. B. durch die schnellen Teilchen der kosmischen Strahlung oder durch die in den Beschleunigungsanlagen gewonnenen Teilchen hervorgerufen werden.

Bei diesen Prozessen beobachten wir, wie ein beträchtlicher Teil der Energie des auftreffenden Teilchens (und häufig auch seine ganze Energie) nicht zur Bildung von ein oder zwei aus dem Kern herausgeschlagenen Teilchen verbraucht wird, sondern zur „Verdampfung“ einer großen Zahl von verhältnismäßig langsamen Teilchen verausgabt wird. Die Energie jedes von diesen hängt nur wenig von der insgesamt freiwerdenden Energie ab.

Die Messung der Energie dieser davonfliegenden Teilchen ergibt ziemlich genau das bekannte MAXWELL-Spektrum der Geschwindigkeitsverteilung.

So führte die aufgefundene treffende Analogie zu einer großen Entdeckung.

Mit dieser klassischen Analogie erzielte J. I. FRENKEL noch ein zweites Mal einen bedeutenden Erfolg in der Kernphysik — und zwar nach Entdeckung der Spaltung des Urans am Ende des Jahres 1938. Bei der Interpretation der Spaltung (1939) ging er von der ganz einfachen Analogie mit den Schwingungen eines geladenen elektrischen Tropfens aus. Dieses Modell gab, wie sich herausstellte, die Grundzüge des Spaltungsvorgangs sehr genau wieder und gestattete, seine Besonderheiten zu verstehen. Auf demselben Wege wurde die Theorie der Spaltung gleichzeitig in einer Arbeit von N. BOHR und J. WHEELER entwickelt.

Die Arbeiten von J. I. FRENKEL sowie N. BOHR und J. WHEELER umfassen im wesentlichen alles, was in der Theorie der Kernspaltung bisher geleistet worden ist. Dieser Theorie ist das Kapitel IV des Buches von J. I. FRENKEL gewidmet. Ein weiteres Vorwärtskommen erwies sich hier schon als so schwierig, daß sogar jetzt — 17 Jahre nach der Entdeckung der Spaltung — trotz des riesigen Interesses, das die Kernspaltung erregte, in der Theorie nichts Wesentliches geschaffen wurde.

Die von J. I. FRENKEL veröffentlichten Arbeiten zur Kerntheorie sind sehr charakteristisch für das Schaffen des Verfassers. In ihnen kommt klar zum Ausdruck, wie er bestrebt ist, einen Zusammenhang zwischen Erscheinungen zu finden, die auf den ersten Blick wenig miteinander zu tun haben, und mit manchmal sehr einfachen Hilfsmitteln ein richtiges physikalisches Bild zu entwerfen.

Als wir das Buch zum Druck vorbereiteten, hielten wir uns nicht für berechtigt, irgendwelche erhebliche Änderungen daran vorzunehmen. Wir berichtigten nur einige Ungenauigkeiten; in einigen Anmerkungen fügten wir auch Angaben über fundamentale Ergebnisse der Kernphysik hinzu, die in den vier Jahren seit dem Erscheinen der ersten Auflage erzielt worden sind.

Dezember 1953

J. SMORODINSKI

Vorwort zur deutschen Ausgabe

Das Buch von J. I. FRENKEL ist von bleibendem Wert. Didaktisch geschickt aufgebaut, gibt es unter Verzicht auf Nebensächlichkeiten ein erstaunlich einprägsames Bild vom Bau und Verhalten der Atomkerne. Es wendet sich nicht nur an Studenten, sondern ist für einen weiten Kreis naturwissenschaftlich vorgebildeter Leser bestimmt.

FRENKEL schreibt seinen eigenen Stil; Übersetzer und Herausgeber waren bemüht, die stilistischen Eigenheiten in der deutschen Ausgabe nicht wegzuschleifen, sondern zu erhalten.

Der Übersetzung wurde die von SMORODINSKI besorgte neue russische Ausgabe zugrunde gelegt. Fußnoten ohne Anmerkung stammen von FRENKEL und solche mit (*Anm. d. Red.*) wurden vom Redakteur der zweiten russischen Ausgabe J. A. SMORODINSKI hinzugefügt. Für die Fußnoten mit dem Zusatz (*Anm. d. Übers.*), welche meist den historischen Sachverhalt mit Rücksicht auf die deutschen Leser präzisieren, trägt der Unterzeichnete die Verantwortung.

Dresden, April 1957 J. SCHINTLMEISTER

Inhaltsverzeichnis

Kapitel VII

Kernreaktionen in Sternen

Anhang

Das Deuteron

KAPITEL I

Die elektrischen Eigenschaften der Atome

1. Die Masse und Größe der Atome

Die unendliche Mannigfaltigkeit der verschiedenen in der Natur vorkommenden Stoffe kann auf eine verhältnismäßig kleine Zahl von Elementarsubstanzen oder Elementen zurückgeführt werden. Jede Elementarsubstanz besteht aus lauter gleichen Teilchen, die als Atome bezeichnet werden. Die Atome sind außerordentlich klein. Zum Beispiel ist die Masse eines Wasserstoffatoms gleich $1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g; folglich besteht 1 g Wasserstoff aus $6{,}02 \cdot 10^{23}$ Atomen (diese Zahl wird als AVOGADROsche Zahl[1]) bezeichnet). Die Atome der anderen Elemente übertreffen die Wasserstoffatome um ein Vielfaches, Zehnfaches, ja sogar mehr als Hundertfaches an Gewicht. Nehmen wir die Masse (oder das Gewicht) des Wasserstoffatoms als Einheit, so erhalten wir für die Atomgewichte anderer, schwererer Elemente folgende Näherungswerte: Helium 4, Lithium 7, Beryllium 9, Bor 11, Kohlenstoff 12, Stickstoff 14, Sauerstoff 16 usw.

Die Gesamtzahl der chemisch verschiedenen Elemente ist gleich 97[2]). Das schwerste der langlebigen in der Natur vorkommenden radioaktiven Elemente ist das Uran. Das Atomgewicht des am weitesten verbreiteten Uran-Isotops ist ungefähr gleich 238. Also ist seine Masse ungefähr gleich $1{,}67 \cdot 10^{-24} \cdot 238$, d. h. etwa $4 \cdot 10^{-22}$ g.

Den kleinen Massen der einzelnen Atome entsprechen ihre außerordentlich geringen geometrischen Abmessungen. Diese Abmessungen kann man beurteilen auf Grund des Abstandes zwischen den nächstgelegenen Atomen in den festen Körpern, die sie bilden, wenn man hierbei die Atome dieser Körper als sich berührende Kügelchen betrachtet. Multiplizieren wir das Volumen, das 1 g irgendeiner (Elementar-) Substanz im festen Zustand einnimmt, mit seinem Atomgewicht, bezogen auf Wasserstoff, so erhalten wir das Volumen, das von der Zahl der Atome des betreffenden Elements eingenommen wird, die gleich der Zahl der Atome in 1 g Wasserstoff ist, also von $6 \cdot 10^{23}$ Atomen. Dividieren wir

---

[1]) Meist wird sie LOSCHMIDTsche Zahl genannt, da J. LOSCHMIDT (Wien) 1865 sie erstmals berechnete. AVOGADRO stellte 1811 die nach ihm benannte Regel auf, welche lautet: „Verschiedene Gase enthalten bei gleichen Temperaturen, Drucken und Volumina dieselbe Zahl von Molekeln.“ (*Anm. d. Übers.*)

[2]) In den lezten Jahren wurden sechs Transurane künstlich hergestellt: Neptunium ($_{93}$Np). Plutonium ($_{94}$Pu), Americium ($_{95}$Am), Curium ($_{96}$Cm), Berkelium ($_{97}$Bk) und Californium ($_{98}$Cf), ferner die Elemente: Technetium ($_{43}$Tc), , Promethium ($_{61}$Pm), Astatin ($_{85}$At) und Francium ($_{87}$Fr); das Symbol bezeichnet das Element und die unten links davorstehende Zahl (zum Beispiel die 93 bei $_{93}$Np) gibt die Ordnungszahl (die Kernladung) des Atoms an.

das erhaltene Molvolumen durch $6 \cdot 10^{23}$, so finden wir das Volumen, das ein Atom dieses Elements im festen Zustand einnimmt. Die Kubikwurzel aus diesem Volumen, die gleich der Entfernung zwischen den Mitten benachbarter Atome ist, kann als Maß für ihre linearen Abmessungen oder für ihren Durchmesser dienen, wenn wir die Atome als winzige feste Kugeln betrachten. Auf diese Weise ergeben sich für die Abmessungen der Atome Werte von einigen hundertmillionstel Zentimetern (von 10^{-8} bis $3 \cdot 10^{-8}$ cm). Zu analogen Ergebnissen führen Berechnungen auf Grund einer großen Zahl von anderen Methoden.

Es ist hervorzuheben, daß die Abmessungen der Atome nicht die Tendenz aufweisen, mit zunehmendem Atomgewicht monoton zu wachsen oder genauer gesagt: sie zeigen diese Tendenz nur in geringem Grade. Wie schon MENDELEJEW nachgewiesen hat, ändern sich die Atomvolumina der verschiedenen Elemente ebenso wie die meisten anderen ihrer Eigenschaften mit zunehmendem Atomgewicht mehr oder weniger periodisch. Die Erklärung für diese Tatsache ist offensichtlich in irgendwelchen Eigenschaften der Atome zu suchen, die mit ihrer inneren Struktur zusammenhängen.

2. Die Teilbarkeit der Atome und die Elektronen

Das Wort „Atom" bedeutet auf griechisch „unteilbar". Die Entwicklung der Physik in den letzten wenigen Jahrzehnten hat gezeigt, daß die „Unteilbarkeit" der Atome einen ebenso relativen Sinn hat wie die Unteilbarkeit der Moleküle. Es stellte sich heraus, daß die Atome der verschiedenen Elemente mehr oder weniger komplizierte Systeme sind, denen Teilchen angehören, die bedeutend leichter sind als die Atome selbst und die eine unveränderliche elektrische Ladung besitzen. Diese subatomaren Teilchen erhielten den Namen Elektronen. Die Elektronen sind untereinander völlig identisch, so daß den verschiedenartigen Atomen die gleichen Elektronen angehören. Die Eigenschaften der Elektronen sind durch das Vorzeichen und die Größe ihrer elektrischen Ladung e sowie ihre Masse m gekennzeichnet. Was die Masse angeht, so beträgt diese ungefähr den 2000. Teil der Masse des Wasserstoffatoms (des leichtesten von allen Atomen), d. h. etwa 10^{-27} g. Die Ladung der Elektronen hat negatives Vorzeichen und ist zahlenmäßig gleich $5 \cdot 10^{-10}$ absoluten elektrostatischen Einheiten. Unter einer Einheit der elektrischen Ladung versteht man hierbei die Ladung, die auf eine gleich große, im leeren Raum 1 cm von ihr entfernte Ladung eine Kraft von 1 dyn ausübt (ungefähr gleich dem Gewicht von 1 mg).

Um uns eine Vorstellung von der Größe der elektrischen Ladungen machen zu können, die im Innern der Stoffe verborgen sind, bemerken wir: Wenn es uns gelänge, aus jedem Wasserstoffatom je ein Elektron herauszuziehen, so würden wir aus 1 g Wasserstoff eine negative Ladung erhalten, die (in absoluten elektrostatischen Einheiten) gleich dem Produkt von $5 \cdot 10^{-10}$ mit $6 \cdot 10^{23}$, d. h. gleich $3 \cdot 10^{14}$ ist. Die Anziehungskraft zwischen dieser Ladung und der positiven Gesamtladung aller Atome von 1 g Wasserstoff, denen wir je ein Elektron ent-

zogen haben, würde in 1 cm Abstand ungefähr 10^{29} dyn oder 10^{20} Tonnen betragen. Wenn wir berücksichtigen, daß die elektrischen Kräfte umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung abnehmen, so ist leicht auszurechnen, daß sich die Anziehungskraft zwischen den betrachteten Ladungen, wenn diese um den Durchmesser der Erde (rund 13000 km) voneinander entfernt sind, zwar auf den 10^{19}ten Teil vermindern, aber trotzdem noch 10 Tonnen betragen würde.

3. Die Bindung der Elektronen in den Atomen und in metallischen Körpern

Wenn wir annehmen, daß sich das Elektron an der „Oberfläche" des Atoms befindet, d. h. etwa 10^{-8} cm vom Zentrum entfernt, und daß dessen positive Ladung, die seine negative Ladung kompensiert (dies entspricht dem Wasserstoffatom), in diesem Zentrum konzentriert ist, so ergibt sich für die Anziehungskraft $\frac{e^2}{r^2}$, die auf das Elektron wirkt, der Wert $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ dyn. Bedenken wir die geringe Größe des Elektrons, so ist dies eine riesig große Kraft.

Die Bindung des Elektrons an das Atom oder, genauer gesagt, an die positive Ladung, die in der Mitte des Atoms konzentriert ist und die Ladung des Elektrons kompensiert, wird gewöhnlich nicht durch die Anziehungskraft charakterisiert, die das Elektron erfährt, sondern durch die A r b e i t, die gegen diese Kraft aufgewendet werden muß, um das Elektron von der Ausgangsentfernung r bis in die Unendlichkeit zu bringen. Diese Arbeit wird durch die Formel $\frac{e^2}{r}$ ausgedrückt und stellt den Wert der Bindungsenergie des Elektrons in seiner Ausgangslage dar. Beziehen wir diese Energie auf die Einheit der Ladung, d. h. dividieren wir den angeführten Ausdruck durch e, so erhalten wir das B i n d u n g s p o t e n t i a l $\varphi = \frac{e}{r}$; es ist seiner Größenordnung nach gleich $5 \cdot 10^{-2}$ elektrostatischen Einheiten oder rund 15 V (1 V ist gleich $^1/_{300}$ der elektrostatischen Einheit des Potentials). Die Einführung des Volt als praktische Potentialeinheit ist dadurch bedingt, daß die Elektronen bei der Berührung von zwei verschiedenen festen Körpern aus dem Körper, von dessen Atomen sie weniger fest gehalten werden, so lange auf den Körper übergehen können, von dem sie stärker festgehalten werden, bis die hierdurch zwischen den beiden Körpern entstehende elektrische Potentialdifferenz gleich der Differenz der Bindungspotentiale für die Elektronen in den beiden Körpern geworden ist. Da diese Bindungspotentiale aber die Größenordnung von einigen Volt haben, so muß die bei der Berührung von zwei verschiedenen Körpern auftretende „Kontakt-Potentialdifferenz" ebenfalls von der Größenordnung eines Volt sein — in völliger Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Es ist übrigens noch zu bemerken, daß eine derartige Kontakt-Potentialdifferenz zwischen zwei verschiedenen Körpern bei einfacher Berührung miteinander nur dann auftritt, wenn diese elektrische Leiter (Metalle) sind; im

entgegengesetzten Fall, d. h. bei zwei isolierenden Körpern (Glas, Kochsalz usw.), reicht die einfache Berührung nicht aus, und die beiden Körper müssen aneinander gerieben werden.

Bei der Erklärung der elektrischen Leitfähigkeit von metallischen Körpern ist zu beachten, daß die elektrische Leitfähigkeit nur im festen und flüssigen Zustande für sie charakteristisch ist; Metalldämpfe sind auch Dielektrika (d. h. Isolatoren) wie die Dämpfe von nichtmetallischen Stoffen. Das Auftreten der elektrischen Leitfähigkeit bei der Kondensation von Metalldampf zu einem festen oder flüssigen Körper wird durch eine Erscheinung verursacht, die man als eine „Vergesellschaftung" der Elektronen bezeichnen kann, d. h. dadurch, daß den individuellen Atomen einige Bindungselektronen verlorengehen. Die vergesellschafteten Elektronen können von dem einen Atom (oder richtiger gesagt, von dem positiv geladenen Atomrest) frei auf ein Nachbaratom übergehen und verleihen dem Metall die Fähigkeit, Elektrizität zu leiten, d. h. den elektrischen Strom hindurchzulassen. Dadurch, daß die Elektronen die positiven Atomreste anziehen, gleichen sie auch die gegenseitige Abstoßung der Atomreste aus und verursachen so den Zusammenhalt des metallischen Körpers. Wir sehen, daß den Bindungskräften zwischen den Atomen, wenigstens bei den Metallen, die Anziehungskräfte zwischen den (vergesellschafteten) Elektronen und den positiv geladenen Atomresten zugrunde liegen.

Von diesen Vorstellungen ausgehend, kann man die Größe der betrachteten Bindungskräfte abschätzen. Da bei der Vergesellschaftung der Elektronen jedes Elektron von m e h r e r e n positiven Atomresten umgeben ist, wird die Bindungsenergie des Elektrons in einem festen oder flüssigen Metall etwas größer sein als in den isolierten Atomen des Metalldampfs. Die Differenz zwischen den beiden Bindungsenergien ist nichts anderes als die latente Kondensationswärme des Dampfes.

Die Bindungsenergie der Elektronen in N isolierten Atomen eines Metalldampfes ist gleich dem Produkt von N mit $\frac{e^2}{r}$. Setzen wir $N = 6 \cdot 10^{23}$ (Zahl der Atome in 1 Mol) und $r = 10^{-8}$ cm, so erhalten wir $\frac{Ne^2}{r} = 1{,}5 \cdot 10^{13}$ erg oder $4 \cdot 10^5$ Kalorien (1 Kalorie ist äquivalent $42 \cdot 10^6$ erg). Die latente Kondensationswärme von metallischen Körpern beträgt gewöhnlich etwa 10% dieses Wertes.

Die Vergesellschaftung der Elektronen bei der gegenseitigen Annäherung der Metallatome während der Kondensation des Dampfes erklärt sich aus dem verhältnismäßig geringen Wert ihrer Bindungsenergie in den einzelnen Atomen. Gerade diese Tatsache ist ein charakteristischer Zug der metallischen Elemente. Bei den übrigen Elementen — den Nichtmetallen — ist diese Bindung stärker als bei den Metallen; infolgedessen führt ihre Annäherung entweder überhaupt nicht zu einer „Vergesellschaftung" der Elektronen (bei den Edelgasen, wie z. B. Helium, Neon usw.), oder sie führt nur zu einer teilweisen Vergesellschaftung der Elektronen zwischen zwei oder mehreren Atomen. Dadurch bilden sich homöopolare Moleküle; diese bestehen aus einer gewissen, gewöhnlich nicht sehr

großen Zahl von fest miteinander verbundenen Atomen, deren gegenseitige Bindung durch eine nur schwach ausgeprägte Tendenz zu weiterer Vergesellschaftung von Elektronen bedingt ist. Die latente Verdampfungswärme der Stoffe, die von solchen Molekülen gebildet werden (Wasserstoff, Sauerstoff, Schwefel usw.) ist gewöhnlich klein, verglichen mit der latenten Verdampfungswärme von metallischen Körpern (wenn die Zahl der Moleküle des Stoffes gleich der Zahl der Metallatome ist). Was die Bindungsenergie der Atome in Molekülen betrifft, so ist diese von gleicher Größenordnung wie bei den metallischen Körpern.

Die chemischen Kräfte werden durch die Anziehungskräfte zwischen den Elektronen und den positiven Atomresten verursacht, und zwar nicht nur bei den homöopolaren Molekülen, die aus gleichen oder ähnlichen Atomen bestehen, sondern auch bei den heteropolaren Molekülen, die durch Vereinigung eines Metallatoms mit einem Nichtmetall-Atom entstehen, wie zum Beispiel NaCl. Bei der Annäherung der beiden Atome findet ein Vorgang analog dem Elektrischwerden bei Berührung statt: das Elektron geht von dem Metallatom, an das es verhältnismäßig nur schwach gebunden ist, zu dem Nichtmetall-Atom hinüber; das Metallatom, das ein Elektron verloren hat, verwandelt sich dabei in einen positiven Rest oder ein positives Ion; das Nichtmetall-Atom fängt das überzählige Elektron ein und erhält dadurch eine negative Ladung, wird also ein negatives Ion. An Stelle der Vergesellschaftung eines Elektrons findet also eine Art von „Enteignung" bei dem schwächeren Atom zugunsten des stärkeren statt. Die chemische Bindung in dem entstehenden Molekül läuft auf die gegenseitige Anziehung der beiden Ionen von entgegengesetztem Vorzeichen hinaus, aus denen es besteht.

Ohne auf die weitere Entwicklung der geschilderten sehr schematischen Vorstellungen einzugehen, wollen wir betonen, daß die Bindungskräfte zwischen den Atomen in Molekülen oder makroskopischen Körpern stets durch elektrische Anziehungskräfte zwischen Elektronen und positiven Ionen erklärt werden können und daß die von diesen Kräften herrührende Bindungsenergie von derselben Größenordnung ist wie die Bindungsenergie des Elektrons in einem isolierten Atom. Diese Bindungsenergie kann durch ein Potential von einigen Volt, multipliziert mit der Ladung des Elektrons, charakterisiert werden. Wir bemerken noch, daß die Bindungsenergie von 1 Elektronenvolt (eV), bezogen auf $N = 6 \cdot 10^{23}$ Atome, einem Wert von 23000 Kalorien entspricht.

4. Ionen in Lösungen und Gasen; die genaue Gewichtsbestimmung von Ionen und Isotopen

Eine Lösung von Kochsalz in Wasser besitzt elektrische Leitfähigkeit, d. h. das Vermögen, den elektrischen Strom hindurchzulassen. Der Unterschied dieser elektrischen Leitfähigkeit gegenüber derjenigen von metallischen Körpern besteht in folgendem: Beim Durchgang des elektrischen Stroms durch eine Lösung von Kochsalz findet eine chemische Zerlegung in seine beiden Bestand-

teile (Natrium und Chlor) statt, während der Durchgang des Stroms durch ein Metall keinerlei chemische Wirkungen hervorruft. Dieser Unterschied erklärt sich daraus, daß der Elektrizitätstransport bei den Metallen durch eine Wanderung freier oder, genauer gesagt, vergesellschafteter Elektronen zustande kommt; in einer NaCl-Lösung dagegen sind die elektrischen Ladungen mit den positiven Ionen Na^+ und den negativen Ionen Cl^- verknüpft, in die das NaCl-Molekül in wäßriger Lösung von selbst zerfällt (elektrolytische Dissoziationen). Analoge Erscheinungen der chemischen Zerlegung bei Stromdurchgang (Elektrolyse) sind in den Lösungen vieler anderer Substanzen zu beobachten. Die Moleküle dieser Substanzen bestehen ebenso wie das Kochsalz aus entgegengesetzt geladenen Ionen, in die sie im gelösten Zustande zerfallen können.

Die quantitativen Gesetzmäßigkeiten, die die Vorgänge bei der Elektrolyse charakterisieren (die FARADAYschen Gesetze), kann man vollständig erklären, wenn man von der Vorstellung ausgeht, daß die Ladung der positiven Ionen durch die Abtrennung von einem oder mehreren (zwei, drei, vier oder noch mehr) Elektronen von den entsprechenden Atomen oder Atomgruppen hervorgerufen wird, die Ladung der negativen Ionen aber durch Angliederung von einem oder mehreren Elektronen. Das Verhältnis der Elektrizitätsmenge, die durch die Lösung eines Elektrolyten hindurchfließt, zu dem Gewicht der Produkte bei der Zerlegung der gelösten Substanz ist offensichtlich gleich dem Verhältnis der Ladung des Ions zu seiner Masse, die sich bei atomaren Ionen praktisch von der Masse des entsprechenden Atoms nicht unterscheidet.

Dieses Verhältnis kann auch noch auf einem ganz anderen Wege bestimmt werden, der mit der Untersuchung elektrischer Entladungen in Gasen zusammenhängt. Ohne auf experimentelle Einzelheiten einzugehen, bemerken wir nur, daß sich diese Entladungen in zweierlei Hinsicht von der Elektrolyse unterscheiden. Erstens erfolgt die Ionisation der Moleküle und Atome, d. h. ihr Zerfall in entgegengesetzt geladene Ionen, nur bei Vorhandensein genügend starker elektrischer Felder (während die Dissoziation der Moleküle in Ionen bei der Elektrolyse unter dem Einfluß der Wärmebewegung von selbst vor sich geht). Zweitens wird die Rolle der negativen Ionen bei der Gasentladung im wesentlichen von den freien Elektronen übernommen. Diese entstehen in folgender Weise: Ein Elektron, das von einem Atom losgerissen worden ist, erfährt unter dem Einfluß des darauf wirkenden elektrischen Feldes eine Beschleunigung. Wenn das Feld stark genug und das Gas genügend verdünnt ist, erhält das freie Elektron während seines freien Fluges im Gase — bis zum nächsten Zusammenstoß mit einem der Gasatome — eine kinetische Energie, die dazu ausreicht, daß es aus diesem Atom ein daran gebundenes sekundäres Elektron herausschlagen kann.

Auf diese Weise wächst die Zahl der freien Elektronen lawinenartig an, und dadurch erhält das Gas eine beträchtliche Leitfähigkeit. Unter bestimmten Bedingungen ist diese Leitfähigkeit praktisch unabhängig von der anfänglichen Zahl der Elektronen.

Elektronen im freien Zustande kann man nicht nur durch eine Gasentladung erhalten, sondern auch nach vielen anderen Verfahren, insbesondere durch starkes Erwärmen von metallischen Körpern (bis auf Temperaturen von 1000 bis 2000°). Hierbei verdampfen die „vergesellschafteten“ Elektronen in viel größerer Menge aus dem Metall als die positiven Ionen (ähnlich wie bei der Destillation eines Gemisches aus zwei Flüssigkeiten, von denen die eine flüchtiger ist als die andere). Wenn die Elektronen aus dem Metall in einen evakuierten Raum fliegen, z. B. in ein Glasrohr mit einem stark verdünnten Gas, so bewegen sie sich praktisch ohne Zusammenstöße mit den Teilchen dieses Gases, bis sie auf der Röhrenwand auftreffen. An dieser Stelle des Aufpralls leuchtet das Glas auf; dieses Aufleuchten kann erheblich verstärkt werden, wenn das Glas durch einen Schirm aus einer fluoreszierenden Substanz (z. B. Zinksulfid) ersetzt wird.

Sind keine äußeren elektrischen Kräfte vorhanden, so bewegen sich die aus dem Metall herausgerissenen Elektronen gleichförmig auf geradlinigen Bahnen, ähnlich wie Lichtstrahlen. Mit Hilfe eines longitudinalen elektrischen Feldes kann ihre Bewegung beschleunigt werden, während ein transversales elektrisches Feld eine Krümmung der von ihnen gebildeten Kathodenstrahlen verursacht. Eine analoge Krümmung ruft auch ein transversales Magnetfeld hervor, mit dem Unterschied, daß die Krümmung in diesem Fall in einer Ebene senkrecht zur Feldrichtung stattfindet und umgekehrt proportional zur Geschwindigkeit der Elektronen ist; dagegen ist die Ablenkung, die ein transversales elektrisches Feld hervorruft, umgekehrt proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit.

Durch den Vergleich der elektrischen Ablenkung mit der magnetischen kann man einerseits die Geschwindigkeit der Elektronen bestimmen und andererseits das Verhältnis $\frac{e}{m}$ ihrer elektrischen Ladung e zur Masse m. Man erhält dafür einen 2000mal größeren Wert als für das Verhältnis, das man aus den Vorgängen bei der Elektrolyse für die leichtesten Atome — also für die Wasserstoffatome (oder, genauer gesagt, für die positiven Wasserstoffionen) — ermittelt. Die Ladungen dieser Ionen sind zahlenmäßig gleich der Elektronenladung, also besitzen die Elektronen ungefähr nur den 2000. Teil (genauer den 1837. Teil) der Masse des Wasserstoffatoms.

Nach diesem elektromagnetischen Verfahren gelang es, die Elektronen zu „wägen“. Die Methode der elektromagnetischen Wägung geladener Teilchen „im Fluge“ wenden wir auch auf positive Ionen an. Um solche Ionen in freiem Zustande zu erhalten, muß man gewöhnlich eine Entladung in einem Gase verwenden, das die entsprechenden Atome enthält. Ein Teil der entstehenden positiven Ionen kann aus dem Entladungsraum in einen so stark ausgepumpten Raum hineingelassen werden, daß sich die Ionen darin praktisch ohne Zusammenstöße mit den Atomen bewegen. Hier setzt man nun die Ionen der Einwirkung elektrischer und magnetischer Felder aus und kann mit ihnen dieselben Versuche anstellen wie mit den freien Elektronen, kann insbesondere das Verhältnis ihrer Ladung zur Masse bestimmen. Die auf diese Weise für dieses Verhältnis

gewonnenen Werte stimmen in großen Zügen mit den Werten überein, die sich bei der Untersuchung der Elektrolyse ergeben.

Der Unterschied zwischen diesen Ergebnissen kann folgendermaßen erklärt werden: Erstens können die aus dem Entladungsraum eines Gasentladungsrohres stammenden positiven Ionen nicht nur eine Elementarladung besitzen (die gleich und entgegengesetzt der Ladung des Elektrons ist), sondern auch mehrere, manchmal sogar eine große Zahl solcher Ladungen. Man kann also in manchen Fällen aus einem Atom eine große Zahl Elektronen herausziehen. Zweitens kann man durch Verwendung eines verbesserten Apparates zur elektromagnetischen Wägung von Ionen — er wird als Massenspektrograph bezeichnet — feststellen, daß die Ionen (sowohl mit gleichen als auch mit verschiedenen Ladungen) bei den meisten Elementen hinsichtlich ihrer Masse nicht völlig gleich sind, sondern aus mehreren gleichartigen Gruppen bestehen. Hierbei werden die Massen der Atome oder Ionen, die verschiedenen Gruppen angehören, annähernd durch ganze Zahlen ausgedrückt, wenn man als Einheit der Atommasse $^1/_{16}$ der Masse des Sauerstoffatoms oder $^1/_4$ der Masse des Heliumatoms annimmt. Sie unterscheiden sich voneinander um eine oder mehrere Einheiten der Atommasse.

Also ist ganz allgemein jede Elementarsubstanz ein Gemisch aus mehreren Atomsorten, die sich nach ihren chemischen und physikalischen Eigenschaften mit Ausnahme der Masse oder des Atomgewichts nur sehr wenig voneinander unterscheiden. Solche Atome bezeichnet man als Isotope[1]). (Diese Bezeichnung unterstreicht, daß die Atome im periodischen System der Elemente ein und dieselbe Stelle einnehmen.)

Den Gedanken, daß die Atome eines und desselben Elementes verschiedenes Gewicht haben können, sprach der geniale russische Chemiker BUTLEROW schon im Jahre 1882 aus[2]). Der experimentelle Beweis für die Existenz der Isotope wurde zuerst bei der Erforschung der radioaktiven Elemente erbracht. Schon 1906 stellte sich heraus, daß das radioaktive Element Ionium chemische Eigenschaften besitzt, die völlig identisch mit den Eigenschaften des Thoriums sind[3]). Später wurde die Analogie der Eigenschaften des Mesothoriums I und des Radiums[4]) sowie das Vorhandensein von Isotopen auch bei anderen radioaktiven Elementen festgestellt. Bald darauf wurde die Existenz von Isotopen auch bei nichtradioaktiven Elementen bewiesen[5]).

Wenn eines der Isotope gegenüber den anderen stark vorherrscht, so unterscheidet sich das nach den gewöhnlichen physikalisch-chemischen Verfahren bestimmte mittlere Atomgewicht des entsprechenden Mischelements nur wenig von einer ganzen Zahl (bezogen auf Wasserstoff oder genauer auf $^1/_4$ des Atom-

---

1) Griechisch: „isos“ = gleich und „topos“ = Stelle.
2) Ebenso: CROOKES, 1886. (*Anm. d. Übers.*)
3) B. B. BOLTWOOD, 1906. (*Anm. d. Übers.*)
4) O. HAHN, 1907. (*Anm. d. Übers.*)
5) J. J. THOMSON, 1913, an Neon. (*Anm. d. Übers.*)

gewichts von Helium; siehe nachstehend). Wenn die verschiedenen Isotope ein und desselben chemischen Elements in der Natur aber in vergleichbaren Mengen vorkommen, kann das mittlere Atomgewicht dieses Elements stark von einer ganzen Zahl abweichen. Es ist hervorzuheben, daß die Zahlenverhältnisse der verschiedenen Isotope unter natürlichen Bedingungen für jedes Element auf der ganzen Erde und sogar auf anderen Planeten praktisch die gleichen bleiben[1]).

Das Atomgewicht des Sauerstoffes, bezogen auf Wasserstoff, ist gleich 15,88. Wenn wir als Atomgewichts-Einheit $^1/_{16}$ des Atomgewichts vom Sauerstoff nehmen, so ergibt sich für das Atomgewicht des Wasserstoffs nach dieser Skala ein Wert, der etwas größer ist als 1, nämlich etwa 1,008. In diesem System wird das Atomgewicht der meisten anderen Mischelemente, insbesondere der relativ leichten, durch nahezu ganze Zahlen ausgedrückt. Zum Beispiel ist das Atomgewicht des Kohlenstoffs — bis auf Zehntausendstel der Atomgewichtseinheit genau — gleich 12, das des Stickstoffs gleich 14 usw. Für das Atomgewicht des Lithiums, das dem Helium unmittelbar folgt, ergibt sich 6,94 — eine Zahl, die von der nächsten ganzen Zahl um einen beträchtlichen Wert — um 0,06 — abweicht. Diese Tatsache erklärt sich daraus, daß das Lithium ein Gemisch aus zwei Isotopen mit dem Atomgewicht 7 und 6 ist, die im Verhältnis 93:7 miteinander gemischt sind.

Es war ganz natürlich anzunehmen, daß die oben angegebene Abweichung des Atomgewichts vom Wasserstoff von dem Wert 1 um 0,8% ebenfalls durch die Existenz von zwei oder mehr Wasserstoffisotopen zu erklären sei. In der Tat fand man 1932, daß der gewöhnliche Wasserstoff ein Gemisch aus zwei Isotopen ist[2]) — einem leichten mit einem Atomgewicht von nahezu 1 und einem schweren mit einem Atomgewicht von nahezu 2. Damit ihr Gemisch das mittlere Atomgewicht 1,008 besitzt, muß der schwere Wasserstoff nach der Zahl der Atome ungefähr 0,008 der Gesamtzahl der Atome oder rund 0,016, also 1,6% nach dem Gewicht ausmachen. In Wirklichkeit zeigt sich aber, daß der Prozentgehalt an schwerem Wasserstoff fast nur den 40. Teil hiervon beträgt, nämlich nur 0,0002 nach der Zahl der Atome oder 0,04% nach dem Gewicht. Infolgedessen kann die Abweichung des mittleren Atomgewichts von dem Wert 1 beim Wasserstoff nicht durch eine Misch-(Isotopen-)Zusammensetzung erklärt werden, sondern hängt damit zusammen, daß das Atomgewicht des leichten Isotops gleich 1,008 ist, den Wert 1 also um 0,8% überschreitet, während das Gewicht des schweren Isotops (2,01) in einem etwas geringeren Verhältnis von 2 abweicht. Diese Tatsache ist, wie wir später noch sehen werden, von fundamentaler Bedeutung für die ganze Atomphysik, insbesondere für die Frage nach der Größe der inneratomaren Energie.

---

[1]) Die Untersuchung des Eisens und einiger anderer, aus Meteoriten gewonnener Elemente zeigte, daß ihre Isotopenzusammensetzung die gleiche ist wie bei den Elementen auf der Erde.

[2]) H. C. Urey (USA). (*Anm. d. Übers.*)

5. Die Zahl der Elektronen in den Atomen und die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Elemente

Das Vorhandensein der Isotope zeigt, daß die chemischen Eigenschaften eines Elements nicht durch sein Atomgewicht bestimmt werden, sondern durch eine andere Eigenschaft, die mit dem Atomgewicht in nicht ganz eindeutiger Weise zusammenhängt. Worin besteht diese Eigenschaft?

Schon vor der Entdeckung der Isotopie wurde es klar, daß diese — vom chemischen Standpunkt aus — fundamentale Eigenschaft der Elemente die Zahl der Elektronen ist, die im gebundenen Zustand in ihren Atomen enthalten sind oder, was auf dasselbe hinauskommt, die gesamte positive Ladung des Atomrestes (also des Teiles, der vom Atom übrigbleibt, wenn ihm alle Elektronen genommen werden)[1].

Für Wasserstoff ist diese Zahl gleich 1. Hierbei ist der Atomrest das gewöhnliche Wasserstoffion, das sowohl bei den Versuchen zur Elektrolyse als auch bei der Untersuchung der elektrischen Entladung in gasförmigem Wasserstoff auftritt; die Ladung dieses Ions ist stets gleich 1 (wenn man als Einheit der positiven Ladung eine Ladung annimmt, die entgegengesetzt gleich der Ladung des Elektrons ist), und seine Masse ist, wie schon oben erwähnt wurde, bei dem leichten Isotop (dem Protium) nahezu gleich 1 und bei dem schweren Isotop (dem Deuterium) nahezu gleich 2.

Die Zahl der Elektronen im Heliumatom — dies zeigen die Versuche — ist auf Grund der Untersuchung der elektrischen Entladung in diesem Glas gleich 2 (wenn man nach der maximalen Ladung der positiven Heliumionen geht); sie kann übrigens auch gleich 1 sein, wenn nur ein Elektron von dem Heliumatom abgetrennt wird.

Die positiven Ionen des Lithiums (es ist das leichteste metallische Element) haben unter gewöhnlichen Umständen, z. B. bei der Elektrolyse der Lösungen von Stoffen, deren Moleküle Lithium enthalten, die Ladung 1. Bei einer intensiven Gasentladung in Lithiumdampf kommen aber Lithiumionen mit doppelter und dreifacher positiver Ladung vor. Hieraus folgt, daß die Lithiumatome je drei Elektronen enthalten, von denen das eine verhältnismäßig schwach gebunden ist (darauf beruhen eben die Metalleigenschaften dieses Elements; vgl. Abschnitt 3), die beiden anderen aber fester.

Analog nimmt beim Übergang von einem beliebigen Element zu dem folgenden Element (nach dem mittleren Atomgewicht) die maximale positive Ladung des Atomrestes und dementsprechend die Zahl der Elektronen im Atom um 1 zu. Ausnahmen von dieser Regel sind nur in wenigen Fällen zu beobachten, insbesondere beim Übergang vom Kobalt zum Nickel. Die Zahl

[1]) Im Jahre 1908 stellte J. THOMSON die Hypothese auf, dieser Rest sei eine positiv geladene Kugel von atomaren Abmessungen, in derem Innern die Elektronen in stabilen Gleichgewichtslagen verteilt seien. Aber 1911 macht diese Vorstellung den Platz frei für die Vorstellung von RUTHERFORD, wonach der Atomrest ein positiv geladenes Teilchen von sehr geringen Abmessungen ist, der sogenannte „Atomkern“.

der Elektronen ist im Kobalt gleich 27 bei dem mittleren Atomgewicht 58,92 und im Nickel 28 bei dem mittleren Atomgewicht 58,66.

Das schwerste von allen natürlichen Elementen ist, wie wir schon im Abschnitt 1 erwähnt haben, das Uran mit einem mittleren Atomgewicht von nahezu 238. Das Uran ist ein metallisches Element; die Zahl der Elektronen in den neutralen Atomen der Uranisotope (d. h. also: die maximale positive Ladung ihrer Atomreste) beträgt 92.

Die auf der Erdkugel unter natürlichen Verhältnissen vorkommenden Stoffe bestehen aus Elementen mit allen möglichen Werten der Elektronenzahl (oder der Ladung des Atomrestes) von 1 bis 92. Die Atomgewichte der Isotope nehmen ebenfalls fast alle ganzzahligen Werte (oder genauer gesagt: nahezu ganzzahligen Werte) von 1 bis 238 an (ausgenommen 5 und 8). Hierbei zeigt sich, daß einige Elemente oder genauer einige Isotope weiter verbreitet sind als andere. Bei der Klassifikation aller Elemente ordnet man diese unabhängig von ihrer Verbreitung nach der wachsenden Zahl der Elektronen (oder der Ladung des Atomrestes), die daher als Ordnungszahl des Atoms bezeichnet wird; die Atome mit gleicher Ordnungszahl werden zu einer Familie von Isotopen zusammengefaßt, die sich durch ihr Atomgewicht voneinander unterscheiden[1]). Es gibt auch Atome mit gleichem Atomgewicht, aber verschiedener Ordnungszahl (d. h. verschiedener Elektronenzahl). Solche Atome werden als Isobare[2]) bezeichnet.

6. Die positiven Atomkerne und der Durchgang von schnellen geladenen Teilchen durch Materie

Nur bei Elementen mit einer kleinen Zahl von Elektronen ist es möglich, die Zahl der Elektronen im Atom (oder die positive Ladung des Atomrestes) durch Untersuchung der Ionen zu bestimmen, die bei einer Gasentladung entstehen. Mit wachsender Zahl der Elektronen im Atom wird es immer schwieriger, die Elektronen vom Atom loszureißen. In diesem Fall kann die Ladung des positiven Restes und die Zahl der an ihn gebundenen Elektronen experimentell bestimmt werden, indem man die entsprechenden Atome mit Hilfe von schnellen positiven Wasserstoff- oder Heliumionen sondiert, d. h. mit Hilfe der leichtesten Atome, von denen die Elektronen abgetrennt sind. Dieser Methode — sie wurde 1911 von RUTHERFORD entwickelt — liegt die Vorstellung zugrunde, daß die positiven Atomreste Teilchen sind, deren Abmessungen im Vergleich mit den Abmessungen der Atome (d. h. den Durchmessern der Elektronenbahnen) sehr klein sind. Diese Teilchen sind so klein, daß man sie bei der Behandlung der Wechselwirkung derartiger Reste miteinander oder mit Elektronen als geladene Punkte betrachten kann. Unter solchen Verhältnissen läuft die Wechselwirkung

[1]) D. I. MENDELEJEW ordnete die Elemente in seinem Periodensystem zuerst nach wachsendem Atomgewicht, machte aber dann einige Ausnahmen von dieser Anordnung, die — wie sich später herausstellte — der Reihenfolge der Ordnungszahlen entsprachen.

[2]) Griechisch: „isos“ = gleich und „baros“ = Gewicht.

zwischen ihnen auf eine gegenseitige Anziehung der Elektronen und Atomreste hinaus und auf die gegenseitige Abstoßung der Atomreste sowie der Elektronen untereinander nach dem COULOMBschen Gesetz, also einer Kraft, die umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung zwischen den Punkten ist, in denen die entsprechenden Ladungen konzentriert sind. Da dieses Gesetz dem NEWTONschen Gesetz ganz analog ist, das die Anziehung zwischen den Himmelskörpern und insbesondere zwischen den Planeten und der Sonne beherrscht, muß das Atom nach dieser Vorstellung eine Art Miniaturmodell des Sonnensystems sein, in dem der positiv geladene Rest die Rolle der Sonne spielt und die Elektronen die Rolle der Planeten. Im Zusammenhang mit dieser zentralen Stellung des Atomrestes sowie damit, daß dieser Rest praktisch der Träger der gesamten Atommasse ist (mit Rücksicht auf die verhältnismäßig sehr geringe Masse der Elektronen), wurde vorgeschlagen, diesen Rest als den positiven Atomkern zu bezeichnen.

Vom Standpunkt der beschriebenen Vorstellungen aus haben die Atome mit den festen Kügelchen von bestimmtem Volumen, wie man sie sich früher gern vorstellte, nichts gemein. Die Teilchen, die das Atom bilden — der Kern und die Elektronen — nehmen nur einen winzigen Bruchteil des Volumens ein, das dem Atom zugeschrieben wird, wenn man von den größten Abmessungen der Bahnen seiner Elektronen bei ihrer Bewegung um den Kern ausgeht. Dementsprechend nimmt ein jeder Körper, und zwar nicht nur ein gasförmiger, sondern auch ein fester, einen Raum ein, in dem die Elektronen und die positiven Kerne wie kleine Tüpfel verteilt liegen, da die Abmessungen dieser Teilchen im Vergleich zu ihren gegenseitigen Entfernungen verschwindend klein sind. Mit anderen Worten: Der Raum, den der Körper einnimmt, wird in der Hauptsache nicht von den Teilchen ausgefüllt, die ihn zusammensetzen, sondern von den elektrischen Feldern, die diese Teilchen durch ihre elektrischen Ladungen erzeugen.

Unter diesen Umständen verliert die allgemein übliche Vorstellung von der gegenseitigen Undurchdringlichkeit der Körper, insbesondere der einzelnen Atome, ihren Sinn. Diese Undurchdringlichkeit bedeutet nur folgendes: Bei der Annäherung zweier Atome oder, genauer gesagt, ihrer positiven Kerne, bis zu einem genügend kleinen Abstand, der mit den Abmessungen der Bahnen der äußeren Elektronen vergleichbar ist, treten Abstoßungskräfte auf, die im wesentlichen von den gleichnamigen elektrischen Ladungen der Kerne herrühren und diese Annäherung erschweren.

Ein schnellbewegtes Teilchen, sei es ein Elektron oder ein positiver Kern ohne alle Elektronen, kann infolgedessen die Elektronenschichten durchstoßen und die elektrischen Kräfte überwinden, die diesem Durchstoß im Wege stehen, solange die kinetische Energie des Teilchens groß genug bleibt. Dieses Durchstoßen ähnelt nicht im geringsten dem Fall, daß eine Kugel oder ein Geschoß ein materielles Hindernis durchdringt. Da die Abmessungen einer Kugel groß sind im Vergleich mit den Atomabständen, bildet sie ein Loch, wenn sie einen festen Körper durchdringt. Ein Geschoß von subatomarer Größe, wie es ja ein schnellbewegter Kern oder ein Elektron ist, kann aus dem

einfachen Grunde kein Loch hinterlassen, weil der materielle Körper ihm gegenüber eine „durchbrochene Struktur" aufweist. Die Zerstörungen, die ein derartiges Geschoß anrichtet, wenn es in einen Körper eindringt, laufen im wesentlichen darauf hinaus, daß aus einzelnen Atomen, durch die es hindurchsaust oder an denen es nahe vorbeisaust, ein gewisser Teil der daran gebundenen Elektronen herausgerissen wird. Da die Energie, die auf diese Elektronen übertragen wird, der kinetischen Energie des „Geschosses" entnommen wird, muß das Geschoß hierbei allmählich gebremst werden. Aus der Bremsgeschwindigkeit, die leicht zu messen ist, kann man einen Schluß auf die Gesamtzahl der Elektronen ziehen und folglich auch auf die Zahl der Elektronen, die auf das einzelne Atom entfallen (da ja die Zahl der Atome in der Volumeinheit des betrachteten Körpers bekannt ist). Besonders einfach liegen die Verhältnisse dann, wenn schnelle positive Kerne als Geschosse verwendet werden. Da die Masse der Kerne im Vergleich zur Masse der Elektronen außerordentlich groß ist, erfahren diese Kerne, während sie Elektronen aus den getroffenen Atomen herausschlagen (oder richtiger: herausreißen), nur eine Bremsung und werden von ihrer geradlinigen Bahn praktisch nicht abgelenkt, ähnlich wie sich eine schwere Kegelkugel einen Weg durch ein Feld mit aufgestellten leichten Kegeln bahnt, die sie zur Seite wirft.

Mehr oder weniger große Ablenkungen eines positiven Kerns, der schnell durch Materie hindurchsaust, können nur dadurch hervorgerufen werden, daß er sich zufällig einem der Kerne nähert, die (zusammen mit den Elektronen) diesen Stoff bilden. Zieht man die Gesetze der Mechanik und das COULOMBsche Gesetz heran, so kann man folgendes leicht ausrechnen: Durchdringt ein Wasserstoff- oder Heliumkern mit einer Energie von 1 Million Elektronenvolt einen Stoff von mittlerem Atomgewicht, so kann eine Ablenkung um einen größeren Winkel als etwa 45° nur dann stattfinden, wenn die „Zielentfernung" des Kerngeschosses vom Zentrum einer der Kernzielscheiben nicht größer ist als ungefähr 10^{-11} bis 10^{-12} cm, d. h. 0,001 oder sogar 0,0001 von dem Radius, den man den Atomen zuschreibt. Derartige Ablenkungen können natürlich nur verhältnismäßig selten vorkommen. Wir wollen uns z. B. einen Zylinder vorstellen, dessen Achse die geradlinige Bahn eines praktisch punktförmigen Geschosses (z. B. eines Wasserstoffions) ist, mit einem Radius von 10^{-11} cm, der einer Querschnittfläche von ungefähr 10^{-22} cm^2 entspricht. Wenn die Zahl der Atome in 1 cm^3 des betrachteten festen Körpers gleich 10^{22} ist, d. h., wenn das auf ein Atom entfallende Volumen gleich 10^{-22} cm^3 ist, so ist natürlich zu erwarten, daß das betrachtete Geschoß in dem Körper einen mittleren Weg von 1 cm zurücklegen muß, damit es in einem Abstand von 10^{-11} cm am Zentrum eines der Atome vorbeifliegt (da das Volumen des Zylinders mit dem Radius 10^{-11} cm, der diesen Weg umschließt, gleich dem Volumen ist, das im Mittel auf ein Atom entfällt). In einem gasförmigen Stoff unter Atmosphärendruck beträgt die Zahl der Atome in 1 cm^3 ungefähr den 1000. Teil von der entsprechenden Zahl in einem festen Körper; also ist der Weg, den das Kerngeschoß durch einen derartigen Stoff zurücklegen muß, damit es um den betrachteten Winkel abgelenkt wird, unter

diesen Bedingungen 1000mal so groß, das heißt 10 m. Daraus folgt: Legen die Geschosse in dem Gas einen Weg von 1 cm zurück, so erfährt von 1000 Geschossen im Mittel nur eins die betrachtete Ablenkung.

Von diesen Überlegungen ausgehend, die RUTHERFORD 1911 zu einer quantitativen Theorie entwickelte (vgl. das Nachstehende), wurde es möglich, die elektrische Ladung von Atomkernen irgendeines Elements mit einer beliebig großen Zahl von Elektronen zu bestimmen, und zwar unabhängig von dieser Elektronenzahl, da die Elektronen auf die Ablenkung der Kerngeschosse von ihrer geradlinigen Bahn praktisch keinen Einfluß ausüben, sondern nur ihre Bremsung verursachen. Bestimmt man andererseits diese Bremsung, so kann man ganz unabhängig von der Ladung der Kerne die Zahl der Elektronen in den Atomen berechnen.

Messungen nach diesen beiden Verfahren für alle möglichen Elemente führen zu übereinstimmenden Ergebnissen: Die Zahl der Elektronen ist gleich der in elementaren Einheiten ausgedrückten Ladung der Kerne, und sie nimmt für die verschiedenen in der Natur vorkommenden Elemente Werte von 1 (für Wasserstoff) bis 92 (für Uran) an[1]).

Der Annahme, daß man die Atomkerne beim Hindurchfliegen durch Materie als punktförmige elektrische Ladungen behandeln kann, darf man keinen prinzipiellen Wert beilegen. Durch die gegenseitige Abstoßung der gleichnamig geladenen Kerne (des „Geschosses" und des „Ziels") ist ihre Annäherung selbst im Fall des frontalen Stoßes begrenzt. Daher spielen ihre Abmessungen bei der theoretischen Analyse der Versuche über den Durchgang von Wasserstoff- oder Heliumkernen durch Materie tatsächlich keine Rolle, wenn diese Abmessungen nur kleiner sind als der geringste Abstand zwischen den zusammenstoßenden Kernen. Die Tatsache, daß die Theorie der „Sondierung" von Atomen mit schnellbewegten leichten Kernen befriedigende (miteinander übereinstimmende) Ergebnisse liefert, zeigt, daß die obengenannte Forderung unter gewöhnlichen Versuchsbedingungen, wenn diese Kerne eine kinetische Energie von etwa 1 Million Elektronenvolt (1 MeV) besitzen, erfüllt ist. Wir bemerken noch, daß diese Energie bei Wasserstoffkernen einer Geschwindigkeit von $1{,}4 \cdot 10^9$ cm/sec, also $^1/_{20}$ der Lichtgeschwindigkeit entspricht. Die nächste Entfernung r zwischen dem Wasserstoffkern und dem schweren Kern, mit dem er zusammenstößt, kann berechnet werden, indem man seine anfängliche kinetische Energie, ausgedrückt in Elektronenvolt, gleich seiner potentiellen Energie in dem elektrischen Felde setzt, das von einem schweren Kern mit der Ladung Ze (wo e die Ladung

[1]) Tatsächlich hat man die genauen Werte für die Ladung der schweren Kerne nicht nach diesem Verfahren erhalten, sondern nach einer viel einfacheren und genaueren Methode: Diese beruht auf der Untersuchung der Spektren der charakteristischen Röntgenstrahlen, die beim Beschuß mit schnellen Elektronen von den betreffenden Atomen emittiert werden. Wie MOSELEY im Jahre 1913 gezeigt hat, ist die Quadratwurzel aus der größten Schwingungsfrequenz, die die charakteristischen Röntgenstrahlen der verschiedenen Elemente aufweisen, streng proportional der Ladung ihrer Kerne Ze.

des Wasserstoffkerns ist) in der gesuchten minimalen Entfernung r erzeugt wird. In elektrostatischen Einheiten ist dieses Potential gleich $\frac{Ze}{r}$ und in Volt 300mal größer. Setzen wir $\frac{Ze}{r}$ gleich 1 Million Volt, so erhalten wir für $Z = 40$ und $e = 5 \cdot 10^{-10}$

$$r = \frac{300\,Ze}{10^6} = \frac{300 \cdot 40 \cdot 5 \cdot 10^{-10}}{10^6} = 6 \cdot 10^{-12}\,\text{cm}.$$

Folglich ist diese Zahl die obere Grenze für den Radius eines Kerns mit einer Ladung bis zu 40 e — da ja der Durchgang von Wasserstoffkernen mit einer Energie von 1 MeV durch die entsprechende Materie nach der einfachen Theorie berechnet wird, die seine endlichen Abmessungen (ebenso wie beim Wasserstoffkern) nicht berücksichtigt. Es versteht sich von selbst, daß die endlichen Abmessungen der zusammenstoßenden Kerne bei weiter zunehmender kinetischer Energie von wesentlichem Einfluß auf den Charakter des Zusammenstoßes sein können.

Die Notwendigkeit, bei einer wirksamen Sondierung der Atome mit leichten, auf so hohe Energien beschleunigten Kernen zu arbeiten, erklärt sich daraus, daß die Kerne, wegen der Bremsung infolge der Wechselwirkung mit den Elektronen, nur in diesem Fall eine größere Schicht Materie von festem Zustand durchdringen können. So können z. B. Wasserstoffkerne der vorstehend genannten Energie eine Aluminiumschicht von etwa 0,1 mm Stärke oder eine Bleischicht von etwa 0,01 mm Stärke „durchschlagen“ (diese Stärke ist, grob ausgedrückt, umgekehrt proportional der Ordnungszahl oder der Zahl der Elektronen im Atom des Elements, aus dem die Schicht besteht). In Luft von normalem Druck haben sie eine Reichweite von einigen zehn Zentimetern. Wir bemerken noch, daß die Reichweite von Heliumkernen mit ihrer doppelt so großen Ladung bei derselben Energie nur den 4. Teil der Reichweite von Wasserstoffkernen beträgt, wie dies auch aus der Theorie folgt. Die Reichweite von Elektronen ist, verglichen mit den Wasserstoffkernen, wegen ihrer viel kleineren Masse und ihrer infolgedessen viel größeren Geschwindigkeit bei ein und derselben Energie aber größer, obwohl die beiden Ladungen zahlenmäßig gleich sind und sich nur durch das Vorzeichen voneinander unterscheiden.

7*.[1]) Die analytische Theorie des Durchgangs von schnellen geladenen Teilchen durch Materie

Die vorstehenden Überlegungen haben nur qualitativen Charakter und können durch eine genaue quantitative Theorie ersetzt werden. Dabei geht man aus von der analytischen Lösung der Aufgabe des Zusammenstoßes zweier Teilchen, die sich nach dem COULOMBschen Gesetz gegenseitig abstoßen oder anziehen. Wir lösen zuerst das Problem des Zusammenstoßes eines Wasserstoff- oder

[1]) Die mit einem Stern versehenen Abschnitte können beim ersten Durchlesen übersprungen werden.

Heliumkerns mit einem schweren Kern, den wir angenähert als ruhend betrachten können. Unter diesen Umständen beschreibt das betrachtete Teilchen, der H- oder He-Kern, bekanntlich eine Hyperbel MN (Abb. 1); diese ist symmetrisch zu den beiden Asymptoten MO und ON, deren Schnittpunkt auf einer Geraden mit dem Perihel Q und dem „Fokus" F liegt, in dem sich der ruhende Kern befindet. Hierbei entspricht die eine Asymptote MO der Bewegung des Teilchens vor dem Zusammenstoß und die andere ON der Bewegung nach dem Zusammenstoß. Die Länge des Lotes FH vom Punkte F auf die Verlängerung OM' der Asymptote MO wird als die Zielentfernung des Teilchens vom Kern bezeichnet. Sie würde gleich ihrer nächsten Entfernung sein, wenn das Teilchen nicht von dem Kern abgestoßen würde. Unter Berücksichtigung dieser Abstoßung wird die nächste Entfernung zwischen ihnen gleich FQ.

Unsere Aufgabe besteht darin, den Winkel θ zwischen den beiden Asymptoten zu bestimmen in Abhängigkeit von der Zielentfernung $p = FH$. Zur Lösung dieser Aufgabe tragen wir auf der Geraden OM' und der Geraden ON die Strecken OA und OB ab, die die Geschwindigkeit v des Teilchens vor und v' nach dem Zusammenstoß darstellen. Diese Geschwindigkeiten sind offenbar einander gleich, so daß $OA = OB$ ist. Die Gerade AB, die die geometrische Differenz zwischen der End- und Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens darstellt, ist parallel der Geraden FOQ. Die Länge dieser Geraden, multipliziert mit der Masse M des Teilchens, gibt die Änderung der Bewegungsgröße des Teilchens wieder, die durch die darauf wirkende Kraft verursacht wird. Nach einem bekannten Satz der Mechanik ist die Änderung der Bewegungsgröße gleich dem Integral der Kraft während der entsprechenden Zeit. Da die Bahn symmetrisch zu der Geraden FOQ ist, können wir uns darauf beschränken, die Projektion der Kraft auf die Richtung dieser Geraden zu betrachten.

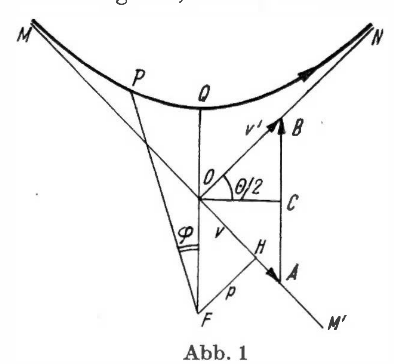


Abb. 1

Wir bezeichnen den Winkel, den der Radiusvektor vom ruhenden Kern F aus nach einem beliebigen Punkt P der Bahn mit der Geraden FOQ bildet, mit φ (wir wollen φ für die rechte Bahnhälfte positiv und für die linke negativ rechnen). Die Kraft, die auf das bewegte Teilchen im Punkt P wirkt, ist gleich

$$f = \frac{ee'}{r^2},$$

wo e die Ladung des Teilchens ist, e' die Ladung des (ruhenden) Kerns und r die Entfernung FP. Die Projektion dieser Kraft auf die Gerade FOQ ist gleich $f \cos \varphi$.

Wir erhalten also folgende Gleichung[1]):

$$M\,|\vec{v}' - \vec{v}| = ee' \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\varphi}{r^2}\,dt.$$

Hier ist $\vec{v}' - \vec{v}$ die geometrische Differenz zwischen der Endgeschwindigkeit und der Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens. Da das Dreieck *AOB* gleichschenklig ist, zerlegen wir es in zwei gleiche rechtwinklige Dreiecke, indem wir das Lot von seiner Spitze *O* auf die Basis *A B* fällen. Hieraus folgt:

$$|\vec{v}' - \vec{v}| = AB = 2v\sin\frac{\theta}{2}\,.$$

Andererseits muß die Fläche des Sektors, den der Radiusvektor *FP* in der Zeiteinheit überstreicht,

$$\frac{1}{2}\,r^2\,\frac{d\varphi}{dt}\,,$$

nach dem Flächensatz einen konstanten Wert beibehalten. Berücksichtigen wir dies, so können wir sie dem Grenzwert gleichsetzen, den sie für $r = \infty$ annimmt; dies führt auf:

$$\frac{1}{2}\,vp.$$

Hieraus erhalten wir

$$\frac{dt}{r^2} = \frac{d\varphi}{vp}$$

und

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos\varphi}{r^2}\,dt = \frac{1}{vp}\int\limits_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{\frac{\pi-\theta}{2}} \cos\varphi\,d\varphi = \frac{2}{vp}\sin\frac{\pi-\theta}{2} = \frac{2}{vp}\cos\frac{\theta}{2}\,.$$

Also gilt:

$$2Mv\sin\frac{\theta}{2} = \frac{2ee'}{vp}\cos\frac{\theta}{2}\,,$$

oder abschließend:

$$\operatorname{tg}\frac{\theta}{2} = \frac{ee'}{Mv^2p}\,. \tag{1}$$

Bei kleinen Werten des Winkels θ kann man $\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}$ durch $\frac{\theta}{2}$ ersetzen. In diesem Fall führt die vorstehende Gleichung angenähert zu folgendem Ausdruck:

$$\theta \approx \frac{ee'/p}{{}^1\!/_2\,Mv^2}\,, \tag{1a}$$

d. h., der Streuwinkel des Teilchens ist gleich dem Verhältnis seiner potentiellen Energie für $r = p$ zu seiner (anfänglichen) kinetischen Energie.

[1]) Während der Zeit dt erhält das Teilchen von der Kraft einen Impuls der Größe $f\cos\varphi\,dt = ee'\,(\cos\varphi/r^2)\,dt$. Der gesamte während der ganzen Zeit von $-\infty$ bis $+\infty$ auf das Teilchen übertragene Impuls ist gleich $ee'\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos\varphi}{r^2}\,dt$. (*Anm. d. Red.*)

Bis jetzt haben wir den streuenden Kern als ruhend angesehen, d. h., seine Masse M' wurde als unendlich groß angenommen. Diese Einschränkung kann folgendermaßen beseitigt werden: Wir betrachten die Bewegung der beiden Teilchen unter dem Einfluß ihrer gegenseitigen Wechselwirkung. Diese Wechselwirkung ist durch Kräfte von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung bestimmt. Also lauten die Bewegungsgleichungen der beiden Teilchen in vektorieller Form:

$$M \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{f}, \quad M' \frac{d^2 \vec{r}'}{dt^2} = -\vec{f},$$

wo der Kraftvektor $\vec{f}$ zahlenmäßig gleich $\frac{ee'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}$ ist und parallel zu der vektoriellen Differenz $\vec{r} - \vec{r}'$ liegt ($\vec{r}'$ ist der Radiusvektor des schweren Kerns, bezogen auf irgendeinen ruhenden Punkt, $\vec{r}$ der Radiusvektor des leichten Kerns, bezogen auf denselben Punkt). Addieren wir diese beiden Gleichungen, so erhalten wir:

$$\frac{d^2}{dt^2}(M\vec{r} + M'\vec{r}') = 0, \quad \text{also} \quad M \frac{d\vec{r}}{dt} + M' \frac{d\vec{r}'}{dt} = \text{const.}$$

Diese Gleichung zeigt, daß sich der gemeinsame Schwerpunkt der beiden Teilchen $\left(\text{dessen Lage durch den Vektor } \frac{M\vec{r} + M'\vec{r}'}{M + M'} \text{ bestimmt ist}\right)$ geradlinig gleichförmig bewegt. Andererseits erhalten wir, wenn wir die erste unserer beiden Ausgangsgleichungen durch M dividieren, die zweite durch M' und beide voneinander subtrahieren:

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec{r} - \vec{r}') = \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M'}\right)\vec{f}.$$

Hieraus ist zu ersehen, daß die relative Bewegung des Teilchens (des leichten Kerns) ebenso verläuft wie seine Bewegung bei ruhendem Kern, nur mit dem Unterschied, daß seine reziproke Masse $\frac{1}{M}$ durch die Summe

$$\frac{1}{M} + \frac{1}{M'}$$

ersetzt wird; daß also dem bewegten Teilchen die effektive Masse

$$M_{\text{eff}} = \frac{MM'}{M + M'}$$

zugeschrieben wird.

Mit dieser Änderung bleibt die oben für den Ablenkungswinkel des Teilchens abgeleitete Gleichung (1) bei seiner relativen Bewegung in Kraft.

Wir behandeln nun das Problem der absoluten Bewegung der beiden Teilchen, d. h. ihre Bewegung, bezogen auf ein Koordinatensystem, in dem der anfänglich ruhende Kern eine gewisse Geschwindigkeit annimmt. Wir wollen hierbei die anfängliche Geschwindigkeit des Teilchens nach wie vor mit $\vec{v}$ bezeichnen, seine Endgeschwindigkeit mit $\vec{u}$; die Endgeschwindigkeit des Kerns

bezeichnen wir mit $\vec{u}'$ (seine Anfangsgeschwindigkeit wollen wir gleich Null nehmen). Die auf den Kern bezogene Geschwindigkeit des Teilchens nach dem Zusammenstoß mit dem Kern bezeichnen wir wie früher mit $\vec{v}'$. Der Vektor $\vec{v}'$ ist zahlenmäßig gleich $\vec{v}$ und bildet mit ihm den Winkel θ, der durch die Gleichung (1) bestimmt wird, wenn man darin M durch M_{eff} ersetzt. Nach Definition gilt:

$$\vec{v}' = \vec{u} - \vec{u}'. \tag{2}$$

Ferner ist nach dem Impulssatz und dem Energiesatz:

$$M\vec{v} = M\vec{u} + M'\vec{u}' \tag{2a}$$

und

$$M v^2 = M u^2 + M' u'^2. \tag{2b}$$

Aus Gleichung (2a) folgt

$$M^2 v^2 = M^2 u^2 + M'^2 u'^2 + 2 M M' \vec{u} \cdot \vec{u}'.$$

In dem Spezialfall $M = M'$, d. h., wenn ein Teilchen von gleicher Masse mit dem Kern zusammenstößt, folgt aus dieser Gleichung in Verbindung mit der Gleichung (2b) die Gleichung $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 0$; diese zeigt, daß die Bahnen der beiden Teilchen nach dem Zusammenstoß einen rechten Winkel miteinander bilden. Aus Gleichung (2) folgt ferner: $\vec{v} - \vec{v}' = \vec{v} - \vec{u} + \vec{u}'$. Vergleichen wir diese Gleichung mit der Gleichung $M(\vec{v} - \vec{u}) = M'\vec{u}'$, die sich aus (2a) ergibt, so erhalten wir:

$$\vec{v} - \vec{v}' = \frac{M + M'}{M} \vec{u}'.$$

Diese Formel zeigt, daß der Vektor $\vec{u}'$ dem Vektor $\vec{v} - \vec{v}'$, also der Geraden AB in Abbildung 1, parallel ist und den Bruchteil $\frac{M}{M + M'}$ seiner Länge besitzt. Wenn wir ihn längs AB so abtragen, daß sein Anfang mit dem Punkt B und sein Ende mit dem Punkt C (Abb. 2) zusammenfällt, so ist der Vektor OC nichts anderes als die Geschwindigkeit des betrachteten Teilchens nach seinem Zusammenstoß mit dem Kern.

Mit dieser Konstruktion kann das Problem der Bewegung des Teilchens und des Kerns als gelöst angesehen werden, da die Lösung für deren relative Bewegungen bekannt ist.

Wir verwenden die gewonnene Lösung, um die Energie zu berechnen, die von dem Teilchen an den Kern abgegeben wird. Die kinetische Energie des Kerns nach dem Zusammenstoß ist gleich

$$\frac{1}{2} M' u'^2 = \frac{1}{2} M' (\vec{v} - \vec{v}')^2 \frac{M^2}{(M + M')^2},$$

Abb. 2

d. h. nach der Gleichung $|\vec{v} - \vec{v}'| = 2\vec{v} \sin \frac{\theta}{2}$;

$$\frac{1}{2} M' u'^2 = 2 \frac{M^2 M'}{(M + M')^2} v^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

oder nach Gleichung (1), wenn wir M durch M_{eff} ersetzen und $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ durch $\frac{1}{1 + \text{ctg}^2 \frac{\theta}{2}}$:

$$\frac{1}{2} M' u'^2 = \frac{2}{M'} \left(\frac{ee'}{pv}\right)^2 \frac{1}{1 + (ee'/M_{\text{eff}} pv^2)^2} . \tag{3}$$

Das erhaltene Resultat ist von wesentlicher Bedeutung für die Theorie der Bremsung schnell bewegter Teilchen beim Durchgang durch Materie. Diese Bremsung kommt, wie wir wissen, durch die Wechselwirkung mit den Elektronen zustande. Der Umstand, daß die Elektronen eine negative Ladung besitzen, daß sie die positiv geladenen Teilchen also anziehen (und nicht abstoßen), hat keine wesentliche Bedeutung, da ihre Ladung in der Gleichung (3) im Quadrat auftritt. Was die effektive Masse eines Wasserstoff- oder Heliumatomkerns relativ zum Elektron betrifft, so unterscheidet sie sich praktisch nicht von der Masse des Elektrons (die wir im folgenden mit m bezeichnen wollen). Die Energie, die das Teilchen beim Zusammenstoß mit einem Elektron verliert, unter der Voraussetzung, daß das Elektron vor dem Zusammenstoß in Ruhe war, wird aber vermittels der Zielentfernung p durch die Gleichung (3) ausgedrückt, wenn man darin M' und M_{eff} durch m ersetzt. Wir erkennen, daß bei genügend großen Zielentfernungen, die die Ungleichung

$$\frac{|ee'|}{p m v^2} < 1, \tag{3a}$$

erfüllen, die Gleichung (3) angenähert in die Form übergeht:

$$\frac{1}{2} m u'^2 = \frac{2 (ee')^2}{m v^2 p^2} . \tag{3b}$$

Diese Näherung verliert für $p = 0$, d. h. bei frontalem Stoß, jeden Sinn. In diesem Fall verändert sich die Gleichung (3) in die Gleichung

$$\frac{1}{2} u'^2 = \frac{2 M^2}{(M + M')^2} v^2 .$$

Insbesondere verwandelt sie sich für $M = M'$ in die Form $u' = v$ und für $M' \ll M$ (Zusammenstoß mit einem Elektron) in $u' = 2v$. Diese Ergebnisse können unmittelbar aus dem Impulssatz und dem Energiesatz für die beiden zusammenstoßenden Teilchen abgeleitet werden[1]).

[1]) In der Tat gilt hierbei:

$$M (v - u) = mu' \text{ und } \frac{1}{2} M (v^2 - u^2) = \frac{1}{2} M (v + u)(v - u) = \frac{1}{2} mu'^2,$$

was

$$v + u = u'$$

ergibt. Hieraus folgt:

$$u = \frac{M - m}{M + m} v \approx v \text{ und } u' \approx 2v .$$

Die Gleichung (3b) kann mit Hilfe des Begriffs der mittleren Stoßdauer elementar abgeleitet werden. Diese Stoßdauer kann man als die Zeit

$$\tau = \frac{2p}{v}$$

definieren, in deren Verlauf die Entfernung des Teilchens von dem ruhenden Elektron nahezu gleich p bleibt. In Wirklichkeit bleibt das Elektron natürlich nicht in Ruhe, sondern es bewegt sich um den Kern des Atoms, dem es angehört oder — richtiger gesagt — dem es vor dem Zusammenstoß angehörte. Wenn die Entfernung p aber klein genug und die Geschwindigkeit v groß genug ist, so kann sich das Elektron während der Zeit τ auf seiner ungestörten Bahn fast gar nicht fortbewegen, d. h., sein Zusammenstoß mit dem Teilchen wird den Charakter eines *momentanen* Zusammenstoßes haben. Unter diesen Umständen kann das Elektron praktisch als frei angesehen werden, d. h., man kann die Kräfte vernachlässigen, die es im Atom binden und zwingen, sich im Atom um den Kern herum zu bewegen. Vernachlässigen wir die Wanderung des Elektrons während der Zeit τ des Zusammenstoßes mit dem Teilchen, betrachten die Bewegung des Teilchens aber als geradlinig gleichförmig (entlang der Geraden AC in Abbildung 3), d. h., vernachlässigen wir die Reaktion des Elektrons auf diese Bewegung, so sehen wir, daß die Kraft F, die das Elektron von seiten des Teilchens erfährt, im Mittel längs des Lotes OB gerichtet und annähernd gleich ee'/p^2 ist. Der Impuls dieser Kraft während der Zeit τ des Zusammenstoßes ist annähernd gleich dem Produkt

$$\frac{ee'}{p^2}\,\frac{2p}{v} = \frac{2ee'}{vp}\,.$$

Abb. 3

Dieser Impuls erteilt dem Elektron die Bewegungsgröße mu' annähernd in der Richtung senkrecht zur Bahn des Teilchens. Dividieren wir $(mu')^2$ durch die doppelte Masse des Elektrons, so erhalten wir die kinetische Energie, die es bei dem Zusammenstoß mit dem Teilchen von diesem erhält. Diese Energie ist infolgedessen gleich

$$\frac{1}{2}\,mu'^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{2ee'}{vp}\right)^2,$$

was genau mit der Gleichung (3b) übereinstimmt.

Bei großen Werten der Zielentfernung oder bei kleinen Geschwindigkeiten des Teilchens findet eine solche Übereinstimmung natürlich nicht statt.

Insbesondere in dem Fall, wo die Stoßdauer $\tau = \frac{2p}{v}$ mit der Umlaufzeit der ungestörten Bewegung des Elektrons im Atom (rund um den Atomkern) vergleichbar ist, übt das an ihm vorbeifliegende Teilchen praktisch keinerlei Einwirkung darauf aus. Der maximale Wert der Zielentfernung $p_{\max}$, bei dem das Elektron einem an ihm vorbeisausenden Teilchen Energie entnimmt, ist also durch die Gleichung bestimmt:

$$p_{\max} = \frac{1}{2}\,v\tau_0,$$

wo τ_0 die Umlaufzeit des Elektrons ist, oder

$$p_{\max} = \frac{v}{2\nu_0},$$

wo $\nu_0 = \frac{1}{\tau_0}$ die Umlaufsfrequenz ist.

Im folgenden wollen wir das Elektron für $p < p_{\max}$ als völlig frei (hinsichtlich der Wechselwirkung mit dem betrachteten Teilchen) und für $p > p_{\max}$ als vollständig gebunden betrachten (d. h. als nicht imstande, ihm Energie fortzunehmen).

8*. Die statistische Theorie der Streuung und Bremsung schneller geladener Teilchen

A. Streuung

Die oben dargestellte analytische Theorie der Streuung von Wasserstoff- oder Heliumkernen kann leicht zur Aufstellung einer statistischen Theorie ihrer Verteilung nach Streuwinkeln verwendet werden unter der Voraussetzung, daß ein jedes von ihnen nicht mehr als einmal eine stärkere Ablenkung erfährt (Theorie der einfachen oder einmaligen Zusammenstöße). Diese Voraussetzung ist dann erfüllt, wenn die Schichtdicke des Körpers, durch den ein Parallelstrahlenbündel der betrachteten Teilchen hindurchfliegt, genügend klein ist, so daß die meisten Teilchen in großen Entfernungen an den Atomkernen vorbeifliegen, denen also nur sehr kleine Ablenkungswinkel entsprechen, und daß nur für verhältnismäßig wenige Teilchen die Zielentfernung p so klein ist, daß die entsprechende Ablenkung größer wird.

Der Einfachheit halber beschränken wir uns auf Zusammenstöße mit schweren Kernen, die man daher als ruhend betrachten kann. Wir umgeben einen jeden von ihnen mit einer Röhre vom Radius p, der Wandstärke dp und einer Achse parallel zur Richtung des Stromes der einfallenden Teilchen. Wenn der Körper die Form einer ebenen Platte senkrecht zu diesem Strom hat, werden diese Röhren in Form von winzigen Ringen auf die Fläche der Platte projiziert (Abb. 4), die sich praktisch gegenseitig nicht schneiden, da uns nur außerordentlich kleine Zielentfernungen interessieren.

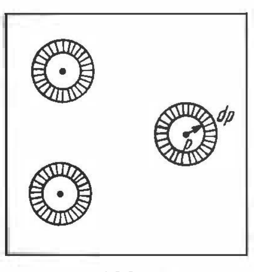


Abb. 4

Wir bezeichnen die Gesamtzahl der Teilchen, die durch die Fläche S der Platte hindurchfliegen, mit Q. Bei gleichmäßiger Verteilung über diese Fläche ist die Zahl der Teilchen, die eines der von den Kernen gebildeten Ziele — die kleinen Kreise mit dem Radius p — treffen, gleich dem Produkt des Verhältnisses Q/S (der Stromdichte) mit der Fläche $\pi p^2 N$ dieser Ziele; dabei ist N die Gesamtzahl der Atome in der betrachteten Schicht von der Stärke l. Wenn wir die Zahl der Atome in der Volumeinheit

mit n bezeichnen, so erhalten wir für die Zahl der betrachteten Zusammenstöße (mit einer Zielentfernung, die nicht größer ist als p) den Ausdruck:

$$\frac{Q}{S}\pi p^2 n l S = Q\pi p^2 n l,$$

da $N = nlS$ ist.

Damit diese Zusammenstöße als einmalige angesehen werden können, muß die betrachtete Zahl klein sein, verglichen mit Q, d. h., es muß sein:

$$\pi p^2 n l \ll 1. \tag{4}$$

Die Größe

$$l_0 = \frac{1}{\pi p^2 n} \tag{4a}$$

könnte man als die mittlere Weglänge für die Teilchen bezeichnen, die Ablenkungen größer als der Winkel θ erfahren, der mit p entsprechend der Gleichung (1) zusammenhängt. So erhalten wir z. B., wenn wir Ablenkungswinkel größer als 90° betrachten, für sie

$$\frac{ee'}{Mv^2 p} = 1,$$

d. h.

$$p = \frac{ee'}{Mv^2}.$$

Für einen Wasserstoffkern mit einer Energie von etwa 1 MeV ist p mit $e = 5 \cdot 10^{-10}$ und $e' = 50e$ ungefähr gleich 10^{-11} cm; dies entspricht einer freien Weglänge l von 1 cm in einem festen Körper und von 10 m in einem Gase.

Die oben angegebene Definition der mittleren freien Weglänge hat die völlig formale Bedeutung, daß sie den Bruchteil der Teilchen bestimmt, die beim Durchfliegen der betreffenden Entfernung um einen Winkel abgelenkt werden, der gleich θ oder größer ist, und zwar: wenn diese Entfernung $x \ll l_0$ ist, so wird der betrachtete Bruchteil gleich dem Verhältnis x/l_0.

Ein bequemeres Maß für die Verteilung der (einmal) abgelenkten Teilchen auf die Winkel θ ist der sogenannte „differentielle Querschnitt“ des Kerns, der proportional dem Ausdruck $2\pi p dp$ ist, d. h. proportional der Fläche eines Ringes vom Radius p und der Breite dp, dem ein Ablenkungswinkel zwischen θ und $\theta + d\theta$ entspricht. Differenzieren wir die Gleichung

$$p^2 = \left[\frac{ee'}{Mv^2 \operatorname{tg}\theta/2}\right]^2,$$

die sich aus der Gleichung (1) ergibt, nach θ und multiplizieren wir sie mit π, so erhalten wir

$$|2\pi p dp| = \pi K^2 \frac{\cos\theta/2}{\sin^3\theta/2} d\theta, \tag{5}$$

in der wir zur Abkürzung

$$K = \frac{ee'}{Mv^2}$$

gesetzt haben.

Genauer wird der differentielle Querschnitt nicht für einen einzelnen Kern, sondern für die ganze Platte bestimmt als das Verhältnis der Zahl von Teilchen dQ, die beim Durchgang durch die betreffende Schicht des Körpers (von der Stärke $x \ll l$) eine Ablenkung zwischen θ und $\theta + d\theta$ erfahren, zur Gesamtzahl Q der auffallenden Teilchen. Dieses Verhältnis ergibt sich durch Multiplikation des obigen Ausdrucks für $2\pi p dp$ mit nx; es ist gleich jener Fläche, die von den Ringen mit dem Radius p und der Breite dp, die die Gesamtfläche der entsprechenden Kernziele charakterisieren, aus der Flächeneinheit der Platte herausgeschnitten wird.

Wenn wir ferner die Zahl der abgelenkten Teilchen auf die Einheit des räumlichen Winkels

$$2\pi \sin\theta d\theta = 4\pi \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} d\theta$$

beziehen, so erhalten wir abschließend folgenden Ausdruck:

$$\frac{2\pi p dp nx}{4\pi \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} d\theta} = \frac{K^2}{4} \frac{nx}{\sin^4\frac{\theta}{2}}. \tag{5a}$$

Diese Gleichung wurde durch die Versuche glänzend bestätigt; sie gestattete, die elektrischen Ladungen der verschiedenen Kerne zu bestimmen, da die Ladung e der Teilchen, mit denen sie beschossen wurden, bekannt war. Bei den Versuchen von RUTHERFORD und seinen Mitarbeitern waren diese Teilchen Heliumkerne, deren Ladung zahlenmäßig gleich der doppelten Ladung des Elektrons ist. Nachdem im Jahre 1933 die Technik der Beschleunigung von Protonen in starken elektrischen Feldern entwickelt worden war, wurde die Gleichung (5a) auch für diesen Fall nachgeprüft.

B. Bremsung

Wir wiesen zuvor schon darauf hin, daß die Bremsung von schnellen geladenen Teilchen bei ihrem Durchgang durch eine Schicht Materie praktisch nur durch ihre Wechselwirkung mit den Elektronen hervorgerufen wird, die in den Atomen dieses Stoffes enthalten sind.

Die kinetische Energie, die das Teilchen in der Zeit dt verliert, also $-\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} M v^2\right) dt$, ist gleich der Summe der Energien, die ihm während dieser Zeit durch die Elektronen entzogen werden, mit denen es zusammenstößt, d. h. gleich der Summe der Werte $\frac{1}{2} m u'^2$, erstreckt über alle Zusammenstöße mit Zielentfernungen von $p = 0$ bis zu einem gewissen $p_{\max}$, das für Elektronen mit verschieden starker Bindungsenergie in den Atomen einen verschieden großen Wert hat.

Die Zahl der Zusammenstöße mit einer Zielentfernung zwischen p und $p + dp$ während der Zeit dt auf der Einheit des Weges ist gleich

$$2\pi p dp n,$$

wenn wir annehmen, daß in jedem Atom nur ein Elektron enthalten ist (n ist die Zahl der Atome in der Volumeinheit), und wenn wir ferner voraussetzen, daß der Weg $dx = vdt$, den das Teilchen in der Zeit dt zurücklegt, sehr groß ist, verglichen mit dem Maximalwert der Zielentfernung $p_{\max}$. Vernachlässigen wir die Energie, die zum Ablösen des Elektrons aus dem Atom aufgewendet werden muß, d. h., nehmen wir das Elektron als völlig frei und vor dem Zusammenstoß als ruhend an, so erhalten wir für die Energie, die durch Zusammenstöße mit dem betrachteten Teilchen während der Zeit dt auf die oben genannten Elektronen übertragen wird, nach der Gleichung (3) den Ausdruck

$$2\pi p\,dp\,n\,\frac{2}{m}\left(\frac{ee'}{pv}\right)^2 \frac{1}{1+\left(\frac{ee'}{mpv^2}\right)^2},$$

wenn wir mit m $(= M')$ gleichsetzen

$$M_{\text{eff}} = \frac{Mm}{M+m}.$$

Setzen wir der Kürze halber

$$\frac{ee'}{mv^2} = a,$$

so können wir diesen Ausdruck in der Form

$$\frac{4\pi n(ee')^2}{mv^2}\,\frac{p\,dp}{p^2+a^2}$$

schreiben. Integrieren wir ihn von $p = 0$ bis $p_{\max}$, so erhalten wir

$$\frac{2\pi(ee')^2}{mv^2}\,n\ln\frac{p^2_{\max}+a^2}{a^2} \approx \frac{4\pi(ee')^2}{mv^2}\,n\ln\frac{p_{\max}}{a}$$

(da $p_{\max} \gg a$).

Die Summe dieser Ausdrücke für alle Z Elektronen, die die Hülle jedes Atoms bilden, ist gleich der kinetischen Energie, die das Teilchen in der Zeit dt, d. h. auf dem Wege $dx = vdt$, verliert.

Die Energie, die es auf der Längeneinheit des Weges verliert,

$$-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) = -\frac{1}{v}\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right),$$

ist also durch die Gleichung

$$-\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}Mv^2\right) = \frac{4\pi(ee')^2 n}{mv^2}\sum_1^Z \ln\frac{p_{\max}}{a} \tag{6}$$

bestimmt.

Wir bemerken noch, daß sich der Parameter a von der oben eingeführten Größe K nur dadurch unterscheidet, daß die Masse M des Teilchens durch die Masse m des Elektrons ersetzt worden ist. (Auf diesen Wert kommt die effektive Masse M_{eff} hinaus.)

Ersetzen wir den Maximalwert der Zielentfernung für das Elektron der i-ten Sorte durch $\frac{1}{2}\frac{v}{\nu_i}$, wo ν_i die Umlaufsfrequenz dieses Elektrons ist, und dividieren wir durch Mv, so erhalten wir abschließend

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{4\pi(ee')^2}{Mmv^3}\,nZ\ln\frac{mv^3}{2\bar{\nu}|ee'|}, \tag{6a}$$

wo $\bar{\nu}$ das logarithmische Mittel aus allen Elektronenfrequenzen für das betreffende Atom ist $\left(Z \ln \bar{\nu} = \sum_{i=1}^{z} \ln \nu_i\right)$.

Die Gleichung (6a) gibt den Charakter der Abhängigkeit der Teilchengeschwindigkeit von der Tiefe, bis zu der das Teilchen in den betreffenden Körper eindringt, richtig wieder. Wir können nämlich, wenn wir die Abhängigkeit des logarithmischen Gliedes von der Geschwindigkeit vernachlässigen, die vorstehende Gleichung in der Form

$$-v^3 dv = A dx$$

schreiben, wo A eine Konstante ist; hieraus folgt

$$x = \frac{1}{4A}(v_0^4 - v^4).$$

Dieses Gesetz ist aber nur für sehr schnelle Teilchen (Elektronen) gültig. Bei langsameren Teilchen darf man die Abhängigkeit des logarithmischen Gliedes von der Geschwindigkeit nicht vernachlässigen, und in diesem Fall bewährt sich besser eine Gleichung von der Form

$$-v^2 dv = B dx,$$

das heißt

$$x = \frac{1}{3B}(v_0^3 - v^3).$$

Nach dieser Gleichung ist die Weglänge der Teilchen in dem betreffenden Körper proportional der 3. Potenz seiner Anfangsgeschwindigkeit v_0.

Wir bemerken noch, daß die vorstehend eingeführte Größe a die Minimalentfernung darstellt, bis zu der sich ein Elektron mit der Anfangsgeschwindigkeit v einem ruhenden Teilchen mit derselben Ladung nähern würde. Diese Entfernung hat für ein Teilchen, das sich mit etwa $^1/_{10}$ Lichtgeschwindigkeit bewegt (diese Geschwindigkeit entspricht im Fall des Protons einer Energie von einigen MeV und im Fall des Elektrons einer Energie von etwa 3000 eV), den Wert $2 \cdot 10^{-11}$ cm. Andererseits ist der Maximalwert der Zielentfernung, bei der ein Zusammenstoß wirksam, d. h. praktisch momentan ist, für die am schwächsten gebundenen Elektronen ($\nu = 10^{16}$) für $v = 10^9$ cm/sec ungefähr gleich $6 \cdot 10^{-7}$ cm. In diesem Fall ist also

$$\frac{p_{\max}}{a} = \frac{6 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-11}} = 3 \cdot 10^4.$$

Der natürliche Logarithmus dieses Verhältnisses ist nahezu gleich 10. Nimmt v zum Beispiel auf $^1/_{10}$ ab, so ändert er sich um ungefähr 5 Ganze, während der Faktor vor der Summe in Gleichung (6) hierbei auf das 100fache zunimmt. Da Teilchen mit $v = 10^8$ cm/sec praktisch Materie schon nicht mehr durchdringen können, so ist das Durchdringungsvermögen oder die Reichweite von schnellen geladenen Teilchen in verschiedenen Stoffen leicht abzuschätzen. Für Protonen mit $v = 3 \cdot 10^9$ cm/sec ist dieser Wert in Luft von normaler Dichte ungefähr gleich 30 cm. Für Heliumkerne nimmt er etwa auf den 4. Teil ab. [Wie aus der

Gleichung (6) zu erkennen ist, ist sie angenähert umgekehrt proportional dem Quadrat der Ladung des Teilchens.] Bei der Bewegung durch eine feste Platte nimmt die Reichweite umgekehrt proportional der Dichte ab, d. h. (verglichen mit einem Gase) ungefähr auf den 1000. Teil und erreicht 300 μ. Diese Tatsache ist auf Photographien von Teilchenbahnen in lichtempfindlichen Emulsionen direkt nachzuprüfen (siehe nachstehend).

Zum Schluß bemerken wir noch, daß die Energie, die bei einem wirksamen Zusammenstoß auf die Elektronen übertragen wird, bedeutend größer ist als die Bindungsenergie der entsprechenden Elektronen in Atomen, so daß diese Elektronen aus den Atomen herausgerissen werden. Jeder wirksame Zusammenstoß ist also mit einer einmaligen Ionisation des Atoms verknüpft.

9. Die Methoden der Registrierung und der Erzeugung von schnellen geladenen Teilchen

Wir behandeln jetzt kurz die heutigen Methoden zur Beobachtung von Elektronen oder positiven Kernen, die sich mit sehr großer Energie — von 1 MeV und mehr — bewegen. Es ist hervorzuheben, daß man trotz der äußerst geringen Masse dieser Teilchen bei so hohen Energien jedes dieser Teilchen für sich beobachten kann, und zwar infolge ihrer elektrischen Ladung, die es auch ermöglicht, ihnen diese Energien künstlich mitzuteilen.

Die anschaulichste Methode zur individuellen Beobachtung dieser Teilchen wurde schon 1911 von WILSON entwickelt. Hierzu wird die Ionisation der Stoffe verwendet, durch die die schnellen geladenen Teilchen hindurchfliegen, d. h. die Tatsache, daß durch diese Teilchen aus den Atomen des Stoffes Elektronen herausgerissen werden. (Dies ist, wie wir gesehen haben, die Ursache der Bremsung dieser Teilchen.) Wenn sich der Stoff in gasförmigem Zustande befindet und übersättigten Wasserdampf enthält, so wird die Kondensation dieses Dampfes beim Auftreten von positiven oder negativen Ionen, insbesondere auch von Elektronen, erleichtert, so daß jedes frei gewordene Elektron gewissermaßen zu einem Zentrum wird, um das sich ein Wassertröpfchen bildet. Da die aus den Atomen herausgerissenen Elektronen eine verhältnismäßig geringe Energie besitzen, entfernen sie sich nur ganz wenig vom Ort ihrer Entstehung; daher bilden sich die Wassertröpfchen in unmittelbarer Nähe der Bahn des ionisierenden Teilchens (d. h. des schnellen Elektrons oder Kerns) und verraten uns diese Bahn in Form eines feinen Nebelfadens, den man auch als Spur („track“) bezeichnet.

Einige Spuren, die beim Durchgang von Elektronen und leichten Kernen mit einer Energie von etwa 1 MeV durch eine WILSON-Kammer aufgenommen wurden, zeigen die Abb. 5 bis 10. Die Photographien der Spuren von Wasserstoff- und Heliumkernen bestätigen das Bild vom Durchgang schneller geladener Teilchen durch Materie, das im vorigen Paragraphen entworfen wurde. Die Spuren sind im wesentlichen gerade Linien mit verhältnismäßig seltenen Knicken in den Punkten, wo das betreffende Kerngeschoß einen Zusammenstoß

erlitten hat, d. h. eine enge Annäherung an einen der Atomkerne des Gases, das die Kammer füllt. Wenn man die Kammer in ein Magnetfeld parallel zur Kammerachse bringt, so werden die geradlinigen Spuren oder Spurenabschnitte gekrümmt und verwandeln sich in Kreisbogen, aus deren Krümmung man Schlüsse auf die Energie der betreffenden Teilchen ziehen kann.

Die Verwendung der WILSON-Kammer mit einem Magnetfeld, die von P. L. KAPITZA zuerst vorgeschlagen wurde, ist besonders bequem für Elektronen, wie D. W. SKOBELZYN nachwies; diese werden wegen ihrer geringen Masse unter dem Einfluß eines Magnetfeldes von bestimmter Stärke viel kräftiger abgelenkt als positive Kerne derselben Energie.

Zum Auffinden von schnellen Elektronen verwendet man auch einen noch einfacheren Apparat, das sogenannte Elektronen-Zählrohr[1]). Das Zählrohr besteht aus einer kleinen dünnwandigen Kammer von der Form eines Zylinders (Radius etwa 1 cm und Länge etwa 10 cm), längs deren Achse, isoliert von ihrer Oberfläche, ein dünner Draht ausgespannt ist. Zwischen diesem Draht und der Zylinderwand besteht eine Potentialdifferenz von etwa Tausend Volt, die nahezu den Wert erreicht, bei dem in dem Füllgas des Zählrohrs eine elektrische Entladung stattfindet. Es genügt das Vorhandensein einer verhältnismäßig kleinen Zahl von Elektronen in dem Apparat, um eine Entladung in Form einer „Ionisations-Lawine" hervorzurufen; diese entsteht dadurch, daß diese Elektronen in dem elektrischen Felde beschleunigt werden und dann aus den Atomen, mit denen sie zusammenstoßen, neue Elektronen herausreißen.

Diese anfängliche Ionisation des Gases im Zählrohr kann insbesondere dadurch hervorgerufen werden, daß ein schnelles Elektron durch das Zählrohr hindurchfliegt, das also imstande ist, durch die Wand des Zählrohrs in sein Inneres zu dringen, durch das Füllgas hindurchzufliegen und wieder nach außen zu schlüpfen (natürlich mit verminderter Geschwindigkeit). Die Ionisation, die das Hindurchfliegen des Elektrons durch das Gas unmittelbar verursacht, ist an und für sich so geringfügig, daß sie unmöglich registriert werden könnte. Wird sie aber infolge der sekundären Ionisationsvorgänge, die durch die Einwirkung des elektrischen Feldes auf die frei gewordenen Elektronen hervorgerufen werden, auf ein Vielfaches verstärkt, so führt sie sehr schnell zu einer elektrischen Ladung von erheblicher Größe. Auf diese Weise verrät sich jedes durch das Zählrohr hindurchgegangene Elektron infolge der momentanen, von ihm hervorgerufenen elektrischen Entladung und kann daher registriert werden. Eine derartige Registrierung oder Zählung einzelner Elektronen ist natürlich nur dann möglich, wenn verhältnismäßig nur selten Elektronen durch das Zählrohr laufen, d. h. in Zeiträumen, die groß sind, verglichen mit der Zeit, die zur Entwicklung und Beseitigung einer einzelnen elektrischen Entladung erforderlich ist.

---

[1]) Meistens nach den Erfindern „GEIGER-MÜLLER-Zählrohr" genannt. Es wurde 1928 veröffentlicht. Von erheblicher Bedeutung ist der von A. TROST 1935 vorgeschlagene Zusatz organischer Dämpfe zum Füllgas. (*Anm. d. Übers.*)

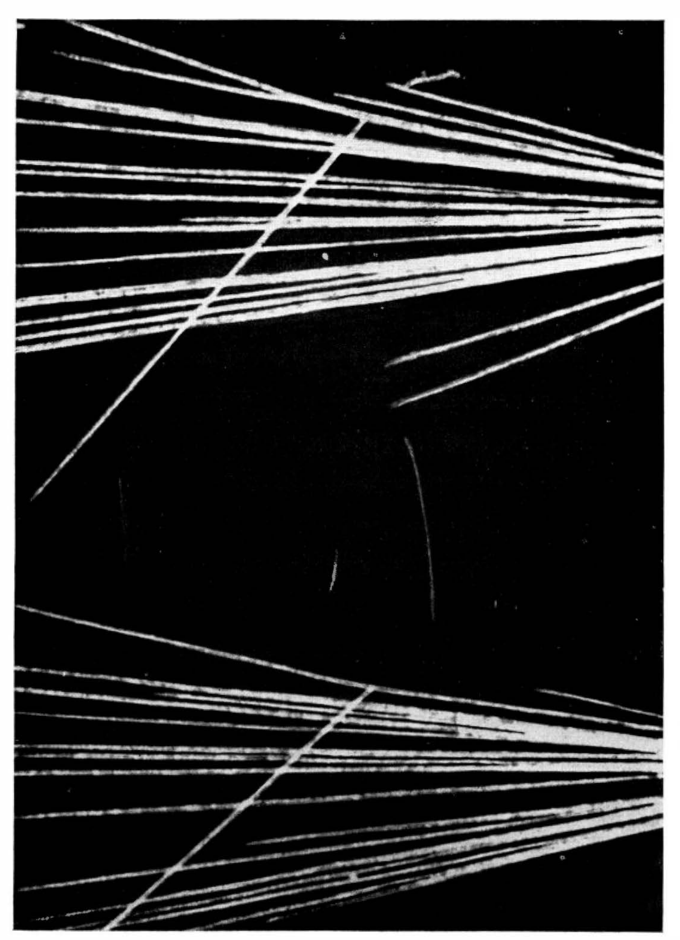


Abb. 5. Streuung von Alpha-Teilchen in Wasserstoff

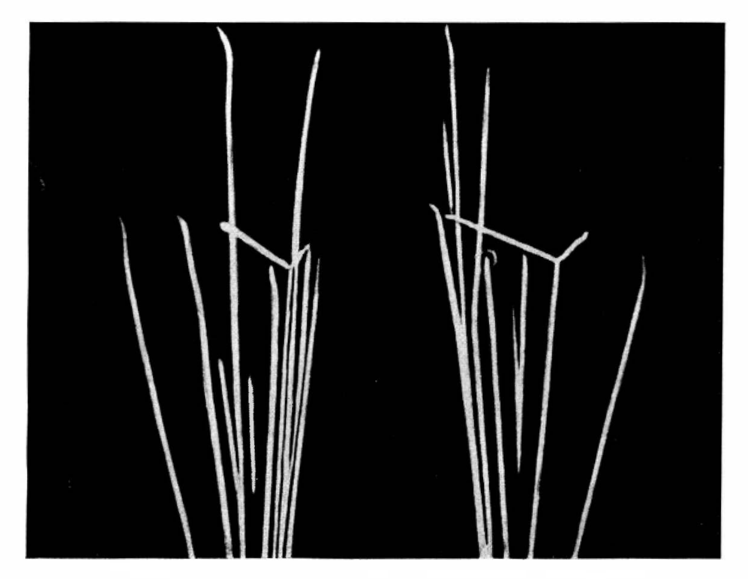


Abb. 6. Streuung von Alpha-Teilchen in Sauerstoff

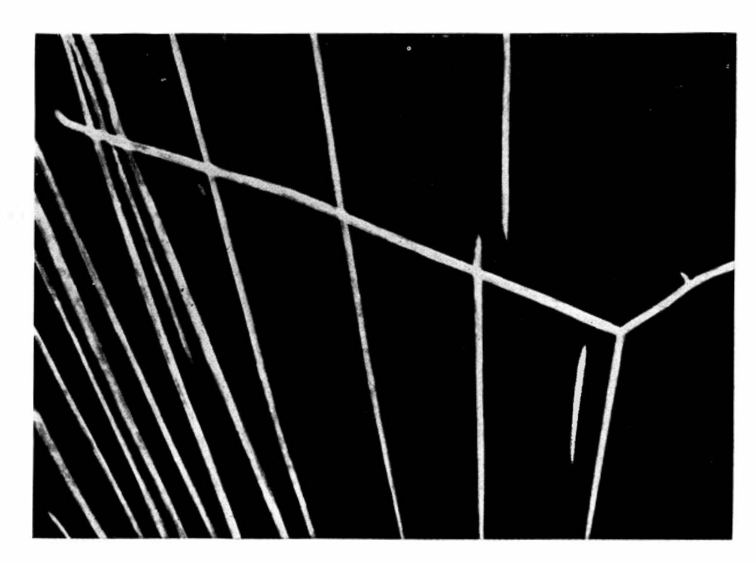


Abb. 7. Zusammenstoß eines Alpha-Teilchens mit einem Neonatom. Das Neonatom erfährt einen nochmaligen Zusammenstoß

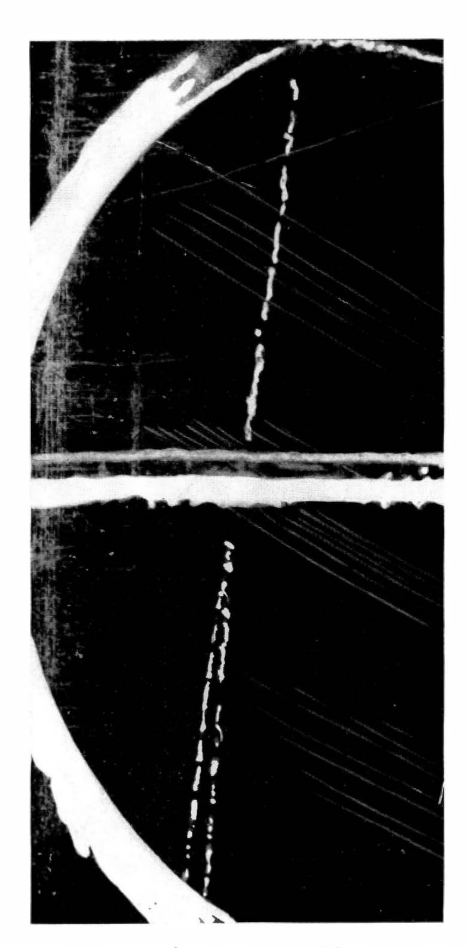


Abb. 8. Durchgang eines Elektrons durch eine Scheidewand in einer WILSON-Kammer. Die Energie des Elektrons ist sehr groß (> 100 MeV); beim Durchgang durch die Platte erzeugt es ein neues Teilchen

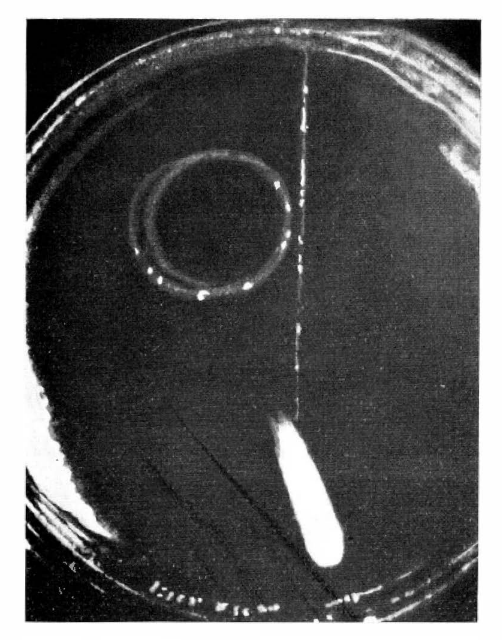


Abb. 9. WILSON-Kammer in einem Magnetfeld.
Die Gerade ist die Spur eines schnellen Elektrons aus kosmischer Strahlung (Energie 200 MeV); die kreisförmige Bahn ist die Spur eines verhältnismäßig langsamen Elektrons (800000 eV) und die dritte Spur die eines Alpha-Teilchens

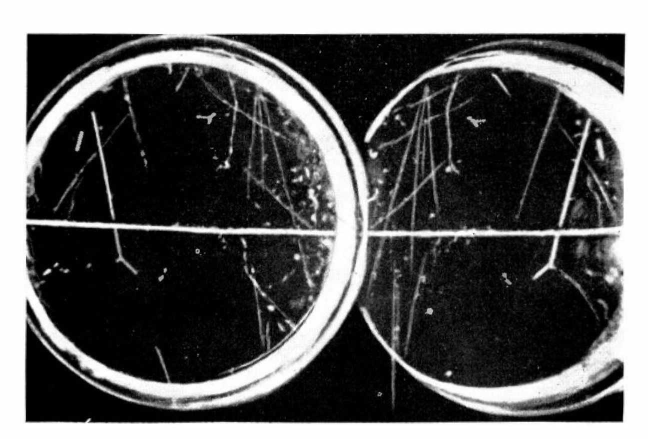


Abb. 10. Stereoskopische Aufnahme der Spur des Kerns eines Wasserstoffatoms (eines Protons). Das Proton durchdringt ein Glimmerplättchen und stößt am Ende seiner Bahn mit einem Atomkern zusammen

Man kann das Zählrohr natürlich auch zum Registrieren von positiv geladenen Kernen verwenden; aber die Energie, die diese besitzen müssen, um die Wände des Zählrohrs zu durchqueren, muß erheblich größer sein als die der Elektronen; denn bei ein und derselben Energie ist die Geschwindigkeit von Elektronen wegen ihrer verhältnismäßig kleinen Masse viel größer.

L. W. MYSSOWSKI und seine Mitarbeiter haben eine neue Methode zum Registrieren von geladenen Teilchen entwickelt — und zwar auf Grund der Spuren, die sie in der lichtempfindlichen Emulsion von photographischen Platten hinterlassen und die nach Entwicklung der Platten zu erkennen sind[1]). Diese Wirkung der geladenen Teilchen läuft ebenso wie die photographische Wirkung des Lichts auf die Entstehung eines latenten Bildes in den Körnern der lichtempfindlichen Emulsion hinaus, durch die sie hindurchfliegen. Bei der Entwicklung werden diese „berührten" Körner vollständig reduziert und bilden eine punktierte Spur des Teilchens, das durch sie hindurchgegangen ist. Diese Spuren oder Tracks sind unter dem Mikroskop leicht zu erkennen — besonders dann, wenn sie mehr oder weniger in der Plattenebene liegen. (Die lichtempfindliche Schicht im Vergleich zu den gewöhnlichen Platten wird hierfür erheblich dicker hergestellt.) Die Länge der erhaltenen Spuren ist natürlich viel geringer als in der WILSON-Kammer und beträgt gewöhnlich nur einige Mikron.

In den letzten Jahren findet die photographische Methode immer weitere Verbreitung und ersetzt weitgehend die kompliziertere Methode von WILSON.

Elektronen und leichte (Helium-)Kerne mit einer kinetischen Energie von etwa 1 MeV sind unter natürlichen Verhältnissen bei verschiedenen radioaktiven Umwandlungen zu beobachten, die wir später noch eingehend behandeln werden. Mit Hilfe verschiedener Hochspannungs-Anlagen (z. B. mit dem VAN DE GRAAFF-Generator) sowie mit anderen „Beschleunigern" kann man sie künstlich erzeugen. Ein guter Beschleuniger für positive Kerne ist ein Apparat, den LAWRENCE 1931 erfunden und als Zyklotron bezeichnet hat. Der Grundgedanke dieses Apparates besteht darin, daß die geladenen Teilchen durch vielfache Wiederholung von verhältnismäßig schwachen elektrischen Stößen entgegengesetzter Richtung beschleunigt werden, ähnlich wie man eine Schaukel aufschaukelt. Als genaueres mechanisches Modell des Zyklotrons kann man einen „Rundlauf" verwenden, bei dem die Schwingungsbewegung durch eine Drehbewegung ersetzt ist. Im Falle geladener Teilchen wird eine Drehbewegung von bestimmter Periode durch die Wirkung eines Magnetfeldes senkrecht zur Ebene

---

[1]) Geschichtliches: O. MÜGGE (Göttingen) fand 1909 als erster, daß Alpha-Teilchen in der photographischen Platte ihre Bahn als „Punktreihen" abbilden. W. MICHL (Wien) führte 1912 bis 1914 die ersten systematischen Untersuchungen durch. M. BLAU (Wien) gelang es 1925 erstmalig, Protonenspuren zu erhalten. MARIETTA BLAU und HERTHA WAMBACHER (Wien) entwickelten die Methode weiter und fanden 1937 — nachdem sie besonders dick gegossene Schichten verwendet und Methoden zu deren Entwicklung ausgearbeitet hatten — die „Zertrümmerungssterne". Aufbauend auf diese Arbeiten entdeckte POWELL (England) den Unterschied zwischen π- und μ-Mesonen. Die erste Arbeit von L. W. MYSSOWSKI stammt aus dem Jahre 1927. (*Anm. d. Übers.*)

der Bewegung hervorgerufen; die Stöße in entgegengesetzter Richtung an gegenüberliegenden Punkten des Kreises (oder richtiger: der Spirale), den die Teilchen beschreiben, werden durch ein elektrisches Wechselfeld von verhältnismäßig kleiner Amplitude hervorgerufen. Dieses Feld wirkt zwischen den beiden ein wenig auseinandergerückten Hälften einer flachen zylindrischen Dose, die längs eines Durchmessers aufgeschnitten ist, wie es Abbildung 11 schematisch zeigt. Damit der Apparat richtig arbeitet, muß ,,Resonanz" bestehen, es muß also die Schwingungsperiode des elektrischen Feldes, das in dem Spalt zwischen den Duanten — d. h. zwischen den beiden Hälften der zylindrischen Kammer — herrscht, mit der Periode der freien Rotation der geladenen Teilchen im Magnetfeld übereinstimmen. Diese Periode

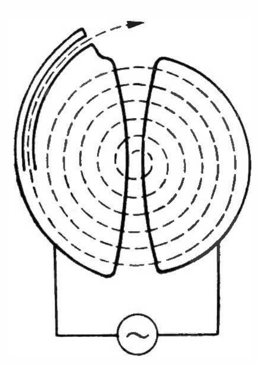


Abb. 11
Schema vom Aufbau der Kammer eines Zyklotrons. Die punktierte Linie (Spirale) ist die Bahn der beschleunigten geladenen Teilchen (Protonen, Deuteronen usw.). Das ablenkende Magnetfeld steht senkrecht zur Ebene der Abbildung. Das beschleunigende elektrische Feld wirkt in dem Spalt zwischen den Duanten abwechselnd nach rechts und links

$$T = \frac{2\pi c m}{e H}$$

(wo m die Masse des Teilchens ist, e seine Ladung, H die Stärke des Magnetfeldes und c die Lichtgeschwindigkeit) hängt, ebenso wie die Periode der kleinen Schwingungen eines Pendels im Schwerefeld, nicht von der Schwingungsamplitude oder von dem Radius des Kreises ab, auf dem sich das Teilchen bewegt. Mit Hilfe des Zyklotrons gelingt es, durch vielfache Wiederholung verhältnismäßig schwacher Stöße von einigen Zehn Kilovolt, die Energie der Teilchen nicht nur auf Werte von Millionen, sondern sogar von einigen Zehnmillionen Elektronenvolt zu steigern.

Zur Beschleunigung von Elektronen auf sehr hohe Energien ist das Zyklotron nicht geeignet, da die Masse der Elektronen schnell zu wachsen beginnt, wenn ihre Energie auf Werte von hunderttausend Elektronenvolt und darüber zunimmt[1]), infolgedessen wird ihre Umlaufszeit in einem homogenen Magnetfelde mit zunehmender Energie größer.

Das Betatron wurde nach Vorarbeiten von R. WIDERÖE von M. STEENBECK 1935 erfunden. KERST verbesserte das Gerät, und im Jahre 1941 gelang es ihm, eine Beschleunigungsanlage für Elektronen zu konstruieren, die er Betatron nannte (nach dem Wort ,,Beta-Strahlen", das schnelle Elektronen bezeichnet). Im Betatron wirkt auf die Elektronen ein mit der Zeit veränderliches, inhomogenes Magnetfeld H, dieses besitzt Radialsymmetrie, so daß einem jeden konzentrischen Kreis vom Radius r ein bestimmtes Feld $H = H(r, t)$ entspricht.

[1]) Für schwerere Teilchen wirkt sich dieser Effekt erst bedeutend später aus — bei Energien von etwa zehnmillionen Elektronenvolt.

Wenn zu einer gewissen Zeit t im Punkt C (Abb. 12) in Richtung der Tangente Elektronen mit der Geschwindigkeit v eintreten, so werden sie in einem Magnetfeld H senkrecht zur Ebene der Abbildung auf einem Kreis vom Radius

$$r = \frac{cmv}{eH} \tag{7}$$

rotieren, da die Zentrifugalkraft gleich der LORENTZ-Kraft ist.

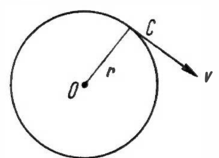


Abb. 12. Schema der Beschleunigung von Teilchen im Betatron

Dieser Radius bleibt dann mit der Zeit konstant, wenn der Impuls des Elektrons $p = mv$ bei einer Änderung des äußeren Feldes H (z. B. nach einem Sinusgesetz) ein konstantes Verhältnis zu der Feldstärke auf dem betreffenden Kreise beibehält. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß diese Konstanz dann gesichert ist, wenn der magnetische Fluß durch den Kreis von dem betrachteten Radius $\Phi_r = \int\limits_0^r H\, 2\,\pi r'\,dr'$ doppelt so groß ist wie der Wert $\Phi = H\pi r^2$, der einem homogenen Feld von der Stärke H entsprechen würde.

In der Tat erzeugt ja die Änderung des magnetischen Flusses Φ_r mit der Zeit ein zirkulares elektrisches Feld, das einer elektromotorischen Kraft $\frac{1}{c}\,\frac{d\Phi r}{dt}$ entspricht und in den Punkten des betrachteten Kreises gleich

$$E = \frac{1}{2\pi r c}\,\frac{d\Phi_r}{dt}$$

ist.

Die longitudinale Bewegung des Elektrons (längs des Kreises) wird durch die Gleichung

$$\frac{d}{dt}(mv) = eE = \frac{e}{2\pi r c}\,\frac{d\Phi_r}{dt}$$

beschrieben, die für $r = \text{const}$ übergeht in

$$mv = \frac{e\Phi_r}{2\pi r c} \tag{8}$$

(wenn am Anfange $v = 0$ und $\Phi_r = 0$ ist).

Drücken wir Φ_r durch $p = mv$ (den Impuls des Elektrons aus, so erhalten wir:

$$\frac{e}{c}\,\Phi_r = 2\pi r p,$$

während wir im Fall eines homogenen Feldes H erhalten würden:

$$\frac{e}{c}\,\Phi_r = \frac{e}{c}\,\pi r^2 H,$$

d. h. nach (7)

$$\frac{e}{c}\,\Phi_r = \pi p r.$$

In diesem Fall würde der Fluß also nur halb so groß wie der zur Erzeugung der „stabilen“ Bahn erforderliche Fluß.

Wir bemerken noch, daß die vorstehenden Ergebnisse unabhängig davon, ob die Masse des Elektrons m konstant ist oder ob sie sich entsprechend dem relativistischen Gesetz

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

mit der Geschwindigkeit ändert (siehe nachstehend), in Kraft bleiben. Daher hat die Abhängigkeit der Masse m von der Geschwindigkeit v keinerlei Einfluß auf die Anwendbarkeit der vorstehenden Ergebnisse.

Die Beschleunigung des Elektrons, die durch die Induktionswirkung des veränderlichen Magnetfeldes hervorgerufen wird, müßte also bei entsprechendem Bau des Elektromagneten (der dafür garantiert, daß die Beziehung $\Phi_r = 2\pi r^2 H_r$ auf dem betreffenden Kreise erfüllt ist) im ersten Viertel der Schwingungsperiode dieses Feldes nach der Formel (8) vor sich gehen.

Mit Hilfe einer besonderen Vorrichtung werden die beschleunigten Elektronen aus der stabilen Bahn herausgeworfen, kurz bevor die Periode des Wechselflusses ihr erstes Viertel beendet hat; zu Beginn des folgenden Zyklus werden von neuem Teilchen mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit in den Apparat „eingespritzt“.

Zur Zeit erzeugt man im Betatron Elektronen mit einer Energie von etwa 100 MeV[1]). Die „Gipfelhöhe“ des Betatrons ist nicht durch die relativistische Änderung der Masse des Teilchens bestimmt wie im Zyklotron, sondern durch seine Energieverluste infolge der Ausstrahlung. Diese Verluste nehmen mit wachsender Energie des Teilchens zu; hat das Elektron eine Energie von etwa 100 MeV, so fällt ein beträchtlicher Teil der emittierten Energie in das sichtbare Gebiet des Spektrums. Also muß das Elektron „leuchten“.

Diese bemerkenswerte Erscheinung (es ist der einzige Fall, wo wir ein „reines“ Leuchten des Elektrons beobachten — in allen anderen Fällen war das Leuchten die Folge einer Wechselwirkung von schnellen Elektronen mit Materie) wurde 1944 von den sowjetischen Physikern POMERANTSCHUK und IWANENKO vorhergesagt und 1947 von der Gruppe POLLOCK (in Amerika) experimentell gefunden.

Die Verluste durch Strahlung sind proportional $\left(\frac{E}{mc^2}\right)^4$; daher sind sie bei vorgegebener Energie E umgekehrt proportional dem Quadrat der Masse des Teilchens und infolgedessen für das Elektron wesentlich, während sie an schweren α-Teilchen selbst bei Energien von 400 MeV praktisch nicht zu beobachten sind.

Im Betatron strahlt nicht nur ein einziges Elektron, sondern eine große Zahl von Elektronen, die mehr oder weniger gleichmäßig auf ihrer gemeinsamen Bahn (der Achse des toroidalen Rohres) verteilt sind. Wenn diese Verteilung streng gleichmäßig wäre, so würde überhaupt keine Ausstrahlung stattfinden. In Wirklichkeit sind die einzelnen Elektronen mehr oder weniger zufällig auf

[1]) Jetzt gibt es ein Betatron, das Elektronen bis auf 300 MeV beschleunigt. (*Anm. d. Red.*)

ihrer gemeinsamen Kreisbahn verteilt. Hierdurch addiert sich die Energie der Strahlung, die von den verschiedenen Elektronen ausgeht, d. h., sie ist proportional der Gesamtzahl der Elektronen.

Bis vor kurzer Zeit wurde das Betatron nur zur Erzeugung von Röntgenstrahlen (mit einer Energie bis 100 MeV) verwendet, wobei die Elektronen in einem Auffänger gebremst wurden; diese Strahlen gingen dann durch ein dünnes Metallfenster nach außen und riefen hier eine Zertrümmerung von Atomkernen hervor. Kürzlich gelang es auch, das Elektronenbündel aus dem Betatron in den äußeren Raum hinaustreten zu lassen.

In den letzten 3 bis 4 Jahren wurden diese „Beschleuniger" stark verändert und erheblich verbessert. 1944 schlug WECHSLER (in Moskau) eine neue Methode für Beschleuniger von Elektronen und Atomkernen vor. Das auf dem WECHSLERschen Prinzip beruhende „Phasotron" unterscheidet sich vom Zyklotron dadurch, daß die Frequenz der den Duanten zugeführten elektrischen Schwingungen nicht konstant bleibt, sondern allmählich abnimmt, und zwar in dem Maße, wie die Energie und die Masse der beschleunigten Teilchen zunimmt, so daß diese Frequenz in jedem Augenblick mit ihrer Umlaufsfrequenz in dem konstanten Magnetfelde des Apparates übereinstimmt. Unter diesen Bedingungen werden nur in Richtung ihrer Bahn scharf abgegrenzte Gruppen von nach der Phase fokussierten Teilchen der Beschleunigung unterworfen (Prinzip der „Autophasierung"). Dies verringert zwar die Gesamtintensität der Strahlen, die der Apparat liefert, steigert dafür aber ihre Homogenität.

Anstatt die Frequenz der elektrischen Schwingungen zu ändern, kann man das Einhalten der Resonanzbedingung im Zyklotron durch eine allmähliche Zunahme des Magnetfeldes (entsprechend der Energie- und Massenzunahme der beschleunigten Teilchen) erreichen. Mit Hilfe einer solchen Anlage gelang es, Alpha-Teilchen mit einer Energie von 400 MeV zu erhalten. Es werden auch Anlagen (Synchrophasotrone) entwickelt, die dazu bestimmt sind, Protonen mit einer Energie von 10000 MeV zu erzeugen[1]). Außerdem wurde in jüngster Zeit die Entwicklung von Linearbeschleunigern in Form gigantischer Rohre bis zu 25 m Länge wieder aufgenommen. Diese Beschleuniger bestehen aus einzelnen, voneinander durch Blenden getrennte Hohlräume, in denen sich eine

---

[1]) Das Haupthindernis beim Bau großer Beschleunigungsanlagen ist die Schwierigkeit, ein schmales Bündel von beschleunigten Teilchen zu erhalten. Ein breites Bündel erfordert große Volumina, mit Magnetfeldern, die ihrerseits wieder den Bau riesiger Magnete erforderlich machen.

Vor kurzem wurde (von LIVINGSTON, SERBER u. a.) eine neue Fokussierungsmethode vorgeschlagen, mit der sich diese Schwierigkeit umgehen läßt. Nach dieser Methode laufen die zu beschleunigenden Teilchen durch verhältnismäßig kurze, in einem Kreis angeordnete Sektoren. In jedem der Sektoren bewegen sich die Teilchen in einem stark inhomogenen Felde, wobei sich die Feldrichtung in benachbarten Sektoren ändert. Die Berechnungen zeigen, daß man in solchen Feldern schmale Teilchenbündel erhalten kann. Bei der Durchführung dieser Methode kann man damit rechnen, Protonen mit Energien bis zu 10^{11} eV zu erhalten. (*Anm. d. Red.*)

Spannungswelle derart fortpflanzt, daß ihre Geschwindigkeit mit der Geschwindigkeit der von ihr beschleunigten Teilchen übereinstimmt. Die Spannungsamplitude in einer solchen Welle ist verhältnismäßig klein; durch die Summation der einzelnen Impulse, die den Übergängen von einem Abschnitt des Beschleunigers zum folgenden entsprechen, können die Teilchen am Ausgang des Apparates sehr große Energien von 100 MeV und mehr erreichen.

Der Hauptvorteil der linearen Beschleuniger im Vergleich zu den „zirkularen" Anlagen besteht darin, daß sie keine starken Magnetfelder benötigen, die die Kreisbahnen erzeugen, und für die man starke Elektromagnete braucht. (Der Elektromagnet des riesigen in Amerika gebauten Phasotrons, das Alpha-Teilchen mit einer Energie von 400 MeV liefert, wiegt 4000 Tonnen). Sie sind unbequem wegen ihrer großen Länge; das ist jedoch nicht von wesentlicher Bedeutung. Es ist hervorzuheben, daß die Linearbeschleuniger nicht nur zur Beschleunigung von Ionen, sondern auch von Elektronen mit gutem Erfolg verwendet werden können. Für Elektronen wächst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Spannungswelle sehr schnell praktisch bis zur Lichtgeschwindigkeit an.

10. Die relativistische Abhängigkeit der Masse schneller Teilchen von der Geschwindigkeit; Photonen und Positronen

Nach der EINSTEINschen Relativitätstheorie ist die Masse eines Teilchens nicht konstant, sondern sie wächst mit zunehmender Geschwindigkeit v; dabei strebt sie gegen unendlich (Abb. 13), wenn sich ihre Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit nähert, und zwar nach der Gleichung

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

wo m_0 die sogenannte Ruhmasse des betrachteten Teilchens ist, d. h. der Grenzwert seiner Masse für $v \to 0$. Für einen Wasserstoffkern mit 1 MeV Energie beträgt seine Geschwindigkeit, wie wir oben gesehen haben, etwa $^1/_{20}$ der Lichtgeschwindigkeit, so daß der Wert von m praktisch mit m_0 übereinstimmt. Für ein Elektron, dessen Masse m_0 nur den 2000. Teil der Masse des Wasserstoffkerns beträgt, ist die Geschwindigkeit v bei demselben Wert der Bewegungsenergie etwa gleich 95% der Lichtgeschwindigkeit. Bei so großen Geschwindigkeiten kann der gewöhnliche Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ für die kinetische Energie nicht

Abb. 13. Die Abhängigkeit der Masse eines Teilchens von seiner Geschwindigkeit nach der Relativitätstheorie

mehr verwendet werden und muß durch den EINSTEINschen Ausdruck

$$m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right) = (m - m_0)\, c^2$$

ersetzt werden[1]).

Das Anwachsen der Energie des Teilchens, das mit seiner Bewegung zusammenhängt, ist also proportional der Zunahme seiner Masse und wird ausgedrückt durch das Produkt dieser Zunahme mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit.

Die betrachtete Beziehung zwischen der Masse eines Teilchens und seiner kinetischen Energie kann einfacher und zugleich allgemeiner formuliert werden, wenn man der Masse m_0 eines ruhenden Teilchens eine bestimmte innere Energie (oder Ruhe-Energie) zuordnet, die gleich dem Produkt m_0c^2 ist. Unter dieser Bedingung kann die Gesamtenergie eines Teilchens, das sich mit einer beliebigen Geschwindigkeit (kleiner als c) bewegt, durch das Produkt seiner Masse m mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ausgedrückt werden ($E = mc^2$).

Die Frage nach dem physikalischen Sinn des Begriffs der inneren Energie und der ihr entsprechenden Ruhmasse behandeln wir für zwei besonders wichtige Spezialfälle.

1. Das Licht. Die Wirkung, die das Licht auf Materie ausübt, kann dadurch beschrieben werden, daß man das Licht als einen Strom von besonderen Teilchen betrachtet, die als Lichtquanten oder Photonen bezeichnet werden; diese können von geladenen Teilchen auf Kosten ihrer Energie und ihres Impulses emittiert, aber auch von ihnen absorbiert werden, wobei sie ihnen ihre Energie und Bewegungsgröße mitteilen. Diese Theorie, die seinerzeit von NEWTON aufgestellt wurde und — wie es schien — für immer begraben war, wurde im Jahre 1905 in modernisierter Form von EINSTEIN wieder ins Leben zurückgerufen, der ihr an Stelle der alten Mechanik NEWTONs die neue Mechanik der Relativitätstheorie zugrunde legte; NEWTONs Mechanik ist eine Annäherung; sie ist nur für Geschwindigkeiten richtig, die klein sind gegenüber der Lichtgeschwindigkeit.

Da sich die Photonen nach Definition mit der Geschwindigkeit des Lichts bewegen, muß ihre Ruhmasse m_0 gleich Null sein, damit ihre Masse und folglich auch ihre Energie einen endlichen Wert behält. Die innere Energie m_0c^2 der Photonen ist also ebenfalls gleich Null. Ihre kinetische Energie läuft auf eine Gesamtenergie mc^2 hinaus, die eigentlich jeden beliebigen Wert annehmen kann, da die Masse in der unbestimmten Form

$$\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{0}{0}$$

auftritt.

---

[1]) Bei kleinen Werten von v, verglichen mit c, kann der Ausdruck $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ durch die Annäherung $1 + \frac{v^2}{2c^2}$ ersetzt werden; diese führt beim Einsetzen in die EINSTEINsche Gleichung zu dem alten Ausdruck der NEWTONschen Mechanik $\frac{1}{2}\, m_0 v^2$ für die kinetische Energie.

Bei einer, wenn auch nur beliebig kleinen Abnahme der Geschwindigkeit des Photons wird seine Masse nach der EINSTEINschen Gleichung (für $m_0 = 0$) gleich Null. Dies heißt: das Photon verschwindet. Hierin besteht einer der wesentlichen Unterschiede der modernen EINSTEINschen Theorie der Photonen von der alten NEWTONschen Theorie. Nach NEWTON wird in einem Körper, der Licht aussenden kann, gewissermaßen ein Vorrat von entsprechenden Lichtgeschossen bereitgehalten. Nach EINSTEIN entstehen diese Geschosse, d. h. die Photonen bei dem Prozeß der Emission des Lichts durch die geladenen Teilchen in den Atomen, und bei der Absorption des Lichts verschwinden sie. Hierbei erbt das System der Teilchen, das das Photon absorbiert, dessen Energie und Impuls. Der Impuls wird in Richtung der auffallenden Strahlen als ein Stoß übertragen. Summieren sich derartige Stöße von einer großen Zahl absorbierter Photonen, so verursachen sie den sogenannten Lichtdruck, den P. N. LEBEDEW 1901 experimentell ermittelt hat. Wir bemerken noch, daß das Atom beim Aussenden eines Photons ebenfalls einen Stoß erfährt, und zwar nach der Seite, die der Richtung dieser Emission entgegengesetzt ist, — ganz analog dem Rückstoß einer Waffe beim Abschuß.

Wenn der Stoff das Licht hauptsächlich nach einer Seite hin emittiert, summieren sich die elementaren Stöße ebenfalls zu einem gewissen Strahlungsdruck; dieser ist nach der entgegengesetzten Seite gerichtet wie die Lichtemission.

Da die Energie eines Photons bei seiner Bewegung vom emittierenden zum absorbierenden Körper erhalten bleibt, übertragen die Photonen Energie von einem Teilchen zu einem anderen, das von dem ersten entfernt ist. Gerade dieser Vorgang der Energieübertragung von dem einen Teilchen zum anderen über große Entfernungen hin führte zur Entwicklung der Photonen-Vorstellung. Hierbei kann die Energie des Photons durch die Energie gemessen werden, auf deren Kosten es in dem emittierenden Körper entsteht oder die es dem absorbierenden Körper mitteilt. So entstehen z. B. Photonen beim plötzlichen Bremsen schneller Elektronen, die auf einen festen Körper (die Antikathode) stoßen. Treffen diese Photonen auf einen anderen Körper, der beliebig weit vom ersten Körper entfernt ist, so reißen sie sekundäre Elektronen, auch Photoelektronen genannt, aus ihm heraus, deren Energie (nach Abzug der Arbeit, die zum Ablösen der Elektronen aus dem Körper gebraucht wird) genau gleich der Energie der Photonen ist. Die Entfernung des zweiten Körpers vom ersten übt keinerlei Einfluß auf diese Gleichheit aus und führt nur zu einer Verringerung der Zahl der Photoelektronen entsprechend der abnehmenden Intensität des Lichts. Daher ist es bequem, die Energie der Photonen in denselben Einheiten zu messen wie die Energie der primären oder sekundären Elektronen, d. h., in Elektronenvolt.

Photonen-Energien von etwa 10000 eV bis zu einigen Hunderttausend Elektronenvolt entsprechen den gewöhnlichen Röntgenstrahlen. Photonen mit noch höherer Energie (bis zu mehreren Zehn Megaelektronenvolt) bilden die sogenannten Gamma-Strahlen (die insbesondere von gewissen radioaktiven Stoffen aus-

gesandt werden). Niedrigere Energien von ein oder mehreren Elektronenvolt entsprechen dem sichtbaren und dem ultravioletten Licht. Bei weiterer Energieabnahme bilden die Photonen Infrarotstrahlen und endlich Strahlen, die den Ultrakurzwellen und den gewöhnlichen Radiowellen entsprechen.

Es ist hervorzuheben, daß die Welleneigenschaften den verschiedenartigsten Strahlen zukommen, unabhängig von der Energie der Photonen, aus denen sie bestehen. Aber wenn diese Energie zunimmt, sind die Welleneigenschaften weniger deutlich zu beobachten als die Korpuskulareigenschaften. Dies bezieht sich nicht nur auf das Licht, sondern auch auf Elektronen und schwerere Teilchen, deren Bewegung ebenfalls der Ausbreitung einer besonderen Art von Wellen entspricht. Im Zusammenhang hiermit ist hervorzuheben, daß die Gegenüberstellung des Lichts und der gewöhnlichen Materie streng genommen jeder Begründung entbehrt und keine prinzipielle, sondern nur praktische Bedeutung hat.

2. Elektronen und Positronen. Zum Unterschied von den Photonen besitzen die Elektronen eine Ruhmasse m_0, die nicht gleich Null ist; infolgedessen erreicht ihre Geschwindigkeit niemals die Geschwindigkeit des Lichts, obwohl sie ihr sehr nahe kommen kann. Was ist nun eigentlich ihre innere Energie m_0c^2, und in welcher Weise tritt sie in Erscheinung?

Die Erfahrung zeigt, daß bei der Absorption von Photonen mit einer genügend großen Energie, die wenigstens das Doppelte des Wertes m_0c^2 beträgt (dieser ist ungefähr gleich 0,5 MeV), Elektronen entstehen können, ähnlich wie Photonen entstehen, aber mit dem wesentlichen Unterschied, daß bei der Entstehung eines jeden Elektrons zugleich auch sein Antiteilchen entsteht — das Positron, ein Teilchen mit derselben Ruhmasse m_0, aber mit der entgegengesetzten elektrischen Ladung. Beide Teilchen entstehen also gemeinsam auf Kosten der Energie des absorbierten Photons; diese muß daher größer sein als der Wert $2m_0c^2$, d. h. größer als 1 MeV.

Die gemeinsame Entstehung eines Paares von Teilchen (Elektron-Positron) auf Kosten eines Photons hängt mit der Bedingung zusammen, daß der Gesamtwert der elektrischen Ladung erhalten bleiben muß; diese Bedingung würde offenbar verletzt werden, wenn sich aus einem Photon nur ein Elektron bildete (da die Ladung eines Photons gleich Null ist). Zugleich mit diesem Prozeß der „Paarbildung“ oder, wie man manchmal (nicht sehr glücklich) auch sagt, der „Materialisation eines Photons“[1]), ist beim Vorhandensein von Positronen, die infolge einer solchen „Materialisation“ entstanden sind, der inverse Prozeß der Annihilation oder der gegenseitigen Vernichtung eines Positrons und eines Elektrons zu beobachten; ihre Energie verwandelt sich hierbei in die Energie eines emittierten Photons, und in manchen Fällen — wenn kein drittes Teilchen in der Nähe ist — in die Energie von zwei Photonen, die nach entgegengesetzten Richtungen auseinanderfliegen (in Übereinstimmung mit dem Gesetz von der Erhaltung des Impulses).

---

[1]) Es ist zu bedenken, daß die Photonen im Grunde genommen ebenso materiell sind wie die Elektronen.

Die Entstehung von Elektronen-Positronen-Paaren wurde im Jahre 1932 in einer WILSON-Kammer, die sich nach der Methode von SKOBELZYN in einem Magnetfeld befand, von ANDERSON unter natürlichen Verhältnissen zum erstenmal beobachtet, und zwar unter dem Einfluß von Photonen, die aus der kosmischen Strahlung stammten; später wurden diese Prozesse unter Verwendung von Gamma-Strahlen mit Energien von über 1 MeV künstlich durchgeführt. Abb. 14 zeigt Spuren eines derartigen Paares, das bei der Absorption entsprechender Gamma-Quanten (Photonen) in der Wand einer WILSON-Kammer entstanden ist; diese Spuren gehen von dem Punkte aus, in dem die beiden Teilchen entstehen; sie krümmen sich unter dem Einfluß des Magnetfeldes infolge der entgegengesetzten Ladungen der beiden Teilchen nach entgegengesetzten Richtungen. Auf manchen Photographien reißt die Spur eines Positrons, das in der oben angegebenen Weise entstanden ist, in einem Punkte plötzlich ab: hier hat dann die gegenseitige Vernichtung mit einem der getroffenen Elektronen stattgefunden.

Die innere Energie eines einzelnen Elektrons (oder Positrons), die seiner Ruhmasse m_0 entspricht, betrachtet man oft als die elektrische Energie seiner Ladung, und zwar unter der Voraussetzung, daß diese Ladung auf der Oberfläche oder im Volumen einer Kugel von einem gewissen endlichen Radius a verteilt ist. Die elektrische Energie einer Kugel von makroskopischer Größe mit der Ladung e und dem Radius a wird im Fall der Oberflächenladung durch die Formel $\frac{e^2}{2a}$ und im Fall der Raumladung durch die Formel $\frac{3e^2}{5a}$ ausgedrückt. Wenden wir diese Formeln auf das Elektron an und identifizieren wir seine elektrische Energie mit dem Werte m_0c^2, so erhalten wir für den Radius des Elektrons einen Wert von etwa 10^{-13} cm; dies stimmt mit dem Wert überein, der sich aus anderen Überlegungen ergibt.

Wir heben hervor, daß eine solche Definition der inneren Energie des Elektrons — wenn auch nur prinzipiell — die Möglichkeit einer „Explosion" des Elektrons annimmt, d. h. einer Zersplitterung seiner elektrischen Ladung in unendlich kleine Elemente unter dem Einfluß der gegenseitigen Abstoßungskräfte. Die Arbeit, die bei einer derartigen Zersplitterung von diesen Kräften geleistet würde, oder mit anderen Worten: die Arbeit, die bei dem umgekehrten Prozeß der Konzentration der Elektronenladung zu einer Kugel von vorgegebenem Radius entgegen diesen Kräften geleistet werden müßte, stellt dann seine elektrische Energie dar. Da die Ladung des Elektrons in Wirklichkeit aber unteilbar ist, hat die oben angegebene makroskopische Behandlung seiner Energie keinen physikalischen Sinn. Man könnte übrigens die Energie des Elektrons als die Hälfte der Arbeit definieren, die aufgewandt werden müßte, um das Elektron von dem Positron zu trennen und die beiden Teilchen unendlich weit voneinander zu entfernen, wenn sie anfänglich zusammenhängend existieren (wobei sie sich faktisch gegenseitig vernichten).

In Übereinstimmung mit der elektromagnetischen Behandlung der inneren Energie des Elektrons kann man seine Masse bestimmen, indem man von der

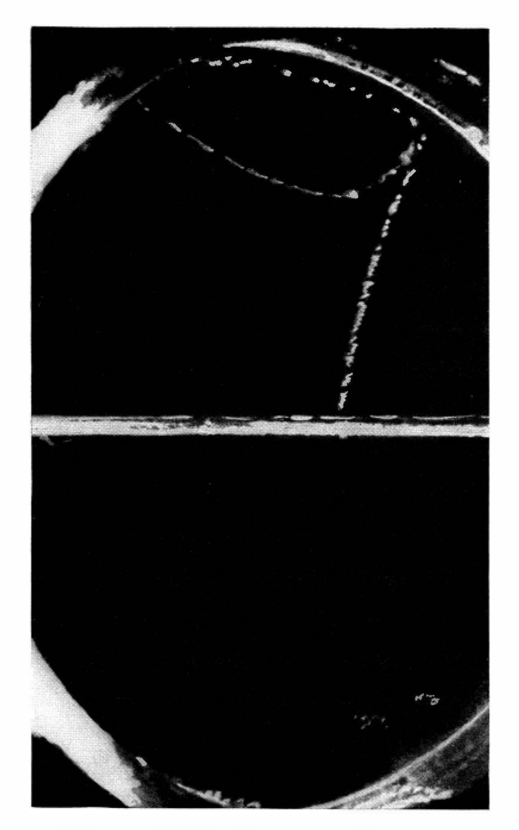


Abb. 14. Bildung eines Elektron + Positron-Paares in einer WILSON-Kammer mit Magnetfeld

bremsenden Kraft ausgeht, die bei der beschleunigten Bewegung auftritt. Diese Kraft, die sich aus den unendlich kleinen Kräften zusammensetzt, mit denen die Elemente des Elektrons bei einer gemeinsamen beschleunigten Bewegung aufeinander einwirken, ist der Selbstinduktion im Fall eines elektrischen Stromes von veränderlicher Stärke analog. Da sie proportional der Beschleunigung und nach der entgegengesetzten Seite gerichtet ist, könnte man sie als Trägheitskraft des Elektrons behandeln und den Proportionalitätsfaktor hierbei mit seiner trägen Masse identifizieren (die also eine Rolle analog dem Selbstinduktionskoeffizienten spielt). Der Ausdruck für die Masse des Elektrons, der sich aus diesen Überlegungen ergibt, ist praktisch gleich seiner elektrostatischen Energie, dividiert durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit. (Er unterscheidet sich von diesem Ausdruck nur durch den Faktor 4/3.)

Das gleiche Resultat kann man auch auf anderem Wege erhalten, und zwar, indem man die Energie des Magnetfeldes, das von dem Elektron bei seiner Bewegung mit der konstanten Geschwindigkeit v ($\ll c$) erzeugt wird, mit seiner kinetischen Energie $\frac{1}{2} m_0 v^2$ identifiziert. Da die magnetische Feldstärke H außerhalb des Elektrons die Größenordnung $\frac{ev}{cr^2}$ besitzt, wo r der Abstand des betreffenden Punktes von der Mitte des Elektrons ist, so ist seine Energie $\int \frac{H^2}{8\pi} dV$ tatsächlich gleich $\frac{v^2}{8\pi c^2} \int\limits_a^\infty \frac{e^2}{r^4} 4\pi r^2 dr$ (a ist der Radius des Elektrons), d. h. gleich $\frac{e^2}{2ac^2} v^2$, und sie kann infolgedessen in der Form $\frac{1}{2} m_0 v^2$ geschrieben werden, wenn man die Masse des Elektrons gleich $\frac{e^2}{ac^2}$ setzt, d. h. gleich seiner elektrostatischen Energie, dividiert durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit.

Die elektromagnetische Theorie der Masse des Elektrons, die sich auf die Vorstellung einer Wechselwirkung der Elemente seiner elektrischen Ladung gründet, krankt an demselben Fehler wie die elektrische Theorie seiner Ruhenergie $m_0 c^2$, da sie im Widerspruch zu dem Prinzip von der Unteilbarkeit des Elektrons steht[1]).

[1]) Diese Unteilbarkeit hängt mit dem Atomismus der elektrischen Ladung zusammen: Noch niemals hat irgend jemand Erscheinungen beobachten können, die einer Unterteilung der Ladung des Elektrons in kleinere Einheiten entsprochen hätten.

KAPITEL II

Die Grundlagen der Quantentheorie

1. Die Prinzipien der Wellenmechanik

Nach der vorstehend geschilderten EINSTEINschen Auffassung des Lichts sind die Lichtstrahlen Ströme einer besonderen Art von Teilchen — von Lichtquanten oder Photonen. Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde aber — wie es schien endgültig — die Wellentheorie des Lichts aufgestellt[1]; nach ihr sind die Lichtstrahlen Linien, auf denen sich elektromagnetische Wellen von besonderer Art fortpflanzen. Ganz analogen Charakter haben nach dieser Theorie die längeren Wellen, mit denen die Radiotechnik arbeitet. Aber bei diesen Wellen sind die diskreten oder Quanten-Effekte, für deren Erklärung EINSTEIN zu der Vorstellung diskreter Lichtteilchen (Photonen) greifen mußte, nicht zu beobachten — wenigstens nicht unter gewöhnlichen Umständen. Diese Effekte sind aber um so deutlicher zu erkennen, je kürzer die Wellenlänge, d. h., je größer die Frequenz ν der Lichtschwingungen ist. Der einfachste dieser Effekte ist der lichtelektrische Effekt; er besteht darin, daß unter dem Einfluß einer Belichtung Elektronen aus einzelnen Atomen oder materiellen Körpern herausgerissen werden. Dieser Effekt wurde schon vor den klassischen Arbeiten PLANCKS zur Quantentheorie des Lichts entdeckt. H. HERTZ beobachtete 1887, daß der Funkenübergang zwischen metallischen Elektroden durch Belichtung mit ultraviolettem Licht erleichtert wird. Eingehend untersucht und aufgeklärt wurde der lichtelektrische Effekt durch W. HALLWACHS (Dresden) 1888, der mithin als eigentlicher Entdecker gilt. STOLETOW baute 1889 die erste Photozelle mit Anode und Kathode.

Wie EINSTEIN 1905 zeigte, kann der lichtelektrische Effekt nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ erklärt werden, wenn man von der Vorstellung der Lichtteilchen ausgeht und diesen, in Übereinstimmung mit der fundamentalen Beziehung der PLANCKschen Theorie, die Energie

$$\varepsilon = h\nu$$

zuschreibt, wo $h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ g cm^2 sec^{-1} das sogenannte „Wirkungsquantum" ist. Hierbei wird die Frequenz ν der Lichtschwingungen nach der Gleichung

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

berechnet, und die Wellenlänge λ nach Interferenzmethoden direkt gemessen. EINSTEINS Theorie ist also keine rein korpuskulare Theorie wie die NEWTONsche

[1]) Theoretisch 1865 von J. C. MAXWELL (England), experimentell 1888 von H. HERTZ in Karlsruhe. (*Anm. d. Übers.*)

Theorie des Lichts[1]); jedoch ist sie auch keine reine Wellentheorie wie die MAXWELLsche Theorie, — sie versucht, Korpuskular- und Wellenvorstellungen zu vereinen. Diese Vereinigung ist von innerlich widerspruchsvollem Charakter, wenn man das diskrete Teilchen (das Photon) als ein gewisses Etwas betrachtet, das vom elektromagnetischen Felde nicht abhängt. Sie nimmt einen mehr physikalischen Charakter an, wenn man die Teilchen als Quanten dieses Feldes behandelt und dabei nicht die gewöhnlichen klassischen Vorstellungen vom Feld im Auge hat, sondern die neue, in die moderne Physik eingeführte Vorstellung vom „Quantenfeld".

Den Photonen als Teilchen, die sich in Richtung der Lichtstrahlen mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, entspricht ein gewisser Impuls g, der gleich dem Produkt der Masse m mit der Geschwindigkeit c ist. Andererseits wird die Energie des Photons nach der allgemeinen Beziehung zwischen Energie und Masse in der Form $\varepsilon = mc^2$ geschrieben. Hieraus ergibt sich folgende Beziehung zwischen der Energie und dem Impuls der Photonen

$$g = \frac{\varepsilon}{c}\,.$$

Ersetzen wir in dieser Gleichung ε durch $h\nu$ und beachten, daß $\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$ ist, so kommen wir zu folgender Beziehung zwischen dem Impuls des Photons und der Wellenlänge des Lichts

$$g = \frac{h}{\lambda}\,,$$

die man auch in Form der Vektorgleichung

$$\vec{g} = h\vec{k}$$

schreiben kann, wo $\vec{k}$ den „Wellenzahlvektor" des Lichts darstellt, d.h. den Vektor, der die Richtung der Fortpflanzung hat und gleich der Zahl der Wellen auf der Längeneinheit des Strahls[2]) ist $\left(k = |\vec{k}| = \frac{1}{\lambda}\right)$.

Wie wir oben gezeigt haben, erklärt die Vorstellung des Photonen-Impulses unmittelbar den Lichtdruck; aus ihr folgt ferner, daß das Atom beim Aussenden eines Photons einen „Rückstoß" erleiden muß analog dem Rückstoß eines Geschützes beim Abschuß. Diese Folgerung wurde durch die Versuchsergebnisse ebenfalls bestätigt. Am wichtigsten ist aber die Folgerung, daß bei der Absorption des Lichtes durch ein Atom oder einen komplizierteren Körper das Elektron dann aus diesem herausgerissen werden kann, wenn die Energie des Photons $\varepsilon = h\nu$ größer ist als die Bindungsenergie U dieses Elektrons; dabei fliegt das Elektron mit der kinetischen Energie $h\nu - U$ nach außen. Für LENARDS Messungen aus dem Jahre 1902 fand EINSTEIN 1905 die entsprechende Theorie.

---

[1]) Übrigens verband NEWTON selbst mit seinen Lichtteilchen die Vorstellung eines gewissen Schwingungsvorganges, der in ihnen stattfindet.

[2]) Gewöhnlich bezeichnet man als Wellenzahlvektor einen Vektor, der 2πmal so groß ist. (*Anm. d. Red.*)

Genauere Messungen wurden erst ein Jahrzehnt später von HUGHES (1912) und MILLIKAN (1916) ausgeführt.

Wie wir schon erwähnten, existiert das Photon nur so lange, als es sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt; vor der Emission oder nach seiner Absorption existiert es nicht als Teilchen. Die Emission eines Photons wird dadurch verursacht, daß das betreffende Atom aus einem Zustand mit höherer Energie W_2 in einen Zustand mit geringerer Energie W_1 übergeht; dabei ist die Differenz $W_2 - W_2$ gleich der Energie $h\nu$ des Photons. Die Absorption des Photons findet statt, wenn das Atom aus einem Zustand mit der kleineren Energie W_1 in einen Zustand mit der größeren Energie W_2 übergeht.

DE BROGLIE versuchte im Jahre 1924 den Dualismus der EINSTEINschen Auffassung vom Licht zu überwinden und dehnte diese Auffassung auch auf andere Erscheinungen aus, die mit der Bewegung von Teilchen mit einer von Null verschiedenen Ruhmasse zusammenhängen, und vor allen Dingen auf Kathodenstrahlen (Ströme von Elektronen).

So kam der Gedanke auf, Kathodenstrahlen seien eine Korpuskel-Wellen-Erscheinung, wobei die Energie der Elektronen der Frequenz ν entspricht

$$mc^2 = \varepsilon = h\nu, \tag{1}$$

und ihrem Impuls der Wellenzahlvektor $\vec{k}$

$$m\vec{v} = \vec{g} = h\vec{k}. \tag{1a}$$

Hier ist m die Masse des Elektrons gleich $\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, wo $m_0 > 0$ die von Null verschiedene Ruhmasse des Elektrons ist.

Die Beziehung (1a) wurde sofort durch die Entdeckung der Beugung von Kathodenstrahlen bei ihrem Durchgang durch Kristalle bestätigt — eine Erscheinung, die ebenso zustande kommt wie die Beugung von Röntgenstrahlen derselben Wellenlänge. Bei nicht sehr großen Energien des Elektrons kann man seine Wellenlänge nach der Gleichung

$$\lambda = \frac{h}{m_0 v}$$

(die aus (1a) folgt, da $k = \frac{1}{\lambda}$ ist) durch die Geschwindigkeit ausdrücken; bei einer Energie von 100 eV ergibt sich hieraus $\lambda \approx 10^{-8}$ cm, d. h. ein Wert von derselben Größenordnung wie die Wellenlängen von Röntgenstrahlen mittlerer Härte.

Aus den Gleichungen (1) und (1a) folgt die Beziehung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit w der Elektronenwellen

$$w = \nu\lambda = \frac{\nu}{k} = \frac{c^2}{v}. \tag{2}$$

Die Geschwindigkeit w der Elektronenwellen unterscheidet sich also wesentlich von der Geschwindigkeit der Elektronenbewegung: sie ist um so größer, je kleiner v ist. Beide stimmen nur in dem Grenzfall $v = c$ miteinander überein,

dem (für $m_0 > 0$) der Wert $\varepsilon = \infty$ entspricht. Bei $v = 0$ ist $w = \infty$; das heißt: die Schwingungen, die das Wellen-(oder Phasen-)Feld des Elektrons charakterisieren, haben in diesem Fall im ganzen Raum die gleiche Phase.

DE BROGLIE stellte sich ursprünglich vor — er folgte in dieser Beziehung NEWTON —, daß die Schwingungen, von denen hier die Rede ist, im Innern des Elektrons stattfinden. Später versuchte er, das Elektron als einen besonderen Punkt zu behandeln, in dem die Schwingungsamplitude unendlich groß ist. Ein derartiges „Wellenpaket" kann durch Superposition von Wellen verschiedener Länge und Frequenz aufgebaut werden, die praktisch in gewissen engen Intervallen $\Delta\lambda$ (oder Δk) und $\Delta\nu$ liegen. Berücksichtigt man, daß bei gemeinsamer Fortpflanzung derartiger Wellen Schwebungen zwischen ihnen entstehen mit der Frequenz $\Delta\nu$ und der Wellenzahl Δk, so kann man leicht nachweisen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser Schwebungen [vgl. Gleichung (2)] gleich

$$w' = \frac{\Delta\nu}{\Delta k},$$

oder in der Grenze gleich

$$w' = \frac{d\nu}{dk}$$

wird. Ersetzen wir ν durch ε/h und k durch g/h, so erhalten wir:

$$w' = \frac{d\varepsilon}{dg}.$$

Da ε und g durch die Beziehung

$$\frac{\varepsilon^2}{c^2} - g^2 = m_0^2 c^2 \tag{3}$$

miteinander zusammenhängen, die aus dem EINSTEINschen Gesetz über die Änderung der Masse mit der Geschwindigkeit folgt, so ist

$$\frac{\varepsilon\, d\varepsilon}{c^2} = g\, dg$$

und folglich

$$w' = \frac{c^2 g}{\varepsilon}.$$

Setzen wir hier die Werte $g = mv$ und $\varepsilon = mc^2$ ein, so erhalten wir

$$w' = v, \tag{3a}$$

d. h., die „Gruppengeschwindigkeit" w' dieser Wellen stimmt mit der Geschwindigkeit v der Elektronen überein.

Der Versuch, das Elektron als eine Art „Plätschern" des entsprechenden Feldes zu behandeln, führte aber zu ganz unsinnigen Folgerungen und DE BROGLIE mußte zu der dualistischen Behandlung EINSTEINS zurückkehren. Hierbei wurde die Gleichung (3a) in dem Sinne gedeutet, daß die Wellen die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Lagen eines einzelnen Elektrons charakterisieren und daß sich diese Wahrscheinlichkeit im Fall eines Wellenpakets ebenso

bewegt, wie sich nach der gewöhnlichen Mechanik das Elektron bewegen würde[1]). Dies bezieht sich aber nur auf das Zentrum des Pakets, das bei seiner Bewegung mehr oder weniger schnell im Raum zerfließt.

Wenn die Bewegung des Elektrons in einem *begrenzten* Gebiet stattfindet, z. B. zwischen zwei undurchdringlichen Wänden, die senkrecht auf der x-Achse stehen, im Intervall L dieser Achse, so wird sie vom Wellenstandpunkt aus durch *stehende* Wellen beschrieben, die an den beiden Grenzen dieses Intervalls Knoten aufweisen. Das heißt: Die Geschwindigkeit des Elektrons kann nur diskrete gequantelte Werte annehmen, die durch die Gleichung

$$mv = \frac{h}{\lambda}$$

bestimmt werden, wo $\lambda = \frac{2L}{n}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ eine beliebige ganze Zahl ist — analog wie bei den Schwingungen einer gespannten Saite.

Wenn wir die relativistische Abhängigkeit der Masse von der Geschwindigkeit vernachlässigen, d. h., wenn wir m durch m_0 ersetzen, ergeben sich für die kinetische Energie W_n des Elektrons die gequantelten Werte:

$$W_n = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{h^2 n^2}{8mL^2} \,. \qquad (4)$$

Analog ergeben sich diskrete Energieniveaus für ein beliebiges im Raum begrenztes System (dessen Teilchen endliche Abstände voneinander innehalten).

DE BROGLIE gab in seiner grundlegenden Arbeit vom Jahre 1924 als erster eine anschauliche Deutung der Quantenbedingungen, die BOHR 1913 zur Bestimmung der stationären Zustände des Elektrons im Wasserstoffatom eingeführt hatte. Diese stationären Zustände sind, wenn man sich auf Kreisbahnen beschränkt, dadurch charakterisiert, daß der Drehimpuls des Elektrons gleich einem ganzen Vielfachen von $h/2\pi$ ist. Ersetzen wir in dem Ausdruck mvr für den Drehimpuls (r ist der Radius der Bahn) mv durch h/λ, so erhalten wir

$$\frac{h}{\lambda} r = n \frac{h}{2\pi}, \quad \text{also} \quad \lambda = \frac{2\pi r}{n} \,.$$

Die stationären Bahnen in der BOHRschen Theorie, auf denen keine Emission stattfindet, sind also dadurch charakterisiert, daß die Länge des Kreises gleich einem ganzen Vielfachen der entsprechenden Wellenlängen ist. In der heutigen Wellenmechanik[2]) werden diese Wellen aber nicht mit der Bahn des Elektrons in Zusammenhang gebracht, sondern die Vorstellung der Bahn wird durch ein gewisses räumliches Wellensystem ersetzt, dessen Amplitudenquadrat die Wahrscheinlichkeit dieser oder jener Lokalisation des Elektrons charakterisiert.

Nach der BOHRschen Theorie findet die Emission der Energie durch das Elektron nicht während seiner Bewegung auf einer stationären Bahn statt, sondern bei dem Sprung von einer stationären Bahn auf eine andere, der eine

---

[1]) Die Deutung der DE BROGLIE-Wellen als Wahrscheinlichkeitswellen stammt von M. BORN. (*Anm. d. Übers.*)

[2]) HEISENBERG, BORN, JORDAN, SCHRÖDINGER, DIRAC. (*Anm. d. Übers.*)

geringere Energie entspricht. Hierbei gibt es immer eine gewisse „normale" Bahn, deren Energie minimal ist. (In den vorstehenden Beispielen ist sie durch die Quantenzahl $n = 1$ gekennzeichnet.) Diese Auffassung stimmt völlig mit der EINSTEINschen Korpuskulartheorie des Lichts überein. Will man von dieser Theorie zu der gewöhnlichen Wellentheorie des Lichts übergehen, so muß man die Lichtquelle — das schwingende Elektron — als eine Art elektrische Wolke betrachten. Einem stationären Zustand des Elektrons entsprechen hierbei Wellen von einer ganz bestimmten Frequenz ν_n, die mit der Energie ε_n dieses Zustands durch die Gleichung

$$\nu_n = \frac{\varepsilon_n}{h}$$

zusammenhängen und durch eine gewisse Wellenfunktion

$$\psi_n(x, y, z, t) = \psi_n^0(xyz)\, e^{-i2\pi\nu_n t}$$

charakterisiert werden, wobei das Quadrat des Moduls dieser Funktion

$$\psi_n\psi_n^* = \psi_n^0\psi_n^{0*},$$

das die Dichte der entsprechenden Elektronenwolke charakterisiert (die Dichte der Wahrscheinlichkeit dafür, das Elektron im Punkte x, y, z zu finden), nicht von der Zeit abhängt. Daraus erklärt sich auch das Fehlen der Ausstrahlung im stationären Zustande. Wenn die Wellenfunktion des Elektrons die Form einer Summe zweier Funktionen

$$\psi_n = \psi_n^0 e^{-i2\pi\nu_n t}$$

und

$$\psi_m = \psi_m^0 e^{-i2\pi\nu_m t}$$

hat, wo $\nu_n \neq \nu_m$ ist, so enthält das Quadrat ihres Moduls neben den konstanten Gliedern auch Glieder, die mit der Frequenzdifferenz $\nu_n - \nu_m$ schwingen. Mit anderen Worten: Die Dichte der Elektronenwolke pulsiert mit dieser Frequenz und erzeugt dabei nach den gewöhnlichen Sätzen der Elektrodynamik ein pulsierendes elektromagnetisches Feld, das die Lichtemission charakterisiert.

2. Die Quantenmechanik eines Systems von Teilchen
Zusammengesetzte Teilchen, die als Elementarteilchen betrachtet werden

Der Dualismus Korpuskel-Welle ist nicht auf die Lehre vom Licht und von den Kathodenstrahlen beschränkt. Er bezieht sich in gleichem Maße auch auf eine Reihe anderer Bewegungsformen der Materie. Insbesondere zeigen sich die für die Wellenauffassung charakteristischen Interferenzerscheinungen nicht nur bei Versuchen mit Elektronen, sondern in gleicher Weise auch bei Versuchen mit irgendwelchen anderen Teilchen — Kernen, Atomen und Molekülen — und sind durch dieselbe universelle PLANCKsche Konstante h charakterisiert wie bei Photonen oder Elektronen. Der Bewegung von Atomen mit der Masse M und der Geschwindigkeit v entsprechen also Wellen von der Länge

$$\lambda = \frac{h}{Mv}$$

und der Frequenz

$$\nu = \frac{Mc^2}{h},$$

wo

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Da die Geschwindigkeit der Bewegung in diesem Fall gewöhnlich klein ist im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, kann man in der Gleichung für λ also M durch M_0 und in der Gleichung für ν den Wert Mc^2 durch $M_0c^2 + \frac{1}{2} M_0v^2$ ersetzen. Die Interferenzerscheinungen sind um so weniger ausgeprägt, je kürzer die Wellenlänge λ ist; bei schweren makroskopischen Teilchen sind sie daher praktisch nicht zu beobachten; infolgedessen gehorcht die Bewegung dieser Teilchen praktisch den Gesetzen der gewöhnlichen Mechanik, die nichtrelativistisch ist und auch nicht den Quantenbegriff verwendet. Da wir nur die fortschreitende Bewegung der zusammengesetzten Teilchen betrachten und von ihrer inneren Struktur und der inneren Bewegung absehen, kann man sie hierbei als materielle Punkte behandeln, deren Koordinaten gleich den Koordinaten des Schwerpunkts vom Gesamtsystem der Elementarteilchen sind, die sie zusammensetzen.

Es ist hervorzuheben, daß diese Begriffe in der modernen relativistischen Mechanik den einfachen und klaren Sinn verlieren, den sie in der nichtrelativistischen Mechanik haben. Der Begriff des Schwerpunkts setzt ja in der Tat voraus, daß es möglich ist, alle Elementarteilchen des Systems zu ein und demselben Zeitpunkt zu betrachten, während diese gemeinsame Zeit vom Standpunkt der Relativitätstheorie aus nicht eindeutig gewählt werden kann.

Der bekannte Satz der NEWTONschen Mechanik, daß sich der Schwerpunk eines Systems von materiellen Punkten wie ein materieller Punkt bewegt, in dem die Resultierende aller äußeren Kräfte angreift, die auf alle seine Teilchen wirken, setzt voraus, daß die inneren Kräfte, d. h. die Kräfte ihrer Wechselwirkung miteinander, Zentralkräfte sind und mit unendlich großer Geschwindigkeit von einem Teilchen auf das andere übertragen werden.

Nach der Relativitätstheorie werden die Kräfte mit einer endlichen Geschwindigkeit übertragen, die gleich der Lichtgeschwindigkeit ist; streng genommen könnten sie sich daher nicht gegenseitig aufheben. Schließlich — und dies ist besonders wichtig — muß die Masse eines Systems von miteinander zusammenhängenden Teilchen kleiner sein als die Summe der Massen aller Elementarteilchen, die dieses System bilden, und zwar um einen Betrag, der gleich der Bindungsenergie dividiert durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit ist. Diese negative (wechselseitige) Masse kann in keinem der betrachteten Teilchen lokalisiert werden; die Bestimmung des Schwerpunkts eines Systems, zu der die Massenverteilung im Raum bekannt sein muß, erweist sich also als prin-

zipiell unmöglich. Die Masse des ganzen Systems ist durch die Gleichung

$$M = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

bestimmt; darin ist v die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung des betrachteten Systems im ganzen und M_0 seine Ruhmasse, zu der auch die wechselseitige Masse gehört, die die Bindungsenergie der Elementarteilchen charakterisiert.

Diese Schwierigkeiten führten dazu, daß die Relativitätstheorie bis jetzt nur auf einzelne Elementarteilchen angewandt wurde, auf die man den Begriff des materiellen Punktes anwenden kann; seine Ausdehnung auf den Fall eines Systems von Teilchen (das z. B. so etwas wie einen festen Körper bildet) machte eine Schematisierung dieses Systems erforderlich, die die Möglichkeit ausschloß, die relative Bewegung seiner einzelnen Elementarteilchen zu verfolgen.

Diese Schematisierung bei der Beschreibung der Bewegung von Teilchen, die für die moderne Quantenmechanik charakteristisch ist und die auf die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit irgendeiner bestimmten Lage eines Teilchens oder irgendeiner Konfiguration des Systems von Teilchen hinausläuft, ist kein Ausweg aus der Situation; denn die gewöhnliche Form der Quantenmechanik weist vom Standpunkt der Relativitätstheorie aus dieselben Mängel auf wie die NEWTONsche Mechanik, da sie ähnlich wie jene mit Momentankräften und einer einheitlichen Zeit operiert und die Massenänderung des Systems infolge der Energie der Bindung zwischen ihren Teilchen nicht berücksichtigt. Die Erfahrung zeigt, daß für Elementarteilchen sogar das Prinzip ihrer Unveränderlichkeit bei der Vereinigung zu einem komplizierteren System von Grund aus falsch ist. So verschwindet z. B., wie wir oben schon erwähnten, das Photon bei der Absorption des Lichts durch ein Atom, und entsteht bei seiner Emission. Dies steht in völligem Widerspruch zu den Vorstellungen, nach denen die Materie eine Gesamtheit von unveränderlichen Teilchen ist, die ihre Eigenschaften bei allen möglichen Prozessen, an denen sie beteiligt sind, beibehalten.

Die Unrichtigkeit dieser Ansicht tritt noch auffallender in Erscheinung für die Elektronen, die — wie wir oben gesehen haben — in Form von Paaren (Elektron-Positron) entstehen oder durch Vereinigung von Positronen mit irgendwelchen Elektronen („Negatronen“) verschwinden können. Bei Prozessen dieser Art, die der früheren, ihrem Wesen nach metaphysischen Auffassung der Materie als Gesamtheit von unveränderlichen Elementarteilchen völlig fremd sind, bleiben nur die Energie und der Impuls (die Bewegungsgröße) der Materie erhalten sowie schließlich die Materie selbst. Zum Beispiel werden bei der „Rekombination“ eines Elektrons und eines Positrons zwei oder mehr Photonen emittiert, oder auch nur ein Photon, letztgenanntes in dem Fall, wenn diese Rekombination in der Nähe irgendeines dritten Teilchens, z. B. eines Kerns, stattfindet, dessen Vorhandensein die gleichzeitige Erhaltung der Gesamtenergie und des Gesamt-

impulses gewährleistet. Das Verschwinden eines Elektron-Positron-Paares kann in Gegenwart von zwei gewöhnlichen Teilchen (d. h. Teilchen mit endlicher Eigenmasse) auch ohne das Auftreten von Photonen vor sich gehen. Genauso verlaufen auch die inversen Prozesse, die mit dem Auftreten eines Paares beim Zusammenstoß zweier gewöhnlicher Teilchen mit genügend hoher Energie, beim Zusammenstoß eines Photons mit einem gewöhnlichen Teilchen (etwa einem Elektron) oder endlich beim Zusammenstoß zweier Photonen miteinander zusammenhängen[1]).

Außer den genannten Prozessen sind Prozesse komplizierterer Art zu beobachten; sie sind durch das Verschwinden eines negativen Elektrons aus der Atomhülle bei gleichzeitiger Umwandlung eines Protons (im Atomkern) in ein Neutron und Emission eines Neutrinos gekennzeichnet (sogenannter K-Einfang) oder aber durch Emission (durch den Atomkern) eines Elektrons und eines Neutrinos bei gleichzeitiger Umwandlung eines Neutrons in ein Proton (β-Zerfall). Es kommen auch Prozesse vor, bei denen der Kern ein Positron aussendet, wobei seine Ladung um eins abnimmt; dies entspricht der Umwandlung eines der Protonen in ein Neutron.

Auf den ersten Blick scheint es ganz natürlich, das Neutron als ein zusammengesetztes Teilchen zu betrachten, das durch gewöhnliche mechanische Vereinigung eines Protons mit einem Elektron entsteht, — eine Vereinigung, die bedeutend fester ist als im Fall des Wasserstoffatoms. Diese Deutung widerspricht aber der Tatsache, daß es möglich ist, ein Proton durch Vereinigung eines Neutrons mit einem Positron zu bilden; hieraus müßte vom gewöhnlichen Standpunkt aus gefolgert werden, daß das Neutron ein Elementarteilchen ist und das Proton ein zusammengesetztes Teilchen.

In dem betrachteten Fall, der für die sogenannten „Beta-Umwandlungen" der radioaktiven Substanzen charakteristisch ist, führt die gewöhnliche Vorstellung der mechanischen Vereinigung beider Teilchen zu einem Widerspruch: Wir haben es nicht mit einer „Vereinigung" zweier einfacher Teilchen zu einem einzigen zusammengesetzten Teilchen zu tun, sondern mit dem Zusammenfließen zweier einfacher Teilchen zu einem dritten, ebenfalls einfachen Teilchen. Hier findet also keine mechanische Vereinigung der Elementarteilchen statt, sondern die Bildung einer qualitativ neuen Form der Materie, die durch neue Elementarteilchen charakterisiert ist. Diese Prozesse sind der Emission oder der Absorption eines Photons durch ein Atom analog; sie unterscheiden sich von ihnen nur dadurch, daß das Atom bei der Emission eines Photons nur seine Energie (und seinen Impuls) ändert, während seine Ladung infolge der Neutralität der Photonen unverändert bleibt und gleich Null ist.

Die beiden Arten von Prozessen sind durch folgenden gemeinsamen Zug gekennzeichnet: Die Änderung der Energie des Teilchens (des Atoms, Protons, Neutrons) bei der Emission oder Absorption eines anderen leichteren Teilchens

[1]) Die Wahrscheinlichkeit des zuletzt genannten Prozesses ist entsprechend dem effektiven Einfangquerschnitt von 10^{-31} cm^2 sehr gering.

(eines Photons, Positrons, Elektrons) ist viel größer als die Ruhenergie m_0c^2 dieses leichteren Teilchens. Auf Grund dieser Tatsache kann man annehmen, daß ein Zusammenfließen der Elementarteilchen bei ihrer Vereinigung miteinander in all den Fällen stattfindet, wenn die bei diesem Zusammenfließen freiwerdende Energie bedeutend größer ist als die Ruhenergie des leichteren der beiden Teilchen, das bei dem entsprechenden Prozeß gewissermaßen verschwindet.

Es ist ganz natürlich, diese Überlegungen auf alle Prozesse der Vereinigung von zwei oder mehr Teilchen zu einem einzigen komplizierteren Teilchen zu verallgemeinern, d. h. anzunehmen, daß in diesem komplizierteren Teilchen die einfacheren Teilchen, aus denen es entstanden ist, ihre individuelle Existenz verlieren und zu einem einzigen neuen Teilchen zusammenfließen — daß eine qualitativ neue Form der Materie entsteht. Eine Behandlung, bei der man die Materie als eine Gesamtheit von mehreren Teilchen betrachtet, die sich in irgendeiner Weise relativ zueinander bewegen und dabei dieselben Eigenschaften beibehalten, die sie im freien Zustande aufweisen, kann nur den Charakter einer Annäherung haben, die um so mehr Berechtigung hat, je geringer die Energie der gegenseitigen Bindung der Teilchen im Vergleich zu ihrer Ruhenergie ist. So ist z. B. das Wasserstoffatom, das vom gewöhnlichen Standpunkt aus ein System ist, das aus einem Proton und einem Elektron besteht, streng genommen als ein gewisses neues, und zwar ein qualitativ neues Gebilde zu betrachten, das aber durch viel kompliziertere innere Eigenschaften charakterisiert ist als das Proton oder das Elektron.

Eine befriedigende Quantentheorie des Zusammenfließens zweier Teilchen zu einem einzigen Teilchen, die mit der Relativitätstheorie im Einklang steht, gibt es zur Zeit noch nicht. Tastende Versuche in dieser Richtung wurden von DE BROGLIE[1]) und dem Verfasser[2]) unternommen.

3. Der Spin der Elementarteilchen und seine Erhaltung bei ihren gegenseitigen Umwandlungen

Die Elektronen und die Protonen werden gewöhnlich nur durch zwei innere Eigenschaften charakterisiert, die durch skalare Größen ausgedrückt werden, nämlich die Ladung e und die Masse, genauer die Ruhmasse, m_0 für das Elektron und $M_0 = 1837\ m_0$ für das Proton. Im Jahre 1925 wiesen GOUDSMIT und UHLENBECK auf Grund eines reichhaltigen experimentellen Materials über Atomspektren nach, daß die Elektronen noch eine weitere fundamentale Eigenschaft von vektoriellem Charakter besitzen, die den Namen „Spin" erhielt. Unter dem Spin versteht man den beim Elektron auftretenden mechanischen

[1]) L. de BROGLIE, Théorie générale des particules à spin (méthode de fusion), Paris 1943.

[2]) Я. И. Френкель, Релятивистская квантовая теория сложных частиц. ЖЭТФ. (J. I. FRENKEL, Relativistische Quantentheorie zusammengesetzter Teilchen. J. exp. theoret. Physik), **16**, 326—334, 1946.

Drehimpuls (d. h. das Impulsmoment); man kann es sich anschaulich vorstellen, wenn man das Elektron als ein Kügelchen von sehr kleinem Radius (etwa 10^{-13} cm) betrachtet, das sich um seine Achse dreht. Wenn man annimmt, daß die Ladung des Elektrons im Volumen dieser Kugel gleichmäßig verteilt ist, so muß die Kugel auch ein magnetisches Moment von negativem Vorzeichen besitzen, das dem Drehimpuls also entgegengerichtet ist (da die Ladung des Elektrons negativ ist).

Nach der BOHRschen Theorie ist der Drehimpuls des Elektrons, der durch dessen Drehung um den Kern des Atoms verursacht wird (der Bahndrehimpuls), ein ganzes Vielfaches von $h/2\pi$. Der Spin des Elektrons, d. h. der Drehimpuls, der mit der Vorstellung seiner eigenen Achsendrehung zusammenhängt, ist gleich der Hälfte dieses Wertes, d. h. gleich $h/4\pi$. Das entsprechende magnetische Eigenmoment stimmt mit dem magnetischen Moment überein, das durch die fortschreitende Bewegung des Elektrons auf der einquantigen BOHRschen Bahn hervorgerufen wird: $\mu_B = \frac{eh}{\pi m_0 c 4} = \frac{e}{2m_0 c}\frac{h}{2\pi}$; es wird als BOHRsches Magneton bezeichnet. In CGS-Einheiten ist dieses Magneton gleich 10^{-20}.

Nach der BOHRschen Theorie kann die Achse der Elektronenbahn mit dem Drehimpuls $n\frac{h}{2\pi}$ nur $2n+1$ verschiedene Orientierungen relativ zu einer bestimmten, im Raum festliegenden Richtung (z. B. der Richtung eines äußeren Magnetfeldes H) annehmen; diese sind dadurch gekennzeichnet, daß die Projektion des Bahndrehimpulses des Elektrons auf diese Richtung verschiedene Werte annehmen, die sich um $\frac{h}{2\pi}$ voneinander unterscheiden $\left(\text{von } +n\frac{h}{2\pi} \text{ bis } -n\frac{h}{2\pi}\right)$. Diese Regel, die als Regel der Richtungsquantelung[1]) bezeichnet wird, bleibt auch für den Spin des Elektrons in Kraft, wenn wir den Wert n nicht als ganzzahlig, sondern als halbzahlig, insbesondere gleich $^1/_2$ annehmen. Der Spin des Elektrons kann also nur zwei Orientierungen annehmen — parallel und antiparallel zu einem äußeren Magnetfeld. Diesen Umstand bringt man zum Ausdruck, indem man dem Elektron außer den drei gewöhnlichen Koordinaten des Schwerpunkts x, y, z eine vierte Koordinate, die Spin-Koordinate s oder s_z zuschreibt, die entsprechend der Orientierung parallel bzw. antiparallel zur Achse nur die beiden Werte $s_z = \frac{1}{2}$ bzw. $s_z = -\frac{1}{2}$ annimmt.

Indirekte Ergebnisse, insbesondere Ergebnisse auf Grund der Erforschung der spektralen Eigenschaften des Wasserstoffmoleküls, zeigen, daß die Protonen den gleichen Spin (den gleichen Drehimpuls) besitzen wie das Elektron, also $\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi}$. Sie besitzen auch ein magnetisches Moment mit positivem Vorzeichen, dessen Größenordnung nach einer Formel von demselben Typ berechnet werden kann wie für das Elektron, d.h.

$$\mu_K = \frac{e}{2M_0 c}\frac{h}{2\pi}$$

[1]) Sie wurde von M. SOMMERFELD (München) aufgefunden. (*Anm. d. Übers.*)

(Kernmagneton). Das magnetische Moment des Protons ist 2,8mal größer als dieser Wert und in CGS-Einheiten ungefähr gleich 10^{-23}. Schließlich ergibt die Untersuchung des Spins und des magnetischen Moments der Neutronen, daß die Neutronen ebenfalls den Spin $\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$ haben sowie ein magnetisches Moment mit negativem Vorzeichen gleich $-1{,}9\,\mu_K$. Die zuletzt genannte Tatsache steht in Widerspruch mit der anschaulichen Beschreibung der kinetischen Entstehung des magnetischen Moments der Elektronen oder Protonen, da das Neutron ein neutrales Teilchen ist. Offensichtlich ist das Neutron keine Vereinigung (im gewöhnlichen Sinne des Wortes) eines Protons und eines Elektrons; sonst müßte sein magnetisches Moment ungefähr mit dem magnetischen Moment des Elektrons übereinstimmen, während es in Wirklichkeit nur ungefähr den 1000. Teil dieses Wertes beträgt. Aus analogen Gründen muß man auf die Vorstellung verzichten, daß das Proton ein zusammengesetztes System ist, das aus einem Neutron und einem Positron besteht (da das magnetische Moment des Positrons zahlenmäßig gleich dem Moment des Elektrons und dem Vorzeichen nach ihm entgegengesetzt ist).

Wir kommen also wiederum zu der Schlußfolgerung, daß das Neutron und das Proton Elementarteilchen sind, die sich durch Emission eines Elektrons oder durch Zusammenfließen mit einem Positron und durch Emission eines Positrons oder durch Zusammenfließen mit einem Elektron ineinander umwandeln können.

Aber bei Prozessen dieser Art müssen nicht nur die Energie und der translatorische Impuls der reagierenden Teilchen erhalten bleiben, sondern auch ihr Drehimpuls, d. h. der resultierende Spin. Das ist aber nur dann möglich, wenn an diesen Prozessen noch ein weiteres Teilchen vom gleichen Typ beteiligt ist, d. h. ein Teilchen, das den gleichen halbzahligen Spin $\left(\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}\right)$ besitzt. Hierbei und nur hierbei können die Spinbedingungen für das Proton und das Neutron die gleichen sein. Die Spins aller an einer Reaktion beteiligten Teilchen müssen ja doch entweder parallel oder antiparallel zueinander liegen. Wenn es sich z. B. nur um die Umwandlung eines Protons in ein Neutron handelte nach dem Schema $p \to n + e^+$ (e^+ ist das Symbol des Positrons), so müßte der resultierende Spin im Ausgangszustand gleich $^1/_2$, im Endzustand aber $^1/_2 \pm {}^1/_2$, d. h. entweder 1 oder 0 sein. Die Erhaltung des Spins bei der betrachteten Reaktion ist aber vollständig gesichert, wenn man nach PAULI (1931) annimmt, daß außer dem Positron noch ein weiteres leichtes Teilchen auftritt, das keine elektrische Ladung aufweist und den Spin $^1/_2$ besitzt. Dieses hypothetische Teilchen erhielt den Namen Neutrino (d. h. kleines Neutron). Das vollständige Schema der betrachteten Reaktion hat also die Form:

$$p \to n + e^+ + \nu, \tag{5}$$

wo ν das Symbol des Neutrinos ist.

Diese Reaktion ist hinsichtlich ihres Ergebnisses vollständig äquivalent der Reaktion:

$$p + e^- \to n + \nu, \tag{5a}$$

die den Einfang eines Elektrons durch ein Proton unter Emission eines Neutrinos darstellt. Im nachfolgenden werden wir sehen, daß ein derartiger Einfang eines der Elektronen außerhalb des Kerns durch eines der Protonen im Innern des Kerns (ein sogenannter K-Einfang) wirklich immer dann stattfindet, wenn er nur energetisch günstig ist; er ist ein Prozeß, der dem gewöhnlichen Beta-Zerfall radioaktiver Kerne entgegengesetzt ist.

In analoger Weise wird der Prozeß der Umwandlung eines Neutrons in ein Proton, der einen derartigen Beta-Zerfall charakterisiert, durch das Schema

$$n \rightarrow p + e^- + \nu \tag{6}$$

beschrieben, das dem Schema

$$n + e^+ \rightarrow p + \nu$$

äquivalent ist und dem Einfang eines Positrons von außen entspricht.

Durch diese Schemata läßt sich im Prinzip erklären, warum das magnetische Moment des Neutrons von Null verschieden ist, obwohl seine Ladung gleich Null ist. Das Teilchen, das wir als Neutron bezeichnen, befindet sich nämlich, wie v. Weizsäcker zuerst erkannte, nicht die ganze Zeit rein im Neutronenzustand, sondern verbringt einen relativ kleinen Teil der Zeit in dem nach Gleichung (6) aufgespaltenen Zustande. Hierbei kehrt es, wenn es ihm noch nicht gelingt, wirklich aufzuspalten, wieder in den Ausgangszustand zurück. Eine gewisse Zeitlang besteht es also tatsächlich aus einem Proton und einem Elektron, das ihm auch einen gewissen Teil seines magnetischen Moments mitteilt. Damit das Moment des Neutrons gleich $-1{,}9\,\mu_K$ wird, muß angenommen werden, daß es ungefähr $^1/_{1000}$ der Zeit seiner Existenz im aufgespaltenen Zustand zubringt. Wenn man annimmt, daß analoge virtuelle Umwandlungen während der ganzen Zeit auch mit dem Proton vor sich gehen, so muß man seinem magnetischen Eigenmoment μ_K den Wert $+1{,}9\,\mu_K$ hinzufügen; dies ergibt für das resultierende Moment einen Wert, der nahezu gleich dem experimentell beobachteten Wert $2{,}8\,\mu_K$ ist[1]).

Was das Neutrino betrifft, so ist dieses Teilchen außer dem Spin von der Größe $^1/_2$ durch die Ladung Null und eine Ruhmasse charakterisiert, die anscheinend ebenfalls gleich Null ist[2]). Ein magnetisches Moment besitzt das Neutrino auch nicht, so daß es keine merkliche ionisierende oder anderweitige Wirkung auf die Materie ausübt, durch die es hindurchfliegt, und daher ist es unmittelbar nicht zu erkennen.

Zum Schluß ist noch zu bemerken, daß die moderne Physik in Gestalt der durchdringenden Komponente der kosmischen Strahlung die Existenz noch

---

[1]) Jetzt nimmt man allgemein an, daß das magnetische Moment des Neutrons folgendermaßen zustande kommt: Eine gewisse Zeit lang existiert das Neutron in Form eines Protons und eines Mesons (vielleicht eines π-Mesons), und nicht in Form eines Protons und eines Elektrons. In Übereinstimmung damit muß der Bruchteil der Zeit, den das Neutron im aufgespaltenen Zustande verbringt, ungefähr einige Zehntel betragen. (*Anm. d. Red.*)

[2]) Die letzten Experimente haben ergeben, daß die Ruhmasse des Neutrinos kleiner ist als $^1/_{2000}$ der Masse des Elektrons. (*Anm. d. Red.*)

eines weiteren Elementarteilchens oder richtiger noch einer weiteren Klasse von Elementarteilchen im freien Zustande entdeckt hat, nämlich die Mesonen; diese haben die gleiche Ladung wie die Elektronen und Positronen, aber eine größere Masse und einen Spin, der anscheinend gleich 1 (d.h. $h/2\pi$) oder 0 ist. Diese Teilchen, die eine Ruhenergie besitzen, die um ein vielfaches größer ist als die Ruhenergie des Elektrons, sind instabil. So beträgt z. B. die mittlere Lebensdauer des Mesons mit der Masse 200 m_0 nur etwa $2 \cdot 10^{-6}$ sec, wenn man diese Dauer auf ein Koordinatensystem bezieht, in dem das Meson ruht. Wenn man es aber im System des Beobachters betrachtet, relativ zu dem es sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, wobei es eine Energie von etwa 10^{10} eV besitzt, so ist seine Lebensdauer ungefähr 100mal so groß[1]). Hierbei endet die Existenz des Mesons (des sogenannten π-Mesons) anscheinend damit, daß es in das etwas leichtere μ-Meson und ein Neutrino aufspaltet; das μ-Meson wiederum zerfällt in ein Elektron (oder Positron) und zwei Neutrinos[2]).

4*. Spin und Statistik

Der Drehimpuls eines Teilchens kann nach der Quantenmechanik entweder nur ganzzahlige Werte annehmen, d. h. ganze Vielfache von $h/2\pi$ (und insbesondere den Wert Null) oder nur halbzahlige (insbesondere auch $^1/_2$). Der Wert des Spins eines Teilchens hängt eindeutig mit den statistischen Eigenschaften der betreffenden Teilchen zusammen, d. h. mit dem statistischen Verhalten einer Gesamtheit dieser Teilchen, insofern man annehmen kann, daß sie bei der Vereinigung miteinander zu einem einzigen System nicht zusammenfließen, sondern ihre Individualität bewahren. Der zuletzt genannte Umstand entspricht der nichtrelativistischen Behandlung des von ihnen gebildeten Systems (d. h. der Annahme, daß die Wechselwirkungskräfte zwischen den Elementarteilchen momentan übertragen werden und daß der Begriff der Gleichzeitigkeit dementsprechend absoluten Charakter besitzt). Unter diesen Bedingungen läuft die quantenmechanische Beschreibung des Verhaltens eines Systems von Teilchen (einerlei, ob von gleichen oder ungleichen Teilchen) darauf hinaus, eine gewisse Wellenfunktion der Koordinaten aller Teilchen x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2, ... und in ein und demselben Zeitpunkt einer für alle Teilchen gemeinsamen Zeit t zu finden: $\Psi(1, 2, \ldots, N, t)$ wo die Zahlen 1, 2, usw. die Koordinaten des entsprechenden Teilchens bedeuten.

Der statistische Sinn dieser Funktion ist derselbe wie bei einem einzigen Elementarteilchen (einem materiellen Punkt): Das Quadrat der Funktion Ψ (wenn sie reell ist) oder ihres Moduls (wenn sie komplex ist) ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit der entsprechenden Konfiguration der Teilchen, die das System bilden. Wenn die Teilchen voneinander verschieden sind und überhaupt

---

[1]) Bei der Erforschung der Mesonen von geringer Lebensdauer gelang es zum erstenmal, die von EINSTEIN schon seit langem theoretisch vorhergesagte Abhängigkeit dieser Dauer von der Geschwindigkeit der Bewegung experimentell nachzuprüfen.

[2]) Über die Existenz von Mesonen anderer, größerer Massen vgl. nachstehend.

nicht in Wechselwirkung miteinander stehen, läuft die Funktion Ψ auf das einfache Produkt der Wellenfunktionen $\psi_1(1, t) \cdot \psi_2(2, t) \cdot \ldots$ für die einzelnen Teilchen hinaus. Dies entspricht dem gewöhnlichen „Multiplikationstheorem" für die Wahrscheinlichkeit eines zusammengesetzten Ereignisses, das darin besteht, daß mehrere voneinander unabhängige Ereignisse gemeinsam eintreffen. Wenn sich die betrachteten Teilchen unabhängig voneinander bewegen, so ist nämlich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sie in ein und demselben Zeitpunkt die Lagen 1, 2, ... einnehmen, gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten für das Eintreffen eines jeden einzelnen dieser Ereignisse.

Die Wechselwirkung zwischen den Teilchen wird in komplizierterer Weise durch die Wellenfunktion Ψ berücksichtigt, die durch die allgemeine SCHRÖDINGER-Gleichung

$$H\Psi = \frac{ih}{2\pi}\frac{\partial \Psi}{\partial t} \tag{7}$$

bestimmt wird; hier ist H der sogenannte Energieoperator, der sich aus der gewöhnlichen HAMILTON-Funktion, d. h. der Summe der potentiellen Energie aller Teilchen $U(1, 2, \ldots)$ und ihrer kinetischen Energie

$$T = \frac{1}{2m_1}p_1^2 + \frac{1}{2m_2}p_2^2 + \ldots$$

ergibt, wenn man die Größen p_1, p_2 usw. (die Impulse der einzelnen Teilchen) durch gewisse Operatoren ersetzt:

$$\vec{p}_1 = -\frac{ih}{2\pi}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial y_1}, \frac{\partial}{\partial z_1}\right),$$

$$\vec{p}_2 = -\frac{ih}{2\pi}\left(\frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial y_2}, \frac{\partial}{\partial z_2}\right) \quad \text{usw.}$$

In dem Spezialfall, daß alle Teilchen, die das betrachtete System bilden, völlig gleich sind, d. h. gleiche Masse, gleiche Ladung, gleichen Spin usw. haben, kompliziert sich die Situation wesentlich, da Teilchen, die im vollen Sinne dieses Wortes identisch sind, in der Quantenmechanik prinzipiell nicht voneinander unterschieden werden können. In der klassischen Mechanik verhält es sich dadurch anders, weil man es für möglich hält, die Bewegung eines jeden Teilchens ununterbrochen zu verfolgen und auf diese Weise zu erkennen, wo sich ein Teilchen, das im Ausgangszeitpunkt t_0 als das „erste" angenommen wurde, in dem Zeitpunkt t gerade befindet, wo sich hierbei das „zweite" Teilchen befindet, usw. Hier dienen als Charakteristik des Teilchens nicht seine inneren Eigenschaften, sondern seine Ausgangslage, mit deren Hilfe alle folgenden Lagen ununterbrochen und eindeutig bestimmt werden. In der Quantenmechanik in ihrer modernen Form wird die ununterbrochene „Beobachtung" eines jeden solchen Teilchens als prinzipiell unmöglich angesehen, da man über seine Lage im Raum nur statistische (Wahrscheinlichkeits-)Aussagen machen kann. Daher muß man bei der Betrachtung einer Gesamtheit von identischen Teilchen in der Quantenmechanik von vornherein auf irgendeine anfängliche Charakteristik der Teilchen verzichten, auch darauf, ihnen bestimmte Nummern

beizulegen. Die Darstellung der Wellenfunktion $\Psi(1, 2, \ldots)$ ist aber mit einer bestimmten Numerierung der Teilchen verknüpft. Mit anderen Worten: Die Verteilung der Teilchen auf die Punkte des Raumes, deren Wahrscheinlichkeit durch das Quadrat der Funktion Ψ oder ihres Moduls bestimmt wird, ist persönlich (das erste Teilchen befindet sich in dem Punkt mit den Koordinaten x_1, y_1, z_1, das zweite im Punkt x_2, y_2, z_2, usw.), während sie „entpersönlicht“ sein muß (ein Teilchen, das unbekannt ist, befindet sich im Punkt x_1, y_1, z_1, ein anderes im Punkte x_2, y_2, z_2 usw.). Diese „Entpersönlichung“ kann gesichert werden, wenn man voraussetzt, daß die Funktion $|\Psi|^2$ symmetrisch in bezug auf die Koordinaten aller Teilchen ist, d. h., wenn sie sich bei einer Vertauschung dieser Koordinaten miteinander nicht ändert.

Wir kommen also zu der Forderung:

$$|\Psi(1, 2, 3, \ldots; t)|^2 = |\Psi(2, 1, 3, \ldots; t|^2 = \ldots,$$

die in zwei und nur in zwei Fällen erfüllt werden kann, nämlich: wenn die Funktion Ψ symmetrisch in bezug auf alle Teilchen ist, deren Koordinaten darin auftreten, oder wenn diese Funktion antisymmetrisch in bezug auf alle diese Teilchen ist, d. h., wenn sie bei einer Vertauschung zweier Teilchen ihr Vorzeichen ändert.

$$\Psi(1, 2, 3, \ldots; t) = -\Psi(2, 1, 3. \ldots; t).$$

Aus Gleichung (7) folgt, daß diese Symmetrieeigenschaften der Wellenfunktionen permanent sind, d. h., daß sie im Lauf der Zeit erhalten bleiben. Da der Energieoperator H im Fall identischer Teilchen offensichtlich symmetrisch in bezug auf alle Teilchen ist, so ist die Änderung der Wellenfunktion während des Zeitintervalls dt, die nach Gleichung (7) den Wert

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t}\, dt = \frac{2\pi}{ih}\, H\Psi(t)\, dt$$

hat, eine symmetrische Funktion, wenn $\Psi(t)$ symmetrisch ist, und antisymmetrisch, wenn $\Psi(t)$ antisymmetrisch ist, so daß sich der Symmetriecharakter der Funktion $\Psi(t)$ mit der Zeit nicht ändert.

Wir wollen jetzt ein System betrachten, das aus zwei Paar gleichen Teilchen besteht, z. B. aus zwei Wasserstoffatomen, von denen jedes die Vereinigung eines Protons und eines Elektrons darstellt.

Wir bezeichnen die Protonen mit den Symbolen I und II, die Elektronen mit den Symbolen 1 und 2 und nehmen an, daß das erste Atom die Struktur (I, 1) und das zweite die Struktur (II, 2) hat. Wir wollen die beiden Atome als materielle Punkte betrachten, d. h., wir wollen uns nur für ihre Translationsbewegung interessieren. Die Vertauschung der beiden Atome geht offensichtlich aus der gleichzeitigen Vertauschung der beiden Protonen und der beiden Elektronen hervor. Wir nehmen für einen Augenblick an (diese Annahme entspricht, wie wir sofort sehen werden, der Wirklichkeit), daß die Funktion $\Psi(\mathrm{I}, 1; \mathrm{II}, 2)$ antisymmetrisch ist, sowohl in bezug auf die beiden Protonen als auch in bezug auf die beiden Elektronen, d. h., daß sich ihr Vorzeichen beim Vertauschen von I

mit II oder 1 mit 2 ändert. In diesem Fall ändert sich das Vorzeichen der Wellenfunktion bei gleichzeitiger Vertauschung der beiden Protonen und der beiden Elektronen offenbar nicht, d. h., sie ist eine symmetrische Funktion in bezug auf die Koordinaten der beiden Wasserstoffatome (die als materielle Punkte betrachtet werden). Wir sehen also, daß sich bei der Vereinigung zweier Teilchen von antisymmetrischem Typ (d. h., solcher Teilchen, die durch antisymmetrische Funktionen beschrieben werden) ein Teilchen von symmetrischem Typ ergibt. Wenn dagegen eines der Teilchen I und II durch symmetrische Funktionen beschrieben würde und das andere durch antisymmetrische, so würden die Wasserstoffatome durch antisymmetrische Funktionen beschrieben werden.

Diese Überlegungen sprechen dafür, daß eine sehr einfache Korrelation zwischen dem Wert des Eigendrehimpulses (des Spins) der Elementarteilchen und dem Symmetriecharakter der Wellenfunktionen besteht, die ein System aus solchen Teilchen beschreiben. Ein Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen zeigt sofort, daß Teilchen mit halbzahligem Spin durch eine antisymmetrische Wellenfunktion beschrieben werden, Teilchen mit ganzzahligem Spin aber durch eine symmetrische.

In der Tat sind die Elektronen nach einem Prinzip, das PAULI zuerst in allgemeiner Form formuliert hat, in der Hülle komplizierter Atome auf den Quantenbahnen eines jeden Typs paarweise angeordnet; dabei haben die Spins bei jedem Paar von Teilchen entgegengesetzte Richtung. Dieses Resultat folgt unmittelbar aus den obigen Überlegungen, wenn wir beachten, daß der Spin des Elektrons gleich $^1/_2$ ist (d. h., daß er nur zwei entgegengesetzte Orientierungen annehmen kann), und wenn wir bei der Bestimmung der Wellenfunktion des ganzen Systems der Elektronen von der Vorstellung ausgehen, daß die Elektronen auf Quantenbahnen verteilt sind, denen bestimmte Wellenfunktionen $\psi(x, y, z, t)$ entsprechen. Nehmen wir zu den drei gewöhnlichen Koordinaten als vierte die Spinkoordinate s hinzu, die nur zwei Werte annehmen kann $\left(s = \frac{1}{2} \text{ oder } s = -\frac{1}{2}\right)$, so erhalten wir zur vollständigen Charakterisierung des Verhaltens eines Elektrons Funktionen von der Form $\psi(x, y, z, s; t)$. Das Produkt aus zwei derartigen Funktionen für zwei „verschiedene" Elektronen $\psi_1(1) \cdot \psi_2(2)$ kann das Verhalten eines Systems, das aus beiden zusammengesetzt ist, nicht richtig charakterisieren, da es das Prinzip der „Entpersönlichung" nicht erfüllt. Dieses Prinzip erfüllen aber Wellenfunktionen, die sich aus der vorstehenden Funktion durch Symmetrisieren oder Antisymmetrisieren ergeben:

$$\Psi_+ = \psi_1(1)\psi_2(2) + \psi_1(2)\psi_2(1) \tag{8}$$

und

$$\Psi_- = \psi_1(1)\psi_2(2) - \psi_1(2)\psi_2(1). \tag{8a}$$

Wenn wir annehmen, daß die Gesamtheit der beiden Elektronen durch die antisymmetrische Funktion (8a) beschrieben wird, so folgt hieraus automatisch das PAULI-Prinzip in seiner gewöhnlichen Formulierung: Bei gleicher Spin-

richtung können sich zwei Elektronen nicht auf geometrisch gleichen Bahnen bewegen (da die Wellenfunktion Ψ hierbei gleich Null wird).

Im Fall zweier Elektronen kann die Wellenfunktion eines jeden von ihnen in Form eines Produkts $\varphi(x, y, z) \cdot \chi(s)$ dargestellt werden. Wenn sich die beiden Funktionen voneinander nur durch den Spinfaktor χ unterscheiden, kann die Wellenfunktion, die die beiden Elektronen beschreibt, in der Form

$$\Psi \equiv \Phi\,(x_1, y_1, z_1;\; x_2, y_2, z_2)\,\chi\,(s_1, s_2)$$

dargestellt werden.

Hierbei muß der eine Faktor symmetrisch sein und der andere antisymmetrisch. Man kann zeigen, daß die Symmetrie des zweiten Faktors (des Spinfaktors) der Addition der Spins beider Elektronen entspricht, d. h. ihrer Parallelität („Orthozustand"), ihre Antisymmetrie aber der Antiparallelität der beiden Spins, d. h., der resultierende Spin der beiden Teilchen ist gleich Null („Parazustand"). Im ersten Fall ist die Funktion Φ antisymmetrisch und wird infolgedessen gleich Null, wenn die räumlichen Koordinaten der beiden Elektronen miteinander übereinstimmen. Das heißt: Die beiden Elektronen „meiden" sich gewissermaßen, ganz unabhängig vom Charakter ihrer Wechselwirkung. Im Parazustand sind die Elektronen dagegen bestrebt, sich zu nähern, wiederum ganz unabhängig vom Charakter ihrer Wechselwirkung. Da sich die Elektronen tatsächlich gegenseitig (nach dem COULOMBschen Gesetz) abstoßen, ist der Orthozustand unter sonst gleichen anderen Bedingungen für sie günstiger als der Parazustand. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß dieses Ergebnis für eine beliebige Zahl von Elektronen in Kraft bleibt, wenn sie nur alle mit geometrisch verschiedenen Bahnen zusammenhängen.

Zur vollständigen Charakterisierung von komplizierteren Teilchen, zum Beispiel von Wasserstoffatomen, müssen außer den Translations-Koordinaten, die die Lage (oder die Bewegung) des Schwerpunkts bestimmen, noch eine Reihe anderer innerer Koordinaten eingeführt werden, die den inneren Zustand der Teilchen bestimmen, insbesondere der resultierende Drehimpuls und seine Projektion auf irgendeine Achse. Die Spinkoordinate, die für das Elektron oder das Proton im ganzen nur zwei Werte annimmt, wird hierbei also durch eine innere Koordinate ersetzt, die eine unendlich große Zahl diskreter Werte annimmt. In der strengen relativistischen Theorie müssen diese zusammengesetzten Teilchen als Elementarteilchen behandelt werden, ebenso wie die Elektronen; dabei muß die gewöhnliche quantenmechanische Beschreibung der Bewegung der Teilchen, durch deren Zusammenfließen sie gebildet werden, durch eine schematischere Beschreibung ersetzt werden, in Übereinstimmung damit, daß die elementareren Teilchen als selbständige Individuen in dem qualitativ verschiedenen zusammengesetzten Teilchen verschwinden.

5*. Die Feldtheorie der Materie

Das in den vorstehenden Abschnitten entworfene Schema der Quantentheorie hat offensichtlich nur provisorischen Charakter. Dies zeigt sich besonders deutlich an einem System von gleichartigen Teilchen. Wenn diese Teilchen nicht

wechselseitig aufeinander einwirken (wie z. B. die Photonen), so kann die Beschreibung ihres Verhaltens mit Hilfe von „entpersönlichten" (d. h. symmetrisierten) Wellenfunktionen im vieldimensionalenRaum durch die einfachere Beschreibung mit Hilfe einer Wellenfunktion im gewöhnlichen dreidimensionalen Raum ersetzt werden (wie dies im Fall der Lichterscheinungen gewöhnlich auch geschieht), wobei das Quadrat des Moduls einer derartigen Funktion $\psi(x, y, z, t)$ oder genauer das über ein gewisses Volumen erstreckte Integral $\int |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$ als Maß der Anzahl aller Teilchen in diesem Volumen betrachtet werden kann (und nicht als die Wahrscheinlichkeit dafür, daß sich eines der Teilchen in dem Raume befindet). Diese Methode berücksichtigt unmittelbar und ganz automatisch das Prinzip der Entpersönlichung; sie hat aber den Nachteil, daß sie die Ganzzahligkeit der Anzahl aller Teilchen, die sich in dem betreffenden Volumen befinden, bei beliebiger Größe des Volumens nicht garantiert.

Um diese Ganzzahligkeit z. B. im Fall der Photonen sicherzustellen, muß man auf die klassische Vorstellung des elektromagnetischen Feldes verzichten und sie durch eine neue Quantenvorstellung ersetzen, die schon 1927 in den ersten Arbeiten zur Quantenelektrodynamik (von HEISENBERG u. a.) skizziert wurde.

Das Wesen dieser Vorstellung läßt sich folgendermaßen klar machen: Das elektromagnetische Feld in einem rechteckigen Hohlraum mit ideal reflektierenden Wänden kann vom klassischen Standpunkt aus als eine Superposition ebener stehender Wellen von verschiedener Richtung und Wellenlänge dargestellt werden, denen bestimmte Schwingungsfrequenzen entsprechen. Diese Wellen werden wie harmonische Oszillatoren behandelt, denen in der gewöhnlichen nichtrelativistischen Quantenmechanik gequantelte Energiewerte zugeschrieben werden, die gleich $h\nu\left(n + \frac{1}{2}\right)$ oder vielfachen davon sind. Dadurch wird die Zahl n der Photonen, die mit jedem derartigen Oszillator in dem betreffenden (beliebigen) Volumen zusammenhängen, ganzzahlig.

Mit der betrachteten Vorstellung sind — wenn die Quantenelektrodynamik mit der klassischen Eelektrodynamik verglichen wird — sehr radikale Änderungen hinsichtlich der Problemstellung bei der Bestimmung des elektromagnetischen Feldes verknüpft: In der klassischen Elektrodynamik wird jede stehende Welle durch einen Ausdruck von der Form

$$q \sin 2\pi k_1 x \sin 2\pi k_2 y \sin 2\pi k_3 z$$

beschrieben, wo q die elektrische oder magnetische Feldstärke kennzeichnet. Diese Größe ist eine harmonisch schwingende Funktion der Zeit

$$q = q_0 \sin(2\pi\nu t + \alpha),$$

wo q_0 die Amplitude der Schwingungen bezeichnet und α eine willkürliche Anfangsphase. In der Quantenmechanik des eindimensionalen harmonischen Oszillators, der durch die Veränderliche q dargestellt wird, bleiben die tatsächlichen Werte der Größe q als Funktionen der Zeit unbestimmt; bestimmt wird nur — und zwar eindeutig — die Wahrscheinlichkeit $|\psi(q, t)|^2\, dq$ dafür, daß

diese Veränderliche zur Zeit t im Intervall zwischen q und $q + dq$ liegt. Bei Schwingungen mit einer bestimmten Frequenz ν, d.h. mit der Energie $\left(n + \frac{1}{2}\right) h\nu$, hängt diese Wahrscheinlichkeit nicht von der Zeit ab. Was die „Wahrscheinlichkeitsamplitude" oder die „Wellenfunktion" $\psi(q, t)$ betrifft, so hat diese die Form $\Psi^0(q)\, e^{-i\frac{2\pi(Wt+\alpha)}{h}}$, wo die Phase α vollständig willkürlich bleibt.

Wie soeben schon erwähnt wurde, bleibt der Wert des Feldes q auch in dem Fall unbestimmt, wenn es einem einzigen Oszillator von bestimmter Frequenz entspricht. Die Situation wird noch unbestimmter, wenn es sich um ein Feld handelt, das einer Superposition von mehreren harmonischen Oszillatoren mit verschiedenen Energien W $\left(\text{oder Frequenzen } \frac{W}{h}\right)$ entspricht. Es ist hervorzuheben, daß nach der Quantenelektrodynamik hierbei nicht das Feld selbst schwingt, sondern nur die Wellenfunktion, die die Wahrscheinlichkeit für diesen oder jenen Wert des Feldes charakterisiert. Die Quantentheorie gestattet, den wahrscheinlichen Wert der Größe q nach der Formel

$$\bar{q}(t) = \sum_m \sum_n q_{mn} c_m^* c_n$$

zu berechnen; hier sind die c_n die Koeffizienten der Entwicklung von $\psi(q, t)$ nach normierten „Eigenfunktionen" ψ, die den verschiedenen gequantelten Oszillatoren entsprechen[1]), und q_{mn} die Matrixelemente von q in bezug auf diese Funktionen

$$q_{mn} = q_{mn}^0\, e^{i2\pi\left(\frac{W_m - W_n}{h} t + \alpha_m - \alpha_n\right)},$$

wo

$$q_{mn}^0 = \int \psi_m^{0*}(q)\, q \psi_n^0(q)\, dq.$$

Wir sehen also: Die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes, die den ganzzahligen Wert für die Anzahl der Photonen einer jeden Sorte garantiert, wird (vom klassischen Standpunkt aus) sehr teuer erkauft, nämlich durch den Verzicht auf die genaue Beschreibung dieses Feldes in Raum und Zeit und seine Behandlung vermittels einer Wellenfunktion oder „Wahrscheinlichkeitsamplitude" $\psi(q, t)$.

Bis jetzt haben wir nur ein Feld im „Vakuum" betrachtet, d. h. in einem Raum, der keine elektrisch geladenen Teilchen — Elektronen und Positronen — enthält. Die Notwendigkeit des obengenannten Opfers zeigt sich noch deutlicher beim Vorhandensein derartiger Teilchen im Zusammenhang mit der Wechselbeziehung zwischen diesen Teilchen und dem von ihnen hervorgerufenen elektromagnetischen Feld.

Nach der klassischen Elektrodynamik können ja doch Lage und Geschwindigkeit eines solchen Teilchens eindeutig bestimmt werden, wenn die Komponenten des elektromagnetischen Feldes bekannt sind, das in den verschiedenen Raum-

[1]) Eine Wellenfunktion wird als normiert bezeichnet, wenn sie die Bedingung $\int |\psi_n|^2\, dq = 1$ erfüllt.

Zeit-Punkten von ihm erzeugt wird. Wenn — wie dies in der gewöhnlichen Quantenmechanik der Fall ist — Lage und Geschwindigkeit eines geladenen Teilchens, z. B. eines Elektrons, nur statistisch, d. h. nur mit den Fachausdrücken der Wahrscheinlichkeitstheorie, bestimmt werden können, so muß das elektromagnetische Feld ebenfalls nur statistisch zu bestimmen sein, d. h., die Komponenten der elektrischen und magnetischen Feldstärke in jedem Punkt des Raums können nicht bestimmte Funktionen der Zeit sein (wie dies in der klassischen Elektrodynamik vorausgesetzt wird). Eine bestimmte Funktion der Zeit in jedem Punkte kann nur die Wahrscheinlichkeit dafür sein, daß diese Komponenten diese oder jene bestimmten Werte annehmen; hierbei muß die Verteilung der Wahrscheinlichkeit im Raum (d. h. für verschiedene Punkte) der räumlichen Verteilung der Wahrscheinlichkeit für die verschiedenen Lagen (und Geschwindigkeiten) des Elektrons entsprechen.

Wie schon LORENTZ nachgewiesen hat, kann man die Bewegungsgleichungen des Elektrons in der klassischen Form (d. h. nicht in der Quantenform) erhalten, wenn man annimmt, daß die Ladung des Elektrons in einem gewissen endlichen, wenn auch sehr kleinem Volumen verteilt ist, und wenn man voraussetzt, daß die äußere Kraft, die auf jedes Elektron einwirkt, genau gleich der Kraft der „Eigeneinwirkung" ist, d. h. gleich der Resultante aller der Kräfte, die die verschiedenen unendlich kleinen Elemente der Elektronenladung bei ihrer gemeinsamen Bewegung aufeinander ausüben. Hierbei werden alle die Kräfte, deren Resultante gleich Null ist (z. B. die gegenseitigen Abstoßungskräfte zwischen den Elementen der Elektronenladung) nicht in Betracht gezogen. Wenn die Geschwindigkeit des Elektrons klein ist im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, so ist die resultierende Kraft der Eigeneinwirkung proportional der Beschleunigung des Elektrons; da die Summe der Eigeneinwirkung und der äußeren Kraft gleich Null ist, ergibt sich das gewöhnliche Gesetz der klassischen Mechanik:

$$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F},$$

wo $\vec{F}$ die äußere Kraft ist und m_0 ein Faktor, der die Rolle der Masse spielt.

Wenn sich die Geschwindigkeit des Elektrons der Lichtgeschwindigkeit nähert und wenn wir hierbei voraussetzen, daß sich das Elektron in der Bewegungsrichtung im Verhältnis $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ zu 1 abplattet, nimmt die Bewegungsgleichung die Form

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$$

an, wo $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ ist, in Übereinstimmung mit den Forderungen der Relativitätstheorie.

Die Hypothese der „Eigeneinwirkungskraft" des Elektrons, die in jedem Augenblick die darauf einwirkende äußere Kraft kompensiert, führt tatsächlich dazu, daß der Kraftbegriff aus der Lehre vom elektromagnetischen Felde und

von den Elektronen beseitigt wird, da die Bewegung der Elektronen so vor sich geht, daß die resultierende Kraft, die ein jedes von ihnen erfährt, im Mittel (für sein ganzes Volumen) gleich Null ist. Auf diese Weise wird der Begriff der Kraft im Grunde genommen aus dieser klassischen Variante der Elektrodynamik verbannt und durch die Begriffe Energie und Impuls des elektromagnetischen Feldes zusammen mit ihrem Erhaltungssatz ersetzt. Hierbei wird bekanntlich die Energie des Feldes als das Integral $\int \frac{E^2 + H^2}{8\pi} \, dV$ bestimmt (E ist die elektrische und H die magnetische Feldstärke) und mit dem Vektor des Energiestroms $\frac{c}{4\pi} \vec{E} \times \vec{H}$ verknüpft. Dividieren wir diesen Ausdruck durch c^2, so erhalten wir den Vektor der Impulsdichte; dieser hängt in analoger Weise mit einem Tensor zusammen, der die Stromdichte des elektromagnetischen Impulses darstellt und (bis auf das Vorzeichen) mit dem MAXWELLschen Tensor der elektromagnetischen Spannungen identisch ist. In dieser dynamischen Theorie des elektromagnetischen Feldes ist das Feld der Träger aller der mechanischen Eigenschaften, die gewöhnlich den Elektronen zugeschrieben werden, während die Elektronen zu eigenartigen Knotenpunkten dieses Feldes werden, deren Bewegung durch die Erhaltungssätze für die Energie und den Impuls des Feldes bestimmt ist.

Von diesem Standpunkt aus sind die Elektronen (und ihre Partner — die Positronen) nicht irgendwelche besondere, von dem elektromagnetischen Feld wesentlich verschiedene Teilchen; sie sind „Verdichtungen“ dieses Feldes, die vollständig durch die Verteilung des Feldes im Raum und seine Änderung mit der Zeit charakterisiert werden.

Infolge zweier fundamentaler Schwierigkeiten gelang es nicht, diese klassische Variante der dynamischen Theorie des elektromagnetischen Feldes (sie ist also keine Quantentheorie) zum erfolgreichen Abschluß zu bringen. Die erste Schwierigkeit hat ihren Grund in ihren Voraussetzungen und hängt mit dem Atomismus der elektrischen Ladung zusammen, d. h. mit der Identität aller Elektronen und ihrer Stabilität, die im Rahmen der genannten Theorie keine Erklärung finden. Die zweite Schwierigkeit ergibt sich aus der Vorstellung, daß das Elektron eine räumliche Ausdehnung besitzt; diese ist nötig, damit der Begriff der Eigeneinwirkungskraft einen Sinn hat; sie führt aber zu einer Reihe von Problemen, z. B. zu dem Problem, warum das Elektron unter der Einwirkung der gegenseitigen Abstoßungskräfte zwischen seinen Elementen nicht explodiert, oder dem Problem seiner Formveränderung bei der Bewegung.

Die Quantentheorie in ihrer heutigen Form ist zwar noch nicht imstande, diese Schwierigkeiten zu überwinden, sie liefert aber Hinweise darauf, daß sie durch eine Umwandlung der klassischen Theorie des elektromagnetischen Feldes in der Richtung überwunden werden können, die oben für den Spezialfall des elektromagnetischen Feldes der Lichtwellen schon angedeutet wurde.

Die Identität aller Elektronen (und Positronen) untereinander folgt unmittelbar daraus, daß diese Teilchen eine Art von Quanteneffekten des elektro-

magnetischen Feldes darstellen, die nach ihrem Wesen von den Photonen verschieden, aber formal ihnen analog sind. Im Zusammenhang damit ist zu bemerken, daß die fundamentale Größe, die die Elektronen und Positronen charakterisiert, nämlich ihre Ladung e, die Dimension des Produkts $\sqrt{hc}$ hat und einen Zahlenwert, der sich von diesem Produkt um einen Faktor der Größenordnung 10 unterscheidet. Was die geometrischen Abmessungen der Elektronen (und Positronen) betrifft, so wird ihr Radius in der modernen Elektrodynamik nur zur Charakteristik ihrer elektromagnetischen Masse eingeführt.

Ich glaube, daß dieser Begriff in der künftigen Quantenelektrodynamik überhaupt nicht auftreten wird.

Die obigen Überlegungen sind mit gewissen Komplikationen auch auf schwerere Teilchen — Protonen und Neutronen — anwendbar. Das Auftreten von Ladungen bei den Protonen und ihr Fehlen bei den Neutronen weist darauf hin, daß das elektromagnetische Feld in diesem Fall nicht von wesentlicher Bedeutung ist und durch ein Feld von anderer Natur ersetzt werden muß. Dieses Feld wird gewöhnlich als Feld der Kernkräfte definiert; vom dynamischen Standpunkt aus wäre es richtiger, es als ein Feld zu definieren, dessen Quanten die Kernteilchen sind. Wir werden später noch auf diese Frage zurückkommen.

Zum Schluß heben wir die Tatsache hervor, daß solche Prozesse wie das Entstehen und Verschwinden von Teilchen (einzeln oder in Paaren) sowie ihre gegenseitige Umwandlung vom Standpunkt einer Quanten-Feldtheorie der Materie aus ganz natürlich erscheinen. So ist z. B. die gegenseitige Vernichtung eines Elektrons und eines Positrons von diesem Standpunkt aus nur die Umwandlung eines elektromagnetischen Feldes, das durch das Vorhandensein von zwei Polen (Knotenpunkten) mit entgegengesetztem Vorzeichen charakterisiert ist, in ein Feld, das keine Pole aufweist und durch eine gewisse stehende elektromagnetische Welle (d. h. durch zwei fortschreitende Wellen, die sich nach entgegengesetzten Richtungen hin fortpflanzen) charakterisiert ist.

Die Bewegung der Elementarteilchen, d. h. ihre Ortsveränderung im Raum im Lauf der Zeit, kann man von diesem Standpunkt aus so ansehen, daß das Teilchen an der einen Stelle verschwindet und an einer anderen — nicht unbedingt unendlich benachbarten — Stelle wieder auftaucht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen nach einem unendlich kleinen Zeitintervall in endlicher Entfernung vom Ausgangspunkt wieder erscheint, strebt hierbei für ein Teilchen mit endlicher Ruhmasse gegen Null. Natürlich ist es unter solchen Verhältnissen nicht möglich, die Bahn der Elementarteilchen ununterbrochen zu verfolgen.

Wenn die materiellen Teilchen und Körper nur eigenartige dynamische Strukturen sind, die Quanteneffekte von Materiefeldern charakterisieren, so ist es nicht zu verwundern, daß man von einer Bewegung der Teilchen nur im statistischen Sinne reden kann, wie dies in der gewöhnlichen Quantenmechanik der Fall ist.

KAPITEL III

Die Eigenschaften der Atomkerne

1. Die Zusammensetzung der Kerne, ihre Dichte und die Kernkräfte

Aus der annähernden Ganzzahligkeit der Atomgewichte der leichten Elemente, bezogen auf Wasserstoff, zog PROUT vor mehr als 100 Jahren den Schluß, daß die Atome all dieser Elemente in irgendeiner Weise aus Wasserstoffatomen aufgebaut seien. Diese Hypothese wurde später aber verworfen, da die genaueren Bestimmungen der Atomgewichte, bezogen auf das Atomgewicht des Wasserstoffs, besonders bei vielen schweren Elementen sehr große Abweichungen von der Ganzzahligkeit erkennen ließen.

Die Entdeckung, daß die Elemente, und insbesondere diejenigen Elemente, für die diese Abweichungen einen sehr großen Wert erreichen, aus Isotopen bestehen, führte zu einer teilweisen Rehabilitation der PROUTschen Hypothese. Hierbei konkretisierte ASTON, der diese Isotopenzusammensetzung durch seine Arbeiten ermitteln konnte, die PROUTsche Hypothese auf Grund der Kerntheorie des Atombaues.

Nach dieser Hypothese sind die Strukturelemente eines jeden Atoms dieselben Teilchen wie die, aus denen das Wasserstoffatom besteht, d. h. das Elektron und der entsprechende einfachste Kern oder das Proton (der Kern des leichten Wasserstoffisotops — des Protiums).

Bei der Vereinigung mehrerer Wasserstoffatome zu einem einzigen komplizierteren Atom bilden die Protonen und ein Teil der Elektronen den Kern dieses Atoms, und die übrigen Elektronen bleiben außerhalb des Kerns und bilden die Elektronenhülle. Hierbei wurde angenommen, daß die gegenseitige Abstoßung der Protonen im Kern durch die Anziehung der Elektronen ausgeglichen wird, die sie zusammenkitten. Obwohl die Zahl der Elektronen kleiner ist als die Zahl der Protonen, ist ein derartiges „Zusammenkitten" im Prinzip möglich, wenn die Elektronen den Protonen durchschnittlich näher liegen als die benachbarten Protonen untereinander (ähnlich wie bei den vergesellschafteten Elektronen in metallischen Körpern).

Diese Hypothese wurde aber auf Grund einer ganzen Reihe von Überlegungen bald wieder aufgegeben, hauptsächlich weil die darin angenommene Zusammensetzung der Kerne den magnetischen und statistischen Eigenschaften der Kerne widerspricht. Die Erfahrung zeigt nämlich, daß die magnetischen Momente der Kerne, wenn sie von Null verschieden sind, dieselbe Größenordnung haben wie das Moment des Protons oder des Neutrons, d. h. etwa $^1/_{1000}$ vom magnetischen Moment des Elektrons. Wenn die Elektronen also auch im Kern vorkommen, so verlieren sie hierbei gewissermaßen ihre indivudellen Eigenschaften, d. h., sie

„fließen“ mit einem der Protonen zu einem einzigen Elementarteilchen „zusammen“ — dem Neutron. Hierfür sprechen auch die statistischen Eigenschaften der Kerne. So hat z. B. der einfachste der zusammengesetzten Kerne — der Atomkern des schweren Wasserstoffisotops, das Deuteron — das Atomgewicht 2 und besteht infolgedessen nach der Protonen-Elektronen-Hypothese aus zwei Protonen und einem Elektron. Unter diesen Umständen müßte das Deuteron ein Teilchen mit dem Spin $^1/_2$ oder $^3/_2$ und mit antisymmetrischer Statistik sein. In Wirklichkeit ist es aber ein Teilchen mit dem Spin 1 und mit symmetrischer Statistik (wie dies aus den Eigenschaften des schweren Wasserstoffmoleküls oder Deuteriums (D_2) hervorgeht).

Nachdem die Existenz der Neutronen durch direkte Versuche[1]) wirklich erwiesen und dabei klargestellt worden war, daß sie sich in den Kernen (bei Beta-Prozessen) unter Aussendung eines Elektrons und eines Neutrinos in Protonen umwandeln können, war die Frage nach der Zusammensetzung der komplizierten Kerne eindeutig zugunsten der Protonen-Neutronen-Theorie[2]) gelöst.

Wir bemerken noch, daß es zum erstenmal gelang, Neutronen aus komplizierten Kernen herauszuziehen, indem man diese mit Alpha-Teilchen beschoß, d. h. mit schnellen Heliumkernen von radioaktivem Ursprung. Sind die Neutronen erst einmal „in Freiheit“ gesetzt, so bewegen sie sich, da sie keine elektrische Ladung besitzen, durch die Materie hindurch und treten dabei praktisch nicht mit den Elektronen, sondern nur mit den Atomkernen in Wechselwirkung. Die Zusammenstöße von Neutronen mit Kernen erfolgen entweder elastisch, analog dem Zusammenstoß zweier elastischer Kugeln, oder sie führen zum Einfang des Neutrons durch den Kern, d. h. zur Bildung eines schwereren Isotops des betreffenden Elements.

---

[1]) Die Entdeckungsgeschichte der Neutronen verlief folgendermaßen: 1930 machten Bothe und Becker darauf aufmerksam, daß ein Berylliumpräparat, das mit Alpha-Teilchen aus Polonium beschossen wird, eine gewisse Strahlung aussendet, die nach ihrer geringen Absorption in den verschiedenen Stoffen an äußerst harte Gamma-Strahlen erinnert (d. h. an Photonen mit sehr großer Energie). Später zeigte Joliot Curie, daß die von Bothe entdeckte Strahlung keine Photonen-Strahlung ist, da sie überhaupt keine sekundären Elektronen liefert, statt dessen aber in leichten Elementen schnelle Kerne erzeugt. Von diesen Ergebnissen ausgehend, äußerte Chadwick 1932 die Vermutung, daß die betrachtete Strahlung aus neutralen Teilchen — Neutronen — bestehe, die eine mit der Protonenmasse vergleichbare Masse besäßen. Diese Vermutung wurde (von Chadwick selbst, *Anm. d. Übers.*) durch eine sorgfältige Analyse der Spuren von Kernen von Wasserstoff und anderen leichten Elementen bestätigt, die durch den Stoß von Neutronen in Bewegung gesetzt wurden. Aus der Beziehung zwischen der Länge dieser Spuren und den Winkeln, die diese Spuren mit der Richtung der primären Strahlung bilden, konnte man die Masse und die Geschwindigkeit der Teilchen der primären Strahlung berechnen, und das führte zur Feststellung der Natur des Neutrons.

[2]) Diese Idee wurde 1932 von D. D. Iwanenko zuerst ausgesprochen; er wies auch darauf hin, daß bei radioaktiven Umwandlungen Elektronen — die im Kern nicht vorkommen — erzeugt werden können, ähnlich wie die Photonen bei der Lichtemission entstehen.



Abb. 15. Spuren von Wasserstoff-Atomkernen, mit denen Neutronen zusammengestoßen sind

Wenn die Energie des Neutrons genügend groß ist, wird der von ihm getroffene Kern, der plötzlich eine große Geschwindigkeit erhält, von seiner Elektronenhülle losgerissen (wobei er gewissermaßen einen Teil seiner Elektronen „abstreift“) und legt in dem umgebenden Medium eine große Strecke zurück. Hierbei kann er an der Ionisation, die er hervorruft, mit Hilfe der WILSON-Kammer erkannt werden. Dieser Effekt ist besonders deutlich zu beobachten, wenn die Neutronen durch Wasserstoff oder durch eine wasserstoffhaltige Substanz hindurchfliegen. Da die Masse der Neutronen und der Protonen annähernd gleich groß ist, erfolgt ihr elastischer Zusammenstoß miteinander genauso wie der Zusammenstoß zweier gleicher Billardkugeln, von denen sich die eine vor dem Zusammenstoß in Ruhe befand. Hierbei hinterläßt das Neutron in der WILSON-Kammer keine sichtbare Spur; das von ihm herausgeworfene Proton ist aber an der Ionisation, die es verursacht, zu erkennen, wie Abb. 15 zeigt.

Vergleicht man die Länge der Protonenspuren (sie ist annähernd proportional der dritten Potenz der Protonengeschwindigkeit) mit ihrer Richtung im Raum, so kann man, da die anfängliche Bewegungsrichtung der Neutronen (auf Grund der Lage der Neutronenquelle) bekannt ist, mit Hilfe des Satzes von der Erhaltung der Energie und des Impulses die Geschwindigkeit und die Masse der Neutronen bestimmen und kann sich insbesondere davon überzeugen, daß diese Masse nahezu gleich der Protonenmasse ist[1]). Auf diesem Wege gelang es also, die Neutronen zu „erkennen“, nachdem man sie anfangs irrtümlicherweise für Photonen mit sehr hoher Energie gehalten hatte. Große Energie wurde diesen zugeschrieben, damit man erklären konnte, warum sie im Innern von festen Körpern sehr große Strecken zurücklegen können. In Wirklichkeit haben die Neutronen dieses Durchdringungsvermögen selbst bei geringer Energie, weil sie keine elektrische Ladung besitzen und daher nur von Kernen gebremst oder eingefangen werden können.

Mißt man die mittlere Weglänge schneller Neutronen in irgendeinem Stoff[2]), so kann man, da die Zahl der Atome (d. h. der Kerne) dieses Stoffes in der Volumeinheit bekannt ist, die Abmessungen dieser Kerne, mit anderen Worten: ihren Radius, berechnen, wenn man sie als kleine Kugeln betrachtet. Auf diese Weise ergeben sich für den Radius der verschiedenen Kerne Werte von ungefähr $2 \cdot 10^{-13}$ bis $9 \cdot 10^{-13}$ cm, — sie liegen also den Grenzwerten sehr nahe, die man aus den Versuchen über die Ablenkung schneller geladener Teilchen (Wasserstoff- und Heliumkerne) gefunden hatte.

Die Versuche zeigen, daß die Radien der Kerne mit wachsenden Atomgewichten systematisch zunehmen, und zwar sind diese der dritten Potenz der Radien proportional; folglich sind die Volumina der Kerne ihren Massen an-

[1]) Die Massengleichheit ist daran direkt zu erkennen, daß die Protonenspuren mit der Bewegungsrichtung der Neutronen nach dem Zusammenstoß einen rechten Winkel bilden.

[2]) In Blei erreicht diese Länge zum Beispiel 10 cm, wobei sie übrigens stark von der Energie der Neutronen abhängt.

nähernd proportional[1]). Diese Tatsache ist für die Physik der Atomkerne von außerordentlich großer Bedeutung; denn sie zeigt, daß alle Kerne (abgesehen von den kleinsten) ein und dieselbe Dichte haben. Da der Radius der Kerne nur einige Zehntausendstel des äußeren (nach den Elektronenhüllen bestimmten) Radius der Atome beträgt, muß ihre Dichte ungefähr 10^{13}mal größer sein als die gewöhnliche makroskopische Dichte der verschiedenen Stoffe in festem oder flüssigem Zustand. Eine genauere Berechnung ergibt für die Dichte der Kerne einen Wert von nahezu 10^{14} g/cm^3. Ein Kern von 1 cm^3 Volumen würde also 10^8 Tonnen wiegen.

2. Die Atomkerne als Tröpfchen einer Kernflüssigkeit

Die Gleichheit der Dichte aller Atomkerne kann man in Analogie zur Konstanz der Dichte von gewöhnlichen makroskopischen Körpern bestimmter chemischer Zusammensetzung in festem oder flüssigem Zustande erklären, z. B. von Tröpfchen irgendeiner Flüssigkeit, die unabhängig von ihren Abmessungen ein und dieselbe Dichte besitzen.

Wenn die Vorstellung der Kugelform der Kerne richtig (und nicht nur die einfachste aller möglichen Vorstellungen) ist, so kann man die Kerne als winzige Tröpfchen einer gewissen aus Protonen und Neutronen bestehenden Kernflüssigkeit behandeln; die Protonen und Neutronen wirken mit (nichtelektrischen) Kräften besonderer Art aufeinander ein, die nach ihrem Charakter an die molekularen Kohäsionskräfte erinnern.

Die Kohäsionskräfte sind vor allem dadurch gekennzeichnet, daß sie nur in geringer Reichweite wirken und eine merkliche Größe nur bis zu Entfernungen annehmen, die mit ihren eigenen Abmessungen vergleichbar sind. In den festen und flüssigen Körpern wird der Zusammenhalt zwischen den Teilchen (Atomen, Molekülen) daher praktisch nur durch die Wechselwirkung zwischen den einander am nächsten liegenden Teilchen hervorgerufen. Ferner ist daran zu erinnern, daß diese Wechselwirkung der Teilchen nur in nicht zu geringen Entfernungen den Charakter einer Anziehung hat, bei weiterer Annäherung aber in gegenseitige Abstoßung übergeht, die ihnen ihre scheinbare Undurchdringlichkeit oder Festigkeit verleiht.

Noch überzeugender und unmittelbarer wird die Möglichkeit, die Atomkerne als Tropfen einer besonderen Kernflüssigkeit zu behandeln, durch die annähernde Gleichheit der Bindungsenergie der Protonen und Neutronen bewiesen, die die Kerne zusammensetzen. Wir wiesen schon im 1. Abschnitt dieses Kapitels darauf hin, daß die Atomgewichte der verschiedenen Isotope für Kerne, die komplizierter sind als der Kern des gewöhnlichen (leichten) Wasserstoffs, durch Zahlen ausgedrückt werden, die — bezogen auf $^1/_{16}$ des Atomgewichts von Sauerstoff — ganzen Zahlen sehr nahe liegen, während das Atomgewicht des

---

[1]) $R = R_0 \sqrt[3]{A}$, daher $V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi R_0^3}{3} A$. Dabei ist $R_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$cm. (*Anm. d. Übers.*)

leichten Wasserstoffs die Zahl 1 um 0,8% übertrifft. Das heißt: Beim Übergang eines jeden Protons oder Neutrons aus dem freien Zustand in ein Tröpfchen der Kernflüssigkeit nimmt seine Masse um einen Betrag von etwa 8‰ ab.

Ausgehend von der EINSTEINschen Beziehung zwischen der Masse und der Energie, können wir diese Abnahme der Masse als das Ergebnis einer Abnahme der (Ruhe-) Energie des ganzen Systems deuten und sie als ein Maß der Bindungsenergie von Protonen und Neutronen in zusammengesetzten Kernen betrachten.

Der Übergang der Protonen und Neutronen aus dem freien Zustand in den gebundenen ist ganz analog der gewöhnlichen Kondensation von Dampf zu einer Flüssigkeit (oder zu einem festen Körper); dabei entspricht die Bindungsenergie der Wärme, die bei der Kondensation des Dampfes frei wird. Während aber die Kondensationsenergie wie im letztgenannten Fall im Maximum einige Elektronenvolt auf 1 Atom (d. h. einige Zehntausend kleine Kalorien je Grammatom) ausmacht, beträgt die Kondensationsenergie der Kernflüssigkeit etwa 8 MeV für jedes Wasserstoffatom (genauer: für jedes Proton oder Neutron)[1]. Bei äußerlicher Ähnlichkeit der Kernkräfte mit den interatomaren Kräften übertrifft die Energie der Kernkräfte also die Energie der interatomaren Kräfte etwa um das Millionenfache.

Dieser Unterschied hängt zum Teil damit zusammen, daß die Abstände zwischen den benachbarten Protonen und Neutronen im Kern die Größenordnung 10^{-13} cm haben, d. h., daß sie nur den 100000sten Teil der interatomaren Abstände in festen und flüssigen Körpern betragen.

Wenn also die Kernkräfte auf elektrische Kräfte hinauskämen, wie es nach der Protonen-Elektronen-Hypothese angenommen wurde, so würde auch in diesem Fall die Bindungsenergie der Teilchen der Kernflüssigkeit 100000mal so groß sein wie die Bindungsenergie der Atome in metallischen Körpern. Die Tatsache, daß die Energie der Kernkräfte bei den Abmessungen, wie sie die Kerne haben, die Energie der elektrischen Kräfte fast um das 100fache übertrifft, steht damit im Einklang, daß die Kernkräfte imstande sind, die gegenseitigen elektrischen Abstoßungskräfte zwischen den in den Atomkernen befindlichen Protonen zu überwinden.

Es ist hervorzuheben, daß die nichtelektrische Anziehung zwischen diesen Teilchen auf kleine Entfernungen von etwa 10^{-13} bis 10^{-12} cm zwar größer ist als die elektrischen Abstoßungskräfte zwischen ihnen (richtiger: zwischen den Protonen); mit zunehmender Entfernung nehmen die Kernkräfte aber viel schneller ab als die elektrischen Kräfte, und in Entfernungen von mehr als 10^{-12} cm verschwinden sie praktisch ganz, ähnlich wie die intermolekularen Kräfte in Entfernungen von etwa 10^{-8} cm, die mit den Abmessungen der Atome vergleichbar sind, praktisch verschwinden.

---

[1] Einem Massenverlust des Protons von 1‰, d. h. einer Verringerung um den Wert der doppelten Elektronenmasse, entspricht eine Energieabnahme des Protons um 1 MeV; tatsächlich ist der Massenverlust aber 8mal so groß wie dieser Wert.

3*. Die Natur der Kernkräfte

Wenn wir nun auf die Frage nach der Natur der Kräfte zurückkommen, die die Bindung der Protonen und Neutronen in den Kernen verursachen, erinnern wir daran, daß nach der VAN DER WAALSschen Theorie der Flüssigkeiten und Gase deren Teilchen als absolut feste Kügelchen betrachtet werden, die sich bei allen Entfernungen zwischen ihren Mittelpunkten, die größer sind als die Durchmesser dieser Kugeln, gegenseitig anziehen. Ihre Bindungsenergie erreicht, ebenso wie die Dichte der von ihnen gebildeten Körper, ihren Maximalwert beim absoluten Nullpunkt der Temperatur.

Wenn man die Protonen und Neutronen analog — also als feste Kügelchen von ganz bestimmtem Durchmesser — behandeln könnte, so würde dies nur auf die Erklärung des Ursprungs der Kernanziehungskräfte hinauslaufen. In Wirklichkeit liegt aber zu einer derartigen Behandlung keinerlei Grund vor. Die Abstoßungskräfte, die die Annäherung der Protonen und Neutronen im Kern verhindern, können in Wirklichkeit Trägheits-Charakter oder *kinetischen* Charakter haben, d. h., sie können nicht durch die Lage der betreffenden Teilchen, sondern durch ihre Bewegung bedingt sein. Dieser Art sind z. B. die Zentrifugalkräfte, die die elektrostatischen Anziehungskräfte der Elektronen in der Atomhülle zum Atomkern hin kompensieren. Analogen Charakter haben auch die Abstoßungskräfte in metallischen Körpern, da man diese als ein Gas behandeln kann, das von den kollektivierten (freien) Elektronen gebildet wird, in dem die positiven Ionen schwimmen[1]). Die elektrostatische Abstoßung zwischen diesen Ionen ebenso wie zwischen den Elektronen wird durch die elektrostatische Anziehung der ungleichnamigen Teilchen untereinander (d. h. zwischen den Ionen und den Elektronen) reichlich kompensiert, da die nächstgelegenen ungleichnamigen Teilchen weniger weit voneinander entfernt sind als die nächstgelegenen gleichnamigen Teilchen. Die resultierende elektrostatische Anziehung wird hierbei durch den *Druck* des Elektronengases ausgeglichen, der bei zunehmender Dichte des Metalls (d. h. bei proportionaler Verringerung der Entfernungen zwischen allen Teilchen, aus denen es besteht) schneller wächst als die elektrische Anziehung. Die Energie der Anziehungskräfte wächst nämlich umgekehrt proportional der *ersten* Potenz des Abstands zwischen den Ionen, während die kinetische Energie, die den Abstoßungskräften zugrunde liegt, umgekehrt proportional der *zweiten* Potenz dieses Abstands wächst (unter der Voraussetzung, daß die Kompression des Metalls „adiabatisch" verläuft, d. h. bei unveränderten Quantenzahlen, die die Bewegung der Elektronen kennzeichnen).

Unter diesen Umständen hängt die normale Dichte eines Metalls bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts ebenso wie die Bindungsenergie seiner Atome, die durch die latente Verdampfungswärme charakterisiert wird, nicht von der Zahl seiner Atome ab.

---

[1]) Vgl.: Я. Френкель, Волновая механика. (J. FRENKEL, Wellenmechanik), Teil I, 1933, S. 294.

Sollen analoge Überlegungen auf die Atomkerne anwendbar sein, so muß erstens die Energie der statischen Kernkräfte mit zunehmender Entfernung langsamer abnehmen als die Energie der kinetischen Kräfte $\left(\text{d.h. langsamer als } \frac{1}{r^2}\right)$. Zweitens müssen die statischen Kernkräfte für die einen Teilchen Anziehungscharakter und für die anderen Teilchen Abstoßungscharakter haben wie bei den Metallen (für die ungleichnamig und gleichnamig elektrisch geladenen Teilchen). Das Vorhandensein einer derartigen, mit elektrischen Eigenschaften überhaupt nicht zusammenhängenden Ungleichnamigkeit bei den Protonen und Neutronen ist aber zweifelhaft.

Wegen der genannten Schwierigkeiten stellte HEISENBERG die Hypothese[1] auf, die auch heute noch nicht an Bedeutung verloren hat, daß die Kernkräfte hinsichtlich ihres „Absättigungs“vermögens den Kräften der chemischen Affinität analog sind. Formal wird die Absättigung mit Hilfe der Vorstellung des Austauschcharakters der Kräfte beschrieben; hierbei tritt der Austauschoperator zwischen zwei miteinander in Wechselwirkung stehenden Teilchen als ein Faktor in dem Ausdruck für ihre gegenseitige potentielle Energie als Funktion des Abstands auf und gewährleistet den Vorzeichenwechsel dieser Energie (d. h. den Übergang von der gegenseitigen Anziehung zur gegenseitigen Abstoßung) beim Übergang von der Quantenbewegung des einen Typ (d. h. mit gerader Drehimpulsquantenzahl) zum andern Typ.

Wir wollen nicht näher auf die Entwicklung dieser Vorstellungen eingehen, da sie uns weder notwendig noch ausreichend für die Erklärung der äußerlichen Ähnlichkeit der Kernkräfte mit den molekularen Kohäsionskräften zu sein scheinen. Allerdings weisen die Versuche über die Streuung schneller Neutronen an Protonen anscheinend darauf hin, daß sich das Proton bei einer derartigen Streuung in ein Neutron umwandelt und das Neutron in ein Proton. (Dies kommt darin zum Ausdruck, daß die großen Streuwinkel gegenüber den kleinen vorherrschen.) Diese Tatsache kann aber nicht als endgültiger Beweis für den Austauschcharakter der Wechselwirkungskräfte zwischen Protonen und Neutronen angesehen werden.

Wir lassen diese Frage offen und behandeln eingehender die Frage, wie die Kernkräfte vom Abstand zwischen den betreffenden Teilchen abhängen.

Wir wollen annehmen, daß diese Kräfte zum Unterschied von den elektrischen Kräften immer den Charakter einer Anziehung haben, die bei sehr kleinen Abständen ebenso langsam abnimmt wie die elektrischen Kräfte, bei etwas größeren Abständen aber bedeutend schneller abfällt, nämlich exponentiell. Am einfachsten können derartige Kräfte dargestellt werden, indem man von folgendem Ausdruck für die potentielle Energie zweier Elementarteilchen (gleichgültig, ob Protonen oder Neutronen) ausgeht

$$U = -g^2 \frac{e^{-ar}}{r}, \tag{1}$$

[1]) Mit der Entwicklung dieser Hypothese beschäftigten sich auch in der UdSSR viele Physiker, insbesondere I. J. TAMM, W. L. GINSBURG, D. D. IWANENKO u. a.

wo g und a gewisse Konstanten sind. Die erste Konstante hat die Dimension und den Charakter einer elektrischen Ladung (und zwar entspricht den Teilchen mit gleicher Quasiladung g eine Anziehung; Quasiladungen mit verschiedenem Vorzeichen kommen nicht vor); der reziproke Wert der zweiten Konstanten, d. h. $a = \frac{1}{a}$, kennzeichnet den Wirkungsradius der Kernkräfte und hat die Größenordnung 10^{-13} cm.

Die Gleichung (1) ist nicht rein empirisch, sondern sie kann bis zu einem gewissen Grade theoretisch begründet werden, wenn man von folgenden Überlegungen ausgeht.

Wenn man U in Form des Produkts von g mit dem Potential $\varphi = -g\frac{e^{-ar}}{r}$ des Feldes der Kernkräfte darstellt, so kann man zeigen, daß dieses Potential die Differentialgleichung

$$\nabla^2\varphi - a^2\varphi = 0 \tag{2}$$

erfüllt, die eine direkte Verallgemeinerung der Gleichung

$$\nabla^2\varphi = 0$$

für das COULOMB-Potential $\varphi = \frac{e}{r}$ ist.

Hier ist

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

der LAPLACE-Operator; dabei gilt Gleichung (2) für alle Punkte, die von dem Punkt $r = 0$ verschieden sind, — dem Punkt, in dem das Teilchen konzentriert ist, das das betrachtete Potential erzeugt.

Wenn φ nur von r abhängt, so gilt bekanntlich

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r}\frac{d^2(r\varphi)}{dr^2},$$

so daß Gleichung (2) auf die Gleichung

$$\frac{d^2(r\varphi)}{dr^2} - a^2(r\varphi) = 0 \tag{2a}$$

führt. Ersetzen wir $r\varphi$ durch ψ und integrieren, so erhalten wir

$$\psi = Ae^{ar} + Be^{-ar}.$$

Wenn ψ für $r \to \infty$ gegen Null strebt, so fällt das erste Glied in diesem Ausdruck fort, und wir erhalten

$$\psi = Be^{-ar},$$

oder

$$\varphi = \frac{B}{r}e^{-ar},$$

also Gleichung (1), wenn wir B durch g ersetzen.

Um von der Gleichung (2), die sich auf ein ruhendes Kernteilchen bezieht, zu einer allgemeineren Gleichung zukommen, die sich auf ein beliebig im Raum

bewegtes Teilchen bezieht, muß in Übereinstimmung mit den Forderungen der Relativitätstheorie der dreidimensionale LAPLACE-Operator ∇^2 durch einen vierdimensionalen Operator vom gleichen Typ

$$\Box^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{1}{ic}\frac{\partial}{\partial t}\right)^2 = \nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

ersetzt werden. Hierbei ergibt sich für $\alpha = 0$ die D'ALEMBERTsche Gleichung für das gewöhnliche elektrische Potential (die die Verspätung oder Verfrühung der elektrischen Wirkungen berücksichtigt)[1]). Für $\alpha \neq 0$ wird diese Gleichung durch die folgende allgemeinere Gleichung ersetzt

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \alpha^2\varphi = 0. \tag{3}$$

Ebenso wie in der gewöhnlichen Elektrodynamik nimmt diese Gleichung unter der Voraussetzung, daß die Quellen des Feldes (im vorliegenden Fall des Feldes der Kernkräfte) mit der endlichen Volumdichte ϱ im Raum verteilt sind, die allgemeinere Form

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \alpha^2\varphi = -4\pi\varrho \tag{3a}$$

an, wo ϱ die Volumdichte der Quasiladung g bezeichnet, die im Fall der Kernkräfte die elektrische Ladung ersetzt.

Neben dem skalaren Potential φ wird das Feld im allgemeinen Fall außerdem noch durch das Vektorpotential $\vec{A}$ charakterisiert, das die Gleichung[2])

$$\nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} - \alpha^2\vec{A} = -4\pi\frac{\varrho\vec{v}}{c} \tag{3b}$$

erfüllt, wo $\vec{v}$ die Geschwindigkeit der Bewegung der Quasiladungen in dem betreffenden Punkte des Raumes ist.

Ohne auf eine weitere vollständigere Analyse des Kernfeldes einzugehen, das durch diese Gleichungen bestimmt wird, behandeln wir jetzt den Spezialfall $\varrho = 0$; er entspricht einem Felde ohne irgendwelche Quellen (zum mindesten in endlichen Entfernungen). Für $\alpha = 0$ erhalten wir in diesem Fall das Feld der gewöhnlichen elektromagnetischen Wellen, dem nach der Quantentheorie des Lichts die Lichtquanten — d. h. die Photonen — entsprechen. Für $\alpha > 0$ kann man die Gleichung (3) auch als eine Wellengleichung einer besonderen Art von Teilchen behandeln, die sich von den Photonen aber dadurch unterscheiden, daß sie eine Ruhmasse besitzen.

Das Vorhandensein der Ruhmasse geht aus folgenden Überlegungen hervor: Beschränken wir uns auf ebene Sinuswellen, die sich mit der Wellenlänge λ

---

[1]) Elektrodynamisches oder retardiertes Potential. (*Anm. d. Übers.*)

[2]) Wie man zeigen kann, entsteht das Vektorpotential, wenn wir annehmen, daß die Teilchen, die die Kernwechselwirkung übertragen, den Spin 1 haben. Diese Hypothese konnte bis jetzt nicht bestätigt werden. Wenn die für die Kernkräfte verantwortlichen Teilchen den Spin 0 haben (π-Mesonen), so existiert für sie nur das skalare Potential. (*Anm. d. Red.*)

und der Schwingungsfrequenz ν in Richtung der x-Achse fortpflanzen, so gilt

$$\varphi = \text{const}\; e^{i 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t\right)}.$$

Setzen wir diesen Ausdruck in die Gleichung (3) ein, so erhalten wir folgende Beziehung zwischen λ und ν:

$$-\frac{1}{\lambda^2} + \frac{\nu^2}{c^2} - \left(\frac{a}{2\pi}\right)^2 = 0. \tag{4}$$

Multiplizieren wir diesen Ausdruck mit h^2, ersetzen $\frac{h}{\lambda}$ durch p (den Impuls des Teilchens, das ein Quant des Kernfeldes ist) und $h\nu$ hurch ε (die Energie dieses Teilchens), so erhalten wir

$$\frac{\varepsilon^2}{c^2} - p^2 = \frac{h^2 a^2}{4\pi^2}. \tag{4a}$$

Diese Beziehung stimmt mit der gewöhnlichen Beziehung der Relativitätstheorie zwischen der Energie und dem Impuls eines frei beweglichen Teilchens mit der Ruhmasse

$$m_0 = \frac{h a}{2\pi c} \tag{5}$$

überein. Hieraus folgt, daß die „Reichweite" der Kernkräfte (oder ihr Wirkungsradius) $a = \frac{1}{a}$ durch die Ruhmasse der Quanten, die die Übertrager dieser Kräfte sind (analog wie die Photonen die Übertrager der gewöhnlichen elektromagnetischen Kräfte sind), durch die Gleichung

$$a = \frac{h}{2\pi m_0 c} \tag{5a}$$

ausgedrückt wird. Setzen wir hierin $a = 10^{-13}$ cm, so erhalten wir $m_0 \approx 200$ Elektronenmassen.

Die vorstehenden Überlegungen wurden 1936 von dem japanischen theoretischen Physiker YUKAWA ausgesprochen, zwei Jahre bevor die entsprechenden „Quanten"teilchen mit ungefähr der gleichen Masse — die sogenannten Mesonen — in der kosmischen Strahlung experimentell festgestellt wurden.

Diese Tatsache ist das wichtigste Argument zugunsten der genannten Theorie. Allerdings haben die Mesonen, die in der kosmischen Strahlung tatsächlich beobachtet werden, eine negative oder positive Ladung, die gleich oder entgegengesetzt gleich der Ladung des Elektrons ist, während YUKAWA Teilchen ohne elektrische Ladung im Auge hatte. Dieser Unterschied ist von wesentlicher Bedeutung für die Frage nach der Symmetrie der Kernkräfte. Wenn man nämlich die Übertragung der Wirkung von einem Kernteilchen auf das andere betrachtet (wobei das Meson von dem ersten emittiert und vom zweiten absorbiert wird), so gewährleistet die Theorie der neutralen Mesonen die Gleichheit der Kraft unabhängig davon, ob die beiden Teilchen gleicher Art sind (d. h., ob sie beide Protonen oder beide Neutronen sind) oder verschiedener Art (das eine von ihnen ein Proton ist, das andere ein Neutron). Wenn man mit geladenen Mesonen operiert, kann das positive Meson nur die Wirkung vom Proton auf das

Neutron übertragen und das negative nur vom Neutron auf das Proton, und zwar verwandelt sich in den beiden Fällen das Proton in ein Neutron und das Neutron in ein Proton. Die Erfahrung zeigt, daß die Wechselwirkung zwischen zwei Protonen oder zwei Neutronen in sehr geringer Entfernung ($r < 10^{-12}$ cm) tatsächlich etwa gleichen Charakter und gleiche Größe hat. Die neutralen Mesonen (Neutrettos), die diese Symmetrie der Kernkräfte gewährleisten könnten, sind jedoch in der Natur nicht zu beobachten. Dieser Widerspruch[1]) konnte bisher noch nicht befriedigend geklärt werden, so daß die Frage nach der Natur der Kernkräfte zur Zeit noch offen bleibt.

Wir bemerken noch, daß mit der Ladung der Mesonen auch der Charakter ihres spontanen radioaktiven Zerfalls unmittelbar zusammenhängt, der ihre Lebensdauer bestimmt (Kap. II, Abschn. 3). Wenn nämlich das geladene Meson ähnlich dem Photon ein Teilchen mit einem Spin von der Größe 0 oder 1 ist, so kann es in ein (negatives oder positives) Elektron und ein Neutrino zerfallen. Wenn das Meson aber neutral ist, so kann es unter diesen Bedingungen nur in zwei Neutrinos oder in zwei Photonen oder endlich in ein Elektron und ein Positron zerfallen.

Im Jahre 1946 entdeckten die Brüder ALICHANOW und ihre Mitarbeiter auf Grund systematischer Untersuchungen der kosmischen Strahlung im Laboratorium auf dem Berge Alagös nach der von ihnen entwickelten Methode der magnetischen Analyse (mit Hilfe von Elektronenzählern) in der kosmischen Strahlung geladene Teilchen, die sie als „Varitronen" bezeichneten[2]). Varitronen sind Mesonen von verschiedener Masse. Die Existenz von Mesonen mit einer Masse von etwa 200 und 300 Elektronenmassen ist nicht zu bezweifeln; der Wert der anderen Massen ist aber noch nicht endgültig festgestellt worden[3]). Die Mesonen verschiedener Masse besitzen sowohl positive als auch negative Ladungen, die gleich groß wie die Ladung des Elektrons sind.

---

[1]) Jetzt ist die sogenannte „symmetrische" Theorie der Kernkräfte bekannt, in der die Kernkräfte mit Mesonen aller drei Sorten — positiven, negativen und neutralen — in Zusammenhang gebracht werden, und in der dieser Widerspruch nicht auftritt. (*Anm. d. Red.*)

[2]) А. И. Алиханян и др., ДАН Арм. ССР. (A. I. ALICHANJAN u. a., Ber. Akad. Wiss. d. Armen. SSR.), 5, 129, (1946); ДАН СССР (Ber. Akad. Wiss. UdSSR) 58, Nr. 7 (1947). Die Existenz der Varitronen hat sich nicht bestätigt. Siehe z. B. „Vorträge über kosmische Strahlung", gehalten am Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen, herausgegeben von W. HEISENBERG, Springer-Verlag, 2 Aufl. 1953 (*Anm. d. Übers.*).

[3]) Jetzt ist die Existenz dreier Typen von π-Mesonen festgestellt worden: π^+, π^- und π°. Die geladenen π-Mesonen zerfallen in ein μ-Meson und ein Neutrino, das neutrale in 2 Quanten. Außer den π-Mesonen wurde noch die Existenz einer ganzen Reihe anderer Mesonen festgestellt, deren Eigenschaften noch lange nicht vollständig erforscht worden sind; darunter: das τ-Meson mit einer Masse von etwa 970 Elektronenmassen, das in drei geladene π-Mesonen zerfällt ($\tau^\pm \rightarrow \pi^\pm + \pi^+ + \pi^-$), das V_0-Meson mit einer Masse von 2180 Elektronenmassen, das in ein Proton und ein π-Meson zerfällt u. a. m. Es ist jetzt klar, daß die Physik der Elementarteilchen viel komplizierter ist, als man noch vor ganz kurzer Zeit glaubte. (*Anm. d. Red.*)

Die Existenz der schweren Mesonen wird durch weitere Untersuchungen einer Reihe von Physikern — sowohl von sowjetischen (NIKITIN, LUKIRSKI und PERFILOW)[1]) als auch ausländischen[2]) — bestätigt. Sie wurden nach verschiedenen Methoden untersucht und mit besonders großem Erfolg mit Hilfe der Methode der dickschichtigen Photoplatten.

Im Jahre 1948, d. h. etwas mehr als ein Jahr nach der Entdeckung der schweren Mesonen in der kosmischen Strahlung, wurde eine Art von ihnen, nämlich das Meson mit einer Masse von etwa 300 m_e (das sogenannte π-Meson) im Laboratorium von BERKELEY (USA) künstlich hergestellt, als man verschiedene Kerne mit Alpha-Teilchen von 400 MeV Energie beschoß[3]). Die Erforschung der Mesonen wird zweifellos Licht auf die Natur der Elementarteilchen der Materie werfen und helfen, das Problem der Kernkräfte zu lösen.

Die Frage des Entstehens und Verschwindens der Mesonen sowie ihre Bedeutung bei den atomaren Prozessen ist bis jetzt noch nicht geklärt. Anscheinend haben wir es in all diesen Fällen im Prinzip mit ein und demselben Teilchen zu tun, das sich in verschiedenen „inneren" Zuständen befindet, denen verschiedene gequantelte Werte der Ruhenergie und Ruhmasse entsprechen. Die Mesonen entstehen — wegen der engen Analogie zwischen ihnen als den Quanten des Feldes der Kernkräfte und den Photonen als den Quanten des elektromagnetischen Feldes — wahrscheinlich in der Atmosphäre durch den Zusammenstoß der schnellen Protonen (oder Neutronen) der primären kosmischen Strahlung mit Kernen, analog wie die Photonen beim Zusammenstoß von Elektronen mit materiellen Körpern entstehen (vgl. z. B. das Bremsspektrum der Röntgenstrahlen). Bei der Entstehung der positiv geladenen Mesonen verwandeln sich Protonen in Neutronen und bei der Entstehung von negativ geladenen Mesonen Neutronen in Protonen.

4. Gegenseitige Umwandlungen von Protonen und Neutronen in zusammengesetzten Kernen

Wir wiesen im vorstehenden schon darauf hin, daß sich Protonen und Neutronen unter bestimmten Bedingungen ineinander umwandeln können, wobei sie gleichzeitig ein Positron oder Elektron und ein Neutrino aussenden. Aus diesem Grund kann man sie als verschiedene Zustände ein und desselben Kern-Elementarteilchens betrachten, das die Bezeichnung Nukleon erhalten hat. Im neutralen Zustand ist das Nukleon ein Neutron, im positiv geladenen ein Proton; negativ geladene Nukleonen kommen in der Natur nicht vor. Die

[1]) Лукирский и Перфилов, ДАН СССР. (LUKIRSKI und PERFILOW, Ber. Akad. Wiss. UdSSR), **54**, 210 (1946).

[2]) LATTES, OCCHIALINI und POWELL, Nature, **160**, 543 (1947); POWELL und OCCHIALINI, Nature, **161**, 537 und 551 (1948).

[3]) Nach den letzten Messungen ist die Masse der künstlich hergestellten π-Mesonen gleich 273 Elektronenmassen; die Masse der leichteren μ-Mesonen, die beim Zerfall der π-Mesonen entstehen, beträgt 264 Elektronenmassen.

Ursache dieser „Unsymmetrie“ in den Eigenschaften der elektrischen Ladungen von verschiedenen Vorzeichen — insofern sich diese Eigenschaften bei den Nukleonen zeigen — ist zur Zeit nicht bekannt. Man kann aber annehmen, daß sich die Ladungen der beiden Vorzeichen — in Form von Elektronen und Positronen —, wenn es keine Nukleonen gäbe, völlig symmetrisch verhalten würden[1]).

Nach der Mesonentheorie der Kernkräfte hängen die Proton-Neutron-Umwandlungen unmittelbar damit zusammen, daß ein positiv oder negativ geladenes Meson von dem einen Teilchen emittiert und von dem anderen absorbiert wird und bei dem Austauschprozeß zwischen den beiden Teilchen die zwischen diesen Teilchen wirkenden Kräfte erzeugt. Hierbei zerfällt aber ein Meson, dem es noch nicht gelang, sich aus einem zusammengesetzten Kern loszureißen, in ein Elektron oder Positron und ein Neutrino. Dieser Doppelprozeß, dessen Embryonalphase in der Entstehung eines Mesons im Innern des Kerns (durch Umwandlung eines Neutrons in ein Proton) und dessen abschließende Phase in seinem Zerfall besteht, kann nur unter bestimmten Bedingungen stattfinden, nämlich dann, wenn er energetisch günstig ist, d. h., wenn dabei Energie in Form von Eigenenergie der herausfliegenden Elementarteilchen frei wird. (In der Eigenenergie ist auch die kinetische Energie enthalten.) Nur solche — energetisch günstigen — Prozesse erfolgen spontan; die ihnen entgegengesetzten, mit einer Absorption äußerer Energie zusammenhängenden Prozesse sind als erzwungen zu betrachten[2]).

Es kommt nicht vor, daß die mittlere Lebensdauer der beta-radioaktiven Kerne kleiner als 10^{-6} bis 10^{-7} sec ist. Während dieser Zeit muß das im Kern frei werdende Meson in ein Elektron (oder Positron) und ein Neutrino zerfallen können. Hieraus ist natürlich der Schluß zu ziehen, daß die mittlere Lebensdauer des Mesons nicht größer ist als 10^{-6} bis 10^{-7} sec. (Diese Schlußfolgerung wird durch direkte Messung der Lebensdauer freier Mesonen in der kosmischen Strahlung bestätigt.)

Protonen und Neutronen können ebenso wie die Elektronen im Prinzip, unter Absorption der entsprechenden Energie, gemeinsam mit ihren Antipoden — den Antiprotonen und Antineutronen — entstehen und sich dann gegenseitig mit diesen Antinukleonen vernichten; dabei wird die Energie in Form von

[1]) Einige Verf. haben die Vermutung ausgesprochen, daß diese Asymmetrie in gewissem Sinne zufällig sei und daß es Welten gäbe, in denen die Rolle der positiven und negativen Ladungen vertauscht ist. Selbst wenn diese Vermutung irgendwie begründet wäre, würde sie trotzdem die Frage nach den Ursachen der Verschiedenheit dieser Asymmetrie nicht lösen. Die Asymmetrie zwischen den Ladungen von entgegengesetztem Vorzeichen hängt zweifellos irgendwie mit den schweren Kernteilchen zusammen; wenn es keine schweren Kernteilchen gäbe, würde sie nicht in Erscheinung treten.

[2]) Die spontanen Prozesse sind immer mit einer Aufspaltung des Ausgangssystems in mehrere Teilchen verknüpft (unter diesen können sich auch Photonen befinden), d. h. mit der Umwandlung eines Teils der anfänglichen potentiellen Energie in kinetische Energie; die erzwungenen Prozesse haben entgegengesetzten Charakter. Die spontanen Prozesse sind faktisch immer die Folge von voraufgehenden erzwungenen Prozessen, wenn sie auch zeitlich weit auseinanderliegen können.

Photonen oder anderen Elementarteilchen frei. Für diese Hypothese spricht die Tatsache, daß die Nukleonen ebenso wie die Elektronen Teilchen mit halbzahligen Spin sind; sie können also — sofern es überhaupt möglich ist — nur paarweise, zusammen mit Teilchen mit entgegengesetzten Eigenschaften, entstehen und verschwinden. Zum Beispiel muß das Antiproton eine negative Ladung und ein negatives magnetisches Dipol-Moment haben; das Antineutron muß neutral sein, aber ein positives magnetisches Dipol-Moment, parallel und nicht antiparallel zu seinem Spin haben.

Die zur Erzeugung eines Nukleon-Antinukleon-Paares erforderliche Energie muß größer sein als die Summe ihrer Ruhmassen, multipliziert mit dem Quadrat der Lichtgeschwindigkeit, d. h. ungefähr gleich 2 Milliarden Elektronenvolt [1]). Teilchen mit so großer Energie fanden sich bis jetzt nur in der kosmischen Strahlung. Zur Zeit hat man schon Energien von etwa 400 MeV erzeugt; das ist nur der 5. Teil des erforderlichen Betrags. Die experimentelle Prüfung dieser Hypothese ist also in nächster Zeit zu erwarten [2]). Bis jetzt wurde experimentell nur nachgewiesen, daß die Nukleonen aus dem positiv geladenen Zustand in den neutralen übergehen können und umgekehrt.

Wie wir im vorstehenden schon erwähnt haben, besteht die hierzu notwendige Bedingung darin, daß die betreffende Umwandlung energetisch günstig ist, d. h., daß dabei Eigenenergie frei wird. Für freie Neutronen ist diese Bedingung erfüllt, da die Ruhmasse des Neutrons ungefähr um 2 Elektronenmassen größer ist als die Ruhmasse des Protons. Bei der Reaktion.

$$n \rightarrow p + e^- + \nu,$$

wo e^- das Symbol des negativen Elektrons und zugleich auch seiner Energie ist und ν die analoge Bedeutung für das Neutrino hat (dessen Ruhmasse gleich Null angesetzt werden kann), wird also eine kinetische Energie frei, die ungefähr gleich dem Äquivalent der Masse eines Elektrons ist und sich nach Zufall auf das Elektron und das Neutrino verteilt. Die Lebensdauer freier Neutronen in bezug auf diesen Prozeß konnte experimentell bis jetzt noch nicht bestimmt werden; theoretische Berechnungen ergeben für sie einen Wert von ungefähr 30 min [3]); während dieser Zeit kann das Neutron natürlich aus dem freien in den gebundenen Zustand übergehen; dabei wird es von einem der zahlreichen Kerne eingefangen, unter denen es sich bewegt, und entzieht sich so der weiteren Beobachtung.

Die Energiebilanz für die gegenseitige Umwandlung von Neutronen oder Protonen, die im Atomkern gebunden sind, ist komplizierter zu bestimmen,

---

[1]) Dieser Wert gilt im System des Schwerpunktes. Im Laboratoriumssystem ist der Schwellwert erheblich größer (*Anm. d. Übers.*).

[2]) Zur Zeit werden (in Amerika) Anlagen von „Synchrophasotronen“ errichtet, die zur Beschleunigung von Protonen bis auf 6 BeV ($6 \cdot 10^9$ Volt) dienen sollen; diese könnten zur künstlichen Herstellung von Antinukleonen zusammen mit gewöhnlichen Nukleonen verwendet werden.

[3]) Die Lebensdauer des Neutrons ist durch Versuche gemessen worden und ergab sich zu 12 min (*Anm. d. Red.*).

da sich bei diesen Prozessen die gegenseitige potentielle Energie dieser Teilchen ändert. Daher ist in diesem Fall im Prinzip sowohl die Reaktion

$$n \to p + e^- + \nu$$

möglich als auch die Reaktion

$$p \to n + e^+ + \nu,$$

d. h. die Umwandlung des Protons in ein Neutron unter gleichzeitiger Emission eines Positrons und eines Neutrinos.

Da sich die freiwerdende Energie nach Zufall auf die beiden eben entstandenen Teilchen (das Elektron oder Positron und das Neutrino) verteilt und da das eine dieser Teilchen (das Neutrino) nicht direkt zu erkennen ist, nimmt die Energie des anderen Teilchens (des Elektrons oder des Positrons) für ein und dieselbe Reaktion alle möglichen Werte an — von Null (dann, wenn die Energie vollständig auf das Neutrino übertragen wird) bis zu einem Maximum (wobei das Neutrino praktisch nichts abbekommt).

Jede Beta-Umwandlung ist also nicht durch einen bestimmten Wert der Energie des emittierten Elektrons oder Positrons gekennzeichnet, sondern durch einen bestimmten Maximalwert dieser Energie; dieser ist gleich der Differenz der Energie des Ausgangskerns und des Endkerns (vergrößert um die Ruhenergie m_0c^2 des entstehenden Elektrons oder Positrons). Diese Tatsache, die einige Physiker (insbesondere BOHR) eine Zeitlang veranlaßte, auf das Prinzip von der Erhaltung der Energie zu verzichten, wurde 1931 von PAULI zuerst als Beweis dafür gedeutet, daß der Kern außer dem Elektron (oder dem Positron) noch ein gewisses neutrales Teilchen aussendet, dessen Aufgabe es ist, die Energiebilanz und — wie wir schon wissen — auch die Erhaltung des Drehimpulses (oder Spins) zu gewährleisten.

Es ist übrigens noch zu bemerken, daß ein unbedeutender Bruchteil dieser Energie auf den Atomkern entfällt, der bei dem Schuß, der die Emission des Elektrons (oder Positrons) und des Neutrinos begleitet, einen gewissen Stoß oder Rückstoß erleiden muß, mit Ausnahme des Falls, wenn die beiden Geschosse mit gleichem Impuls nach entgegengesetzten Seiten auseinanderfliegen. Dieser Rückstoß kann im Prinzip auch verwendet werden, um den Doppelcharakter der betrachteten Abschüsse experimentell nachzuprüfen. Wenn kein Neutrino aufträte, müßte ja der Rückstoß des Kerns in der Richtung erfolgen, die der Flugrichtung des herausfliegenden Elektrons (oder Positrons) entgegengerichtet ist. Infolge der geringen Geschwindigkeit, die der Kern dabei erhält, gelang es aber nicht, experimentell nachzuweisen, daß der Schuß nicht einfach ist, sondern Doppelcharakter hat.

Im Jahre 1941 gelang es ALLAN, die behandelte Frage in gewissem Grade zu lösen, und zwar durch Untersuchung des Rückstoßes, den der Kern bei dem Prozeß erfährt, der der gewöhnlichen Umwandlung des Neutrons in ein Proton entgegengesetzt ist, nämlich, wenn der Kern ein Elektron einfängt unter gleichzeitiger Emission eines Neutrinos (K-Einfang, von dem im vorstehenden schon die Rede war). Gewöhnlich haben die Elektronen, die einen Kern umgeben,

d. h., die die Elektronenhülle eines Atoms bilden, nicht die Tendenz, auf den Kern zu stürzen. In einigen Fällen aber, wenn die entsprechende Umwandlung energetisch günstig ist, d. h., wenn Energie dabei frei wird, erfolgt sie spontan, und die Kernladung nimmt hierbei um eins ab. Sie verrät sich dann dadurch, daß beim Verschwinden eines dem Kern sehr nahe gelegenen Elektrons aus der Atomhülle eine Umgruppierung der übrigen Elektronen stattfindet, und diese ist mit der Emission eines Röntgenphotons verknüpft[1]). Dieser Umgruppierung geht aber die Emission eines Neutrinos voraus, auf das die im Kern frei werdende Energie übertragen wird und dessen Emission wie bei einem gewöhnlichen (einfachen) Abschuß mit einem erheblichen Rückstoß des Kerns verbunden ist. Es ist möglich, diesen Rückstoß festzustellen und dadurch das Auftreten des Teilchens, das ihn hervorruft, experimentell nachzuweisen. Die Masse des Neutrinos auf diesem Wege genau zu ermitteln, ist aber bis jetzt noch nicht gelungen[2]).

5*. Die Theorie der Beta-Umwandlungen

Die Theorie der Beta-Umwandlungen verknüpft die Energie, die der Kern bei der Umwandlung eines seiner Neutronen in ein Proton oder umgekehrt eines seiner Protonen in ein Neutron entwickelt, mit der Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses (d. h. mit der Intensität der Beta-Strahlen, die von den Elektronen oder Positronen gebildet werden, oder mit der mittleren Lebensdauer des Ausgangskerns); sie läuft im wesentlichen auf folgendes hinaus:

Wenn wir die Zwischenetappe des Beta-Prozesses, die der Aussonderung eines negativ oder positiv geladenen Mesons entspricht, beiseite lassen und nur die Endetappe betrachten, die der Aufspaltung dieses Mesons in ein Elektron (oder Positron) und ein Neutrino entspricht, so ist es ganz natürlich, bei der Behandlung der Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses von der Voraussetzung auszugehen, daß diese Wahrscheinlichkeit proportional der Zahl der Möglichkeiten der Verteilung der resultierenden Energie W (die der Kern verliert) auf das Elektron (oder Positron) und das Neutrino ist. Wenn die Energie des Elektrons zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$ liegt, muß die Energie des Neutrinos hierbei zwischen $W - \varepsilon_1$ und $W - \varepsilon_1 - d\varepsilon_1$ liegen.

Die Wahrscheinlichkeit eines Prozesses, durch den irgendein (vorher existierendes oder ein entstehendes) Teilchen einen Impuls (d. h. eine Bewegungsgröße) zwischen g und $g + dg$ erhält, ist proportional dem Volumen des entsprechenden Elements im Impulsraum, d. h. dem Volumen $4\pi g^2\,dg$ der Kugelschale vom Radius g und der Dicke dg. Nach einer allgemeinen Beziehung der Relativitätstheorie zwischen der Energie ε eines Teilchens und seinem Impuls haben wir

$$\frac{\varepsilon^2}{c^2} - g^2 = m_0^2 c^2, \tag{6}$$

---

[1]) L. W. Alvarez (Amerika) 1937 (*Anm. d. Übers.*).

[2]) Die Masse des Neutrions läßt sich am genauesten aus der Form der Grenze des β-Spektrums abschätzen. Die letzten Messungen zeigen, daß diese Masse jedenfalls kleiner ist als $^1/_{2000}$ der Elektronenmasse.

und folglich

$$g\,dg = \frac{1}{c^2}\,\varepsilon\,d\varepsilon.$$

Den obenstehenden Ausdruck $g^2 dg$ kann man also durch $g\varepsilon d\varepsilon$ ersetzen (wenn man den Proportionalitätsfaktor fortläßt).

Hieraus folgt (im Zusammenhang mit der Beziehung $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \text{const}$, also $d\varepsilon_2 = -d\varepsilon_1$), daß die Wahrscheinlichkeit der betrachteten Beta-Umwandlung proportional dem Produkt

$$g_1\,\varepsilon_1\,g_2\,\varepsilon_2\,d\varepsilon_1 \tag{6a}$$

sein muß. Ersetzen wir in diesem Ausdruck g durch den Wert, der aus Gleichung (6) für g folgt, so erhalten wir:

$$\left(\frac{\varepsilon_1^2}{c^2} - m_1^2 c^2\right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_1 \left[\frac{(W-\varepsilon_1)^2}{c^2} - m_2^2 c^2\right]^{\frac{1}{2}} (W - \varepsilon_1)\,d\varepsilon_1, \tag{6b}$$

worin m_1 und m_2 die Ruhmassen des Elektrons (Positrons) und des Neutrinos sind.

Der Ausdruck (6b) muß proportional der Intensität des Beta-Spektrums in dem entsprechenden Energieintervall sein, d. h. proportional der relativen Zahl der bei der betreffenden Beta-Umwandlung emittierten Elektronen, deren Energie in dem Intervall zwischen ε_1 und $\varepsilon_1 + d\varepsilon_1$ liegt.

Der Vergleich der theoretischen Formel (6b) mit den experimentellen Ergebnissen, die man durch Zerlegen eines schmalen Beta-Strahlen-Bündels z. B. in einem magnetischen Beta-Spektrometer erhalten kann, zeigt, daß die Theorie mit diesen Ergebnissen dann gut übereinstimmt, wenn man $m_2 = 0$ annimmt, d. h., wenn man dem Neutrino die Ruhmasse Null zuschreibt. Wir bemerken noch, daß die theoretische Kurve in der Nähe der Werte $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1\max} = W$ bei noch so kleinem, aber von Null verschiedenem Wert m_2 eine vertikale Tangente hat, für $m_2 = 0$ aber eine horizontale Tangente. Mit anderen Worten: Die Ableitung der Funktion

$$\left(\frac{\varepsilon_1^2}{c^2} - m_1^2 c^2\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{(W-\varepsilon_1)^2}{c^2} - m_2^2 c^2\right]^{\frac{1}{2}} \varepsilon_1 (W - \varepsilon_1)$$

nach ε_1 im Punkt $\varepsilon_1 = W$ ist im ersten Fall gleich unendlich und im zweiten Fall, wenn diese Funktion in

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\varepsilon_1^2}{c^2} - m_1^2 c^2\right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon_1 (W - \varepsilon_1)^2 \tag{6c}$$

übergeht, gleich Null. Die Erfahrung zeigt, daß anscheinend gerade der zweite Fall der Wirklichkeit entspricht, wie dies aus der empirischen Kurve für die Verteilung der Intensität im Beta-Spektrum (Abb. 16) hervorgeht.

Die resultierende Wahrscheinlichkeit des betrachteten Beta-Prozesses bei beliebigen Energien des Elektrons (oder Positrons) kann als das Integral des Ausdrucks (6c) nach ε_1, multipliziert mit einem gewissen, für alle Beta-Prozesse des betreffenden Typs gemeinsamen Proportionalitätsfaktor G, bestimmt werden. Diese auf die Zeiteinheit (d. h. auf 1 Sekunde) bezogene Wahrschein-

lichkeit bezeichnen wir mit Γ. Es gilt also

$$\Gamma = \frac{G}{c} \int_{m_0 c^2}^{W} \left(\frac{\varepsilon^2}{c^2} - m_0^2 c^2 \right)^{\frac{1}{2}} \varepsilon \, (W - \varepsilon)^2 \, d\varepsilon . \tag{7}$$

Da das Ergebnis der Integration durch eine ziemlich komplizierte Formel ausgedrückt wird, wollen wir es hier nicht angeben.

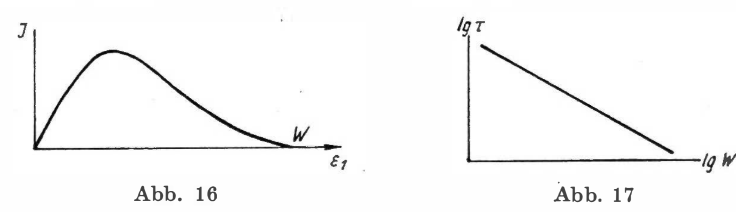


Abb. 16 Abb. 17

Die Größe Γ bestimmt die Geschwindigkeit des Beta-Zerfalls der Ausgangskerne, d. h. die relative Zahl der Kerne, die in der Zeit dt nach der Gleichung

$$- dN = \Gamma N dt,$$

oder

$$N = N_0 e^{-\Gamma t},$$

die betrachtete Umwandlung erleiden. N_0 ist dabei die Anfangszahl der Kerne (zur Zeit $t = 0$).

Hieraus ist zu ersehen, daß die zu Γ reziproke Größe

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \tag{8}$$

als die mittlere Lebensdauer der Ausgangskerne bezeichnet werden kann (d. h. als die Zeit, in der die Zahl der Ausgangskerne auf den $e = 2{,}718\ldots$ ten Teil abnimmt).

Die Formel (7) gibt die Abhängigkeit dieser mit Hilfe der Gleichung (8) durch Versuche leicht zu bestimmenden Zeitspanne von der Energie W an, die bei der entsprechenden Umwandlung frei wird. Für die meisten Kerne, insbesondere für die verhältnismäßig leichten, stimmt diese Beziehung mit den Versuchsergebnissen gut überein und wird in einem logarithmischen Diagramm ($\lg \tau$, $\lg W$) annähernd durch eine gerade Linie dargestellt (Abb. 17)[1]. Die allgemeine durch diese graphische Darstellung charakterisierte Gesetzmäßigkeit läuft darauf hinaus, daß τ mit wachsender Energie W mehr oder weniger schnell abnimmt. Nimmt W von einigen Zehntausend auf einige Millionen Elektronenvolt zu, so nimmt τ von mehreren Stunden (und sogar Jahren) auf Bruchteile einer Sekunde bis etwa 10^{-2} sec ab.

Wir bemerken noch, daß diese Beziehung der Abhängigkeit der Verweilzeit angeregter Atome von dem Wert der Anregungsenergie ganz analog ist. Beim

[1]) Sie wird nach dem Urheber häufig „SARGENT-Diagramm" genannt (*Anm. d. Übers.*).

angeregten Atom haben wir es mit der Emission eines Photons zu tun, dessen Energie auf den ersten Blick genau gleich der Anregungsenergie W des Atoms ist. In Wirklichkeit hat aber jede Spektrallinie eine zwar sehr geringe, aber doch endliche Breite, die im einfachsten Fall gleich der Breite des angeregten Niveaus ist.

Die mittlere Verweilszeit eines Atoms im angeregten Zustande ist umgekehrt proportional dieser Breite, die mit wachsender Anregungsenergie nach einem Potenzgesetz zunimmt.

Bei den gewöhnlichen optischen Übergängen ändert sich der Drehimpuls des Atoms um 1 Quant (d. h. um $h/2\pi$); dies entspricht einer Änderung der Drehimpuls-Quantenzahl l um 1. (Die Erhaltung des gesamten Drehimpulses ist hierbei durch das Photon gesichert.) Übergänge dieser Art werden als Dipol-Übergänge oder „erlaubte" Übergänge bezeichnet. Außer ihnen sind, wenn auch viel weniger wahrscheinlich, noch sogenannte „verbotene" Übergänge — Quadrupol-, Oktupol-Übergänge usw. — möglich, bei denen sich die Zahl l um 2, um 3 usw. ändert. Die Wahrscheinlichkeit derartiger Übergänge, wenn man sie nach der Intensität der Strahlung beurteilt, die hierbei nach der klassischen Theorie ausgestrahlt wird, nimmt — verglichen mit der Wahrscheinlichkeit der gewöhnlichen (Dipol-) Übergänge — auf den Bruchteil $\left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^{2n}$ ab, wo $n = 1, 2, 3$ usw., a der Atomradius und λ die Wellenlänge des Lichts ist. Hierbei sind die Quadrupol-Übergänge, die gewöhnlich durch Dipol-Übergänge verdeckt werden, nur dann zu erkennen, wenn diese Dipol-Übergänge aus irgendwelchen Gründen nicht möglich sind.

Ganz analoge Typen von Übergängen, die damit zusammenhängen, daß sich der Drehimpuls l (oder der Spin) des Kerns um 1, 2 und mehr Einheiten ändert, sind auch bei Beta-Prozessen zu beobachten. Dabei ist die Wahrscheinlichkeit der Prozesse von verschiedenem Typ, die also durch verschiedene Werte $\Delta l = l_2 - l_1$ gekennzeichnet sind, um so geringer, je größer Δl ist.

6. Das normale Verhältnis der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen in stabilen Kernen

Die Fähigkeit der Protonen und Neutronen, sich gegenseitig ineinander umzuwandeln, erlaubt im Prinzip, die Tatsache zu erklären, daß die zusammengesetzten Kerne aus zwei Arten von Teilchen bestehen, und zwar in einem bestimmten Verhältnis zueinander. Die allgemeine Erklärung dieser Tatsache läuft offensichtlich darauf hinaus, daß bei vorgegebener Gesamtzahl der Nukleonen (der Kern-Elementarteilchen) bei einem mehr oder weniger bestimmten Verhältnis der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen („mehr oder weniger" bestimmt wegen der Möglichkeit, daß zwei oder mehr stabile isobare Kerne existieren können) ein Minimum der Kernenergie, d. h. ein Maximum der Bindungsenergie, auftritt.

So könnte im Prinzip z. B. ein Kern gebildet werden, der aus zwei Protonen besteht (ein „Biproton"), und man könnte, wenn man ihn mit zwei Elektronen verbindet, ein leichtes Heliumisotop mit dem Atomgewicht 2 erhalten. Ein

solches Atom oder richtiger: ein solcher Kern würde aber instabil sein, da er größere Energie besitzen würde als ein Kern, der aus einem Proton und einem Neutron besteht, d. h. als der Kern des schweren Wasserstoffs. Selbst wenn er entstehen könnte, müßte sich seine überschüssige Energie in Form eines Doppelschusses entladen, bei dem ein Positron und ein Neutrino entstehen und in zwei verschiedenen Richtungen auseinanderfliegen, wobei sich das eine der beiden Protonen in ein Neutron umwandelt. Analog müßte sich ein Kern, der durch Vereinigung von zwei Neutronen entsteht („ein Bineutron"), durch einen Doppelschuß, bei dem das im Kern (oder irgendwo in der Nähe des Kerns) entstandene Elektron und das Neutrino auseinanderfliegen, spontan in einen Kern des schweren Wasserstoffs umwandeln.

Ganz analoge Prozesse müssen in den schweren Kernen mit einem energetisch ungünstigen Verhältnis der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen stattfinden. Infolge solcher Prozesse muß sich dieses Verhältnis allmählich ändern und sich dem energetisch günstigsten Verhältnis nähern, das bei vorgegebener Gesamtzahl der Protonen und Neutronen dem Energieminimum, also dem Maximalwert der mittleren Bindungsenergie der Nukleonen des betreffenden Kerns entspricht. Dieser Kern ist stabil hinsichtlich der Umwandlung von Protonen in Neutronen oder von Neutronen in Protonen, während die übrigen Kerne mit (annähernd) demselben Atomgewicht radioaktiv sind.

Die in der Natur vorkommenden Atomkerne sind (mit Ausnahme der schwersten Kerne sowie der Isotope K^{40}, Rb^{87}, In^{115}, Lu^{176}, Re^{187}) stabil in bezug auf Beta-Umwandlungen. Also ist anzunehmen, daß das Verhältnis der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen in diesen Kernen wenn auch nicht am günstigsten ist, so doch dem günstigsten Fall jedenfalls sehr nahe kommt[1]).

Die Erfahrung lehrt, daß dieses energetisch günstigste Verhältnis der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen bei leichten Kernen und Kernen von mittlerem Gewicht annähernd dem Zustand entspricht, wo beide Zahlen einander gleich sind. Die Atomgewichte solcher Elemente wie Helium, Stickstoff, Sauerstoff u. a. (oder richtiger ihrer häufigsten Isotope) sind ja in der Tat doppelt so groß wie ihre Ordnungszahl, d. h. wie die Zahl der Protonen, die in ihren Kernen enthalten sind. Und nur bei den mittleren und schweren Elementen ist die Tendenz zu beobachten, daß die Zahl der Neutronen im Verhältnis zur Zahl der Protonen allmählich zunimmt; bei dem schwersten natürlichen Element — dem Uran — enthält das häufigste Isotop 92 Protonen und 146 Neutronen; das entspricht dem Atomgewicht 238.

Die annähernde Gleichheit der Protonenzahl Z und der Neutronenzahl N in den nicht sehr schweren Kernen wurde früher durch die Annahme erklärt,

[1]) Bei einigen stabilen Isobaren reicht dieser Energieüberschuß sogar völlig zur Bildung von zwei Elektronen aus. In diesen Fällen ist die Umwandlung aber nur durch eine gleichzeitige doppelte Beta-Umwandlung möglich, die das radioaktive Zwischenisotop mit verhältnismäßig großer Masse umgeht. Die Lebensdauer bei einem derartigen doppelten β-Zerfall ist sehr groß und konnte bis jetzt experimentell noch nicht gemessen werden (*Anm. d. Red.*).

daß die spezifischen Kern-Anziehungskräfte, von denen oben die Rede war, nur zwischen ungleichnamigen Kernteilchen wirken, d. h. zwischen Protonen einerseits und Neutronen andererseits, während die Wechselwirkung zwischen den Protonen auf die gewöhnliche elektrische Abstoßung hinausläuft und eine Wechselwirkung zwischen den Neutronen überhaupt nicht stattfindet. Von diesem Standpunkt aus müßten die Neutronen mit Beziehung auf die Protonen dieselbe zusammenkittende Rolle spielen, wie sie früher den intranuklearen Elektronen zugeschrieben wurde. Natürlich müßte das Maximum der Bindungsenergie, die auf den Anziehungskräften zwischen den Neutronen und Protonen beruht, unter diesen Bedingungen bei gleicher Zahl der Neutronen und Protonen eintreten.

Was die Tendenz betrifft, daß die Zahl der Neutronen im Verhältnis zur Zahl der Protonen bei den schweren Kernen zunimmt, so wurde sie durch die größere Rolle der elektrischen Energie der gegenseitigen Abstoßungskräfte zwischen den Protonen erklärt. Diese Überlegung ist, wie wir weiter unten noch sehen werden, ganz sicher richtig. Die Ausgangsvorstellung, daß eine spezifische Anziehung zwischen gleichnamigen Teilchen, d. h. zwischen zwei Protonen oder zwischen zwei Neutronen, nicht stattfindet, wurde aber durch die experimentellen Ergebnisse über die Streuung schneller Protonen und Neutronen in Wasserstoff widerlegt. Es zeigte sich, daß die Streuung von Protonen-Geschossen mit einer Energie von mehreren Millionen Elektronenvolt um große Winkel, die bei sehr enger Annäherung an die Protonen-Zielscheiben (auf Abstände von etwa 10^{-12} bis 10^{-13} cm) stattfindet, den gleichen Charakter aufweist wie die Streuung der Neutronen. Sie wird durch Anziehungskräfte hervorgerufen, die in beiden Fällen praktisch die gleiche Größe haben und die gegenseitige elektrostatische Abstoßungskraft zwischen den Protonen bei den entsprechenden sehr geringen Entfernungen erheblich übertreffen.

Es ist hervorzuheben, daß der Übergang der Kern-Anziehungskräfte in Abstoßungskräfte bei weiterer Verringerung des Abstandes zwischen den beiden Nukleonen, der — ausgehend von der formalen Analogie dieser Kräfte mit den gewöhnlichen interatomaren Kräften, oben von uns postuliert wurde — nur eine zwar bequeme, aber wenig begründete Hypothese ist. In Wirklichkeit können die Kernkräfte ihren Anziehungs-Charakter bei beliebig kleinen Entfernungen behalten, analog wie die elektrischen Kräfte zwischen entgegengesetzt geladenen Teilchen; dabei wird das Zusammenfließen der Nukleonen in einem zusammengesetzten Kern nur durch Trägheitskräfte infolge ihrer schnellen Bewegung verhindert, ebenso wie bei der Bewegung der Elektronen um den Kern. (In dem zuletzt genannten Fall laufen die Trägheitskräfte ebenso wie bei der Bewegung der Planeten um die Sonne auf die Zentrifugalkräfte hinaus.)

Dadurch, daß man in einem zusammengesetzten Kern neben der potentiellen Energie der Kernkräfte und der elektrischen Kräfte noch die kinetische Energie der Nukleonenbewegung einführt, läßt sich das Verhältnis zwischen der Zahl der Protonen und der Neutronen in Abhängigkeit von ihrer Gesamtzahl, das die stabilen Kerne kennzeichnet und das also dem Minimum der Gesamtenergie entspricht, in großen Zügen erklären.

7. Die Erklärung des normalen Verhältnisses der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen in stabilen Kernen

Bei der Beschreibung der Bewegung der Elektronen um einen zusammengesetzten Atomkern wird die Wechselwirkungskraft zwischen den Elektronen gewöhnlich durch ein gewisses äußeres elektrisches Feld ersetzt, das dem Feld des positiv geladenen Kerns entgegengesetzt ist und infolgedessen die Anziehung des Kerns schwächt. Unter diesen Bedingungen läuft das Problem der Bewegung der Gesamtheit aller Elektronen auf das relativ einfache Problem der Bewegung eines jeden Elektrons für sich in einem vorgegebenen äußeren elektrischen Felde hinaus. Bei vernünftiger Festsetzung des resultierenden Feldes, das durch den Kern und die verschiedenen Elektronen (abgesehen von dem betreffenden Elektron) erzeugt wird, ist die Lösung der vereinfachten Aufgabe eine ziemlich gute Annäherung an die Wahrheit. Diese angenäherte Methode des Selfconsistent-Feldes wird zur Beschreibung der Bewegung der vergesellschafteten Elektronen in metallischen Körpern verwendet. Hierbei kann man in erster Näherung annehmen, daß sich die Felder der Elektronen und der positiven Ionen innerhalb des Metalls im Durchschnitt gegenseitig aufheben und nur in der Nähe der Oberfläche des Metalls Kräfte hervorrufen, die ein Hinausfliegen der Elektronen verhindern.

Das analoge Schema des Selfconsistent-Feldes ist auch auf die Nukleonen in einem zusammengesetzten Atomkern anwendbar. Unter Berücksichtigung der Forderungen der Quantentheorie kann die Gesamtenergie der periodischen oder überhaupt der begrenzten Bewegung eines materiellen Teilchens, das sich in einem vorgegebenen Kraftfeld bewegt, ebenso wie die von anderen dynamischen Konstanten (insbesondere z. B. der Drehimpuls in einem radialsymmetrischen Felde) nur eine Reihe von diskreten gequantelten Werten annehmen. Wenn sich ferner in ein und demselben äußeren Kraftfelde ein System von mehreren gleichartigen Teilchen befindet, die dieselben Spineigenschaften wie die Elektronen besitzen, so müssen sich diese Teilchen, wenn ihre Spins (d. h. ihre Drehachsen) nach ein und derselben Seite hin gerichtet sind, auf verschiedenen Quantenbahnen bewegen. Auf gleichen Bahnen können sich also nur Paare von Teilchen mit entgegengesetzt gerichtetem Spin bewegen.

Auf die Elektronenhülle der Atome angewandt, liefert uns diese (als PAULI-Prinzip bekannte) Regel den Schlüssel zum Verständnis des Periodensystems von MENDELEJEW, d. h. dafür, daß sich die physikalisch-chemischen Eigenschaften der Elemente mit wachsendem Atomgewicht oder genauer mit wachsender Ordnungszahl (Gesamtzahl der Elektronen oder der Kernladung) mehr oder weniger periodisch ändern. Wir wollen dies am Beispiel einiger der einfachsten Atome erläutern. Das Wasserstoffatom enthält nur ein Elektron, das sich auf der günstigsten, durch den Minimalwert der Energie gekennzeichneten einquantigen Bahn um das Proton bewegt. Das Heliumatom enthält zwei Elektronen, die sich auf gleichen einquantigen Bahnen um den Kern bewegen;

diese Bahnen unterscheiden sich von der Bahn des Elektrons im Wasserstoffatom nur durch die etwas geringere Größe. (Dies erklärt sich aus der stärkeren Anziehungskraft, die die Elektronen von seiten des Kerns mit der doppelt so großen positiven Ladung erfahren.) Hierbei haben ihre Spins entgegengesetzte Richtung, was sich übrigens unter anderem darin zeigt, daß das Heliumatom kein magnetisches Dipol-Moment besitzt.

Beim Lithium, dessen Atom drei Elektronen enthält, ist die Situation bedeutend komplizierter. Das Lithiumatom verliert das eine Elektron leicht; das Lithium ist also ein ebenso einwertiges Element wie der Wasserstoff; dagegen sind die beiden anderen Elektronen in ihm viel fester gebunden. Dies erklärt sich daraus, daß sich in dem Lithiumatom nur zwei Elektronen auf einquantigen Bahnen bewegen (diese Bahnen sind infolge der größeren positiven Kernladung noch mehr zusammengeschrumpft als beim Helium), während sich das dritte Elektron auf einer zweiquantigen Bahn mit bedeutend höherer Energie bewegt. Berücksichtigt man außer der Energie auch noch die anderen gequantelten Größen (die also diskrete Werte annehmen), so zeigt sich, daß es vier Abarten von Bahnen mit gleicher oder annähernd gleicher zweiquantiger Energie gibt; infolgedessen können vier Paare von Elektronen mit entgegengesetztem Spin diese Energie annehmen. Das Paar der einquantigen und die vier Paare der zweiquantigen Elektronen bilden die Elektronenhülle des Neonatoms; das Neon ist ein inertes Gas und ähnelt in seinen physikalische-chemischen Eigenschaften dem Helium. Das nun folgende Element — das Natrium —, dessen Atome je 11 Elektronen enthalten, ist dem Lithium analog, da das 11te Elektron keinen Platz auf den einquantigen und zweiquantigen Bahnen findet und so gezwungen ist, sich auf einer dreiquantigen Bahn mit noch höherer Energie zu bewegen. Daraus erklärt sich die relativ schwache Bindung des äußersten, 11ten, Elektrons im Natriumatom, das die Ähnlichkeit dieses Atoms mit den Lithium- und Wasserstoffatomen verursacht.

Ohne auf die weitere Entwicklung dieser Überlegungen einzugehen[1]), wenden wir das PAULI-Prinzip jetzt auf die Bewegung der Protonen und Neutronen im Selfconsistent-Kraftfeld an, das angenähert ihre Wechselwirkung in einem zusammengesetzten Atomkern beschreibt. Wir wollen hierbei annehmen, daß den verschiedenen Bewegungstypen (Bahnen) verschiedene Energiewerte entsprechen, die eine gewisse Folge von Quantenwerten W_1, W_2, . . . bilden. Diese Quantenwerte oder Niveaus werden schematisch durch horizontale Linien dargestellt (Abb. 18), deren gegenseitige Abstände (Energiestufen) gleich den Differenzen $W_2 - W_1$, $W_3 - W_2$ usw. sind.

Am günstigsten — vom Standpunkt des Minimums der Gesamtenergie des Kerns aus — wäre der Zustand, bei dem sich alle Nukleonen, die den Kern zusammensetzen, auf dem niedrigsten Energieniveau befinden, also auf gleichen Bahnen mit der Energie W_1 bewegen. Ein derartiger Zustand ist nach dem PAULI-Prinzip aber ausgeschlossen; denn dieses läßt eine Besetzung des ersten

[1]) Sie wurden von KOSSEL durchgeführt (*Anm. d. Übers.*).

Niveaus der Energie-Skala durch mehrere Nukleonen nur unter der Bedingung zu, daß sich diese alle entweder durch die Ladung oder durch die Orientierung des Spins voneinander unterscheiden. Der Maximalwert solcher Nukleonen ist gleich vier; hierbei sind zwei von ihnen Protonen mit entgegengesetzt gerichtetem Spin und die beiden anderen Neutronen mit ebenfalls entgegengesetzt gerichtetem Spin, wie es Abb. 18 zeigt. Wenn die Gesamtzahl der Nukleonen gleich vier ist, so ist das günstigste System, das sie bilden können, ein Kern, der aus zwei Protonen und zwei Neutronen besteht, d. h. der Kern des Heliumatoms. In einem Kern von gleichem Gewicht, der nur aus Protonen oder nur aus Neutronen besteht, könnten sich nur zwei dieser Teilchen auf dem ersten Energieniveau befinden; die beiden anderen befänden sich auf dem zweiten Niveau, und dies würde einem Energieüberschuß des Kerns von 2 $(W_2 - W_1)$ entsprechen. Wenn die Differenz $W_2 - W_1$ größer ist als die Ruhenergie des Elektrons, würde sich dieser Energieüberschuß in zwei Elektron-Neutrino-Doppelschüssen entladen, und dadurch würde sich der angeregte Ausgangskern in einen Heliumkern verwandeln.

Nimmt die Zahl der Nukleonen weiter zu, so müssen sie jeweils die höheren Energiestufen einnehmen, und zwar so, daß die Zahl der Protonen annähernd gleich der Zahl der Neutronen bleibt, wie dies die Erfahrung an den verhältnismäßig leichten Kernen zeigt. Die Abweichung von dieser Beziehung bei den schwereren Kernen erklärt sich, wie wir vorhin schon sagten, daraus, daß die Energie der elektrischen Abstoßung der Protonen bei wachsender Protonenzahl eine größere Rolle spielt. Diese elektrische Energie haben wir bei der Konstruktion des Energieniveau-Schemas in Abb. 18 nicht beachtet, da wir den Protonen und den Neutronen gleiche Energie-Quantenwerte zugeschrieben haben.

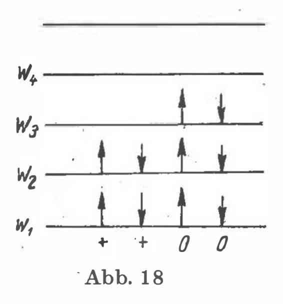


Abb. 18

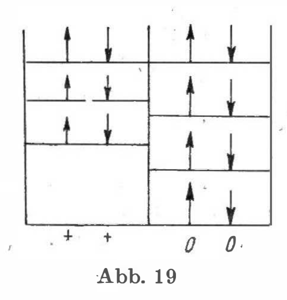


Abb. 19

Wir können dieses Schema aber auch unter Berücksichtigung der elektrischen Energie beibehalten, wenn wir die elektrische Energie als zusätzliche Korrektion für die Protonen einführen und die Werte W_1, W_2 usw. auf die Summe der kinetischen Energie der Nukleonen und der potentiellen Energie der auf sie einwirkenden nichtelektrischen (Kern-)Kräfte beziehen. Es ist klar, daß sich der Ersatz eines oder mehrerer Paare von Protonen (bei genügend großer Gesamtzahl, die anfänglich gleich der Zahl der Neutronen ist) durch die entsprechende Zahl von Neutronenpaaren unter diesen Bedingungen energetisch

auswirken kann; denn das Anwachsen der Energie W bei gleichzeitiger Umbesetzung der Nukleonen, die aus dem geladenen Zustand in den neutralen übergehen, in höhere Stufen der Energie-Skala (hauptsächlich durch das Anwachsen ihrer kinetischen Energie) kann durch die Abnahme der elektrischen Energie des Kerns (die dem Quadrat seiner Ladung, d. h. dem Quadrat der Gesamtzahl seiner Protonen, proportional ist) vollauf kompensiert werden.

Unter Berücksichtigung der elektrischen Energie der Protonen muß das Niveauschema der Abb. 18 so abgeändert werden, daß die obersten besetzten Niveaus der Neutronen und Protonen in gleicher Höhe liegen. Hierbei wird das niedrigste Niveau für die Protonen etwas höher liegen als für die Neutronen (Abb. 19).

8*. Die statistische Theorie des Verhältnisses der Zahl der Protonen zur Zahl der Neutronen in stabilen Kernen; die resultierenden Spins und magnetischen Momente der Kerne

Unsere Überlegungen sind leicht in eine quantitative Form zu bringen, wenn wir unsere Vorstellungen über die Bewegung der Nukleonen in einem zusammengesetzten Kern ein wenig vereinfachen. Da sich die Kräfte, die jedes Nukleon von seiten der benachbarten Nukleonen innerhalb des Kerns erfährt, gegenseitig aufheben, können wir bei der Berechnung der statistischen Gleichgewichtseigenschaften des Kerns nämlich annehmen, daß sich alle seine Nukleonen innerhalb des ganzen Volumens, das sie einnehmen, ganz frei bewegen (analog wie dies in der elementaren Theorie der Metalle hinsichtlich der Elektronen angenommen wird) und daß sie dabei von der Oberfläche des Kerns abprallen, die für sie die Rolle einer undurchdringlichen Wand spielt. Vom Standpunkt eines derartigen „gasförmigen" Modells der zusammengesetzten Kerne aus kann man die Bewegung der Nukleonen ebenso charakterisieren wie die Bewegung der freien Elektronen in einem Metall bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts, — doch mit dem Unterschied, daß sich die Elektronen nur in zwei Zuständen mit entgegengesetztem Spin befinden können, während sich die Nukleonen in vier Zuständen befinden können, die sich entweder durch den Spin oder durch die Ladung voneinander unterscheiden[1]).

Bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts nehmen die ungeraden Teilchen, die der PAULI-FERMI-DIRAC-Statistik gehorchen, alle die niedrigsten Energieniveaus ein, während die höheren Niveaus unbesetzt bleiben. Bei der Betrachtung der Quantenzustände im Sinne der klassischen Vorstellung der statistischen Physik vom Phasenraum, d. h. eines Raumes mit den Koordinaten x, y, z und den Impulsen g_x, g_y, g_z, in dem die Bewegung der Teilchen vor sich geht, entspricht dem Phasenraum mit dem Volumen

$$\int dx\, dy\, dz\, dg_x\, dg_y\, dg_z = h^3$$

[1]) Nach BOHR werden die Quantenzustände bei einer eindimensionalen Bewegung durch die Bedingung $\oint g\, dx = nh$ charakterisiert, wo n eine ganze Zahl ist. Hieraus folgt, daß einem Quantenzustand eine Phasenfläche von der Größe h entspricht.

bekanntlich ein einziger Zustand, der in bezug auf die Translationsbewegung gequantelt ist[1]). Insofern die potentielle Energie der Nukleonen im Kern als konstant angesehen werden kann, d. h. als unabhängig von den Koordinaten, kann man sich das Volumen des Phasenraums, das zum Beispiel die Protonen einnehmen, vorstellen als das Produkt des geometrischen Kernvolumens

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3$$

mit dem Volumen ω_p einer gewissen Kugel im Impulsraum mit dem Radius g_p, das heißt

$$\omega_p = \frac{4\pi}{3} g_p^3 .$$

Man kann annehmen, daß diese Kugel gleichmäßig von Protonen erfüllt ist, während die Protonendichte außerhalb der Kugel gleich Null ist. Dividieren wir das Produkt $V\omega_p$ durch h^3, so erhalten wir die Gesamtzahl der Quantenzustände, die die Protonen einnehmen. Da in jedem dieser Zustände zwei Protonen mit entgegengesetzt gerichtetem Spin Platz finden, muß der Ausdruck $\frac{V\omega_p}{h^3}$ gleich der halben Protonenzahl $\frac{Z}{2}$ sein. Wir kommen also zu der Gleichung

$$\frac{8\pi}{3} \frac{g_p^3}{h^3} = \frac{Z}{V} . \tag{9}$$

Wir bemerken, daß das Verhältnis $\frac{h}{g_p}$ die minimale DE BROGLIE-Wellenlänge angibt, die den schnellsten Protonen entspricht. Gleichung (9) zeigt also, daß die Wellenlänge λ_p ungefähr doppelt so groß ist wie der mittlere Abstand zwischen den benachbarten Protonen:

$$d_p = \left(\frac{V}{Z}\right)^{\frac{1}{3}} .$$

Dem maximalen Impuls g_p der Protonen entspricht die maximale Energie $\varepsilon_p = \frac{g_p^2}{2m}$; sie ist nach Gleichung (9) gleich

$$\varepsilon_p = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3}{8\pi}\frac{Z}{V}\right)^{\frac{2}{3}} . \tag{10}$$

Den Mittelwert der kinetischen Energie über alle Protonen $\bar{\varepsilon}_p$ erhalten wir, indem wir den Ausdruck $\frac{g^2}{2m}$ über das Volumen der ganzen Impulskugel integrieren und durch das Volumen dieser Impulskugel dividieren. So erhalten wir:

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{\int\limits_0^{g_p} \frac{1}{2m} g^2 4\pi g^2 dg}{\int\limits_0^{g_p} 4\pi g^2 dg} ,$$

[1]) Vgl. Френкель и Чердынцев, О газовой модели атомиых ядер. ЖЭТФ. (FRENKEL und TSCHERDYNZEW, Über das Gasmodell der Atomkerne, J. exp. theoret. Physik, 9, 899, (1939).

also

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{3}{5}\,\varepsilon_p = \frac{3}{10}\,\frac{h^2}{m}\left(\frac{3}{8\pi}\,\frac{Z}{V}\right)^{\frac{2}{3}}. \tag{10a}$$

Die summarische kinetische Energie aller Protonen ergibt sich durch Multiplikation dieses Ausdrucks mit Z.

Analog kann man die summarische kinetische Energie aller N-Neutronen erhalten.

Bei vorgegebener Massenzahl

$$Z + N = A$$

des Kerns können wir die potentielle Energie der Kernkräfte als unveränderlich ansehen, da die Wechselwirkung der gleichnamigen und der ungleichnamigen Teilchen die gleiche ist. Von dem Verhältnis Z zu N hängt in diesem Fall nur die kinetische Energie ab, die bei $Z = N = \frac{A}{2}$ ein Minimum erreicht, und die potentielle Energie der elektrostatischen Kräfte, deren Minimum dem Wert $Z = 0$ entspricht. Wenn wir annehmen, daß die Protonen gleichmäßig über das Kernvolumen verteilt sind, kann die elektrische Energie ihrer gegenseitigen Abstoßung durch die Formel

$$U = \frac{3}{5}\,\frac{(Ze)^2}{R} \tag{11}$$

ausgedrückt werden. Die Gesamtenergie eines aus A-Nukleonen bestehenden Kerns kann als Funktion der Zahlen N und Z in der Form

$$W = K_p + K_n + U + \text{const}$$

geschrieben werden, wo K_p die kinetische Energie der Z-Protonen ist, K_n die kinetische Energie der $N = A - Z$-Neutronen und U die elektrische Energie der Protonen, also

$$W = \frac{3}{10}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{\left(\frac{4\pi}{3}R^3\right)^{\frac{2}{3}}}\,\frac{h^2}{m}\left(Z^{\frac{5}{3}} + N^{\frac{5}{3}}\right) + \frac{3}{5}\,\frac{(Ze)^2}{R} + \text{const}$$

oder, wenn wir das unwesentliche konstante Glied fortlassen,

$$W = \frac{3}{160}\sqrt[3]{4}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{4}{3}} \frac{h^2}{mR^2}\left[Z^{\frac{5}{3}} + (A - Z)^{\frac{5}{3}}\right] + \frac{3}{5}\,\frac{e^2}{R}\,Z^2. \tag{12}$$

Der gesuchte Wert Z folgt aus der Bedingung, daß W ein Minimum wird, d. h. aus der Gleichung

$$\frac{dW}{dZ} = 0\,.$$

Diese ergibt:

$$\frac{\sqrt[3]{4}}{32}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{4}{3}} \frac{h^2}{mR^2}\left[(A - Z)^{\frac{2}{3}} - Z^{\frac{2}{3}}\right] = \frac{6}{5}\,\frac{e^2}{R}\,Z. \tag{13}$$

Diese Gleichung zeigt, daß für kleine Werte von Z (wenn die rechte Seite der Gleichung (13) nahezu gleich Null ist), die Differenz $A - Z$ annähernd gleich Z ist, d. h., daß die Zahl der Neutronen annähernd gleich der Zahl der Protonen

ist, während die Zahl der Neutronen mit zunehmendem Z schneller wächst als die Zahl der Protonen.

Die Differenz $N - Z = A - 2Z$ gibt den Überschuß an Neutronen an und wird manchmal als Isotopenzahl bezeichnet. Ihre Abhängigkeit von Z, die sich aus Gleichung (13) ergibt, ist in Abbildung 20 graphisch dargestellt. Diese Beziehung stimmt dann befriedigend mit der experimentellen Kurve überein, wenn wir in dem Ausdruck für den Radius des Kerns

$$R^3 = r_0^3 A$$

$r_0 = 2 \cdot 10^{-13}$ cm einsetzen; das liegt dem experimentellen Wert $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm ziemlich nahe.

Die Abhängigkeit der Energie W von Z (bei vorgegebenem Wert A) ist in der Nähe des Minimums nur sehr schwach ausgeprägt (Abb. 21), so schwach, daß

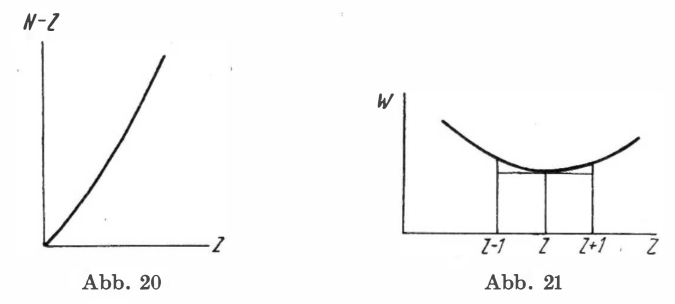


Abb. 20 Abb. 21

einer Zunahme oder Abnahme von Z um eins in der Nähe dieses Minimums eine Zunahme des Wertes von W entspricht, die kleiner ist als die Ruhenergie m_0c^2 des Elektrons. Das heißt: Jedes stabile Atom von vorgegebener Masse muß durchschnittlich je zwei Isobare haben, d. h. zwei Atome mit gleicher Massenzahl, aber etwas verschiedenem Verhältnis der Protonen und Neutronen. Ein analoges Resultat ergibt sich beim Übergang von den Isobaren zu den Isotopen, d. h. zu den Elementen mit ein und demselben Z, aber verschiedenen (einander nahe gelegenen) Werten von A und infolgedessen auch von N.

In Wirklichkeit ist die Situation aber komplizierter. Bei den sogenannten ungeraden Kernen, d. h. den Kernen mit ungerader Protonenzahl Z oder ungerader Neutronenzahl N gibt es nämlich überhaupt keine stabilen Isobare. Bei solchen Elementen sind bei den Versuchen nur instabile betaradioaktive Isobare zu beobachten. Bei den zweifach geraden Kernen, die aus einer geraden Zahl von Protonen und einer geraden Zahl von Neutronen bestehen, kommt dagegen eine größere Zahl von Isobaren vor. Was die zweifach ungeraden[1]) Kerne betrifft, die ungerade Zahlen Z und N haben, so finden sich solche stabilen Kerne nur bei den ersten, leichtesten Elementen ($_1H^1$, $_3Li^6$, $_5B^{10}$, $_7N^{14}$).

[1]) Häufig wird die Bezeichnung benutzt: Kerne vom Typ *u—g*, Typ *g—u*, Typ *g—g*, Typ *u—u*. (*Anm. d. Übers.*)

Diese besonderen Eigenschaften der geraden und ungeraden Elemente hängen eng mit der paarweisen Verteilung der Protonen und Neutronen auf den Energieniveaus zusammen. Es ist klar, daß die Bindungsenergie des „letzten" Protons oder Neutrons bei einer ungeraden Zahl von Protonen oder Neutronen kleiner sein muß als in dem Fall, wo dieses „letzte" Teilchen ein gerades ist und auf demselben Energieniveau liegt wie das vorhergehende. Der Unterschied in der Bindungsenergie für ein gerades und ein ungerades Nukleon ist annähernd gleich dem Unterschied der kinetischen Energien für benachbarte Energieniveaus.

Die oben entwickelte statistische Theorie berücksichtigt die Effekte nicht — und kann sie nicht berücksichtigen —, die mit der Geradzahligkeit und Ungeradzahligkeit von Z und N zusammenhängen, da sie diese Zahlen praktisch als stetig behandelt. Es ist aber sehr interessant, daß man unter Berücksichtigung ihrer Ganzzahligkeit sowie der Tatsache, daß sich auf jedem Energieniveau zwei Protonen oder zwei Neutronen mit entgegengesetztem Spin befinden können, diese feinen Einzelheiten in der Größe der Bindungsenergie der Atomkerne erklären kann.

Nach dem oben betrachteten Schema müssen die Spins der zweifach geraden Kerne gleich Null sein. Diese Regel trifft in allen Fällen ohne jede Ausnahme zu. Bei den ungeraden Kernen müßte der resultierende Spin gleich $^1/_2$ sein und bei den zweifach ungeraden den Maximalwert 1 erreichen. In Wirklichkeit können die Spins der ungeraden Kerne viel größer sein. So ist der Spin des Wismutkerns z. B. gleich $^9/_2$[1]).

Die Kerne, deren resultierender Spin gleich Null ist, haben auch keine resultierenden magnetischen Momente. Was die übrigen Kerne betrifft, so liegen die Achsen ihrer magnetischen Momente immer parallel oder antiparallel zur Richtung der resultierenden Spins. Hierbei — und das ist besonders bemerkenswert — ist keinerlei gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen dem Wert des magnetischen Moments und dem Wert des resultierenden Spins zu beobachten[2]). Da die Spins der Kerne immer ganzzahlig oder halbzahlig sind, haben wir ein Recht, sie entsprechend der oben dargestellten elementaren Theorie als additiv zu betrachten. Hieraus folgt: Die magnetischen Momente der Kerne sind nicht additiv, d. h., sie können nicht genau als algebraische Summen der magnetischen Momente der Protonen und Neutronen ausgedrückt werden. In Wirk-

[1]) Man hat inzwischen festgestellt, daß die Werte der Spins eine Folge der Schalenstruktur der Kerne sind, analog der Struktur der Atome. Hierbei kann man den einzelnen Nukleonen bestimmte Werte des Bahn-Drehimpulses zuschreiben. In den zweifach geraden Kernen kompensieren sich diese Drehimpulse gegenseitig (wie die Spins der Nukleonen im eigentlichen Sinne des Wortes). Die Schalentheorie der Kerne gestattet auch, die Größe der magnetischen Kernmomente zu erklären. Der Erfolg dieser Theorie zeigt, daß sich das magnetische Moment eines Nukleons im Kern nicht ändert und daß es jetzt nicht mehr nötig ist, die weiter unten vom Verf. eingeführten neuen Hypothesen beizubehalten (*Anm. d. Red.*).

[2]) Ein gewisser Zusammenhang ist durch die sogenannten „Schmidt-Kurven" gegeben (*Anm. d. Übers.*).

lichkeit sind sie gewöhnlich bedeutend kleiner als die Werte, die diese Summen annehmen können.

Diese Tatsache ist nicht verwunderlich, wenn wir daran denken, daß die magnetischen Momente der einzelnen Protonen oder der einzelnen Neutronen Werte haben, die von den Werten, die aus der DIRACschen Theorie folgen, verschieden sind und daß diese Unterschiede durch ihre virtuelle Aufspaltung in verschiedenartige Teilchen entweder Elektronen oder Positronen erklärt werden (vgl. Abschn. 4 d. Kap.). In zusammengesetzten Kernen sind außer derartigen „virtuellen" Aufspaltungen noch kompliziertere Prozesse der gegenseitigen Umwandlung von Protonen in Neutronen und umgekehrt durch Austausch von Elektronen oder Positronen (zusammen mit Neutrinos) möglich. Unter diesen Umständen sind Abweichungen des resultierenden magnetischen Kernmoments von der Additivität ganz natürlich. Ihre resultierenden magnetischen Momente müssen hierbei um so kleiner sein, je stärker die Bindung zwischen ihnen ist.

Es ist hervorzuheben, daß die behandelte Theorie nur eine sehr grobe Annäherung ist, namentlich für die leichten Kerne. Insbesondere ist sie auf den leichtesten der zusammengesetzten Kerne überhaupt nicht anwendbar — nämlich auf das Deuteron, d. h. den Kern des schweren Wasserstoffs, der aus einem Proton und einem Neutron besteht. Die Ursache dafür, daß ein solcher Kern eine viel geringere Energie besitzt als das Biproton oder das Bineutron, hat mit dem PAULI-Prinzip offensichtlich nichts zu tun und hängt mit den feineren Effekten zusammen, die wir oben nicht berücksichtigt haben. Wir bemerken noch, daß die Bindungsenergie zwischen dem Proton und dem Neutron im Deuteron gleich 2 MeV ist, d. h., daß sie viermal kleiner ist als die Bindungsenergie eines der Nukleonen im Heliumkern.

KAPITEL IV

Die elektrokapillare Spaltung und der Alpha-Zerfall der schweren Kerne

1. Die Instabilität der schweren Kerne mit Beziehung auf die elektrokapillare Spaltung und den Alpha-Zerfall

Das System der unter natürlichen Verhältnissen auf der Erde vorkommenden Elemente endet mit dem Uran[1]), dem schwersten alpha-radioaktiven Isotop, das 92 Protonen und 146 Neutronen enthält. Langlebige schwerere Elemente oder genauer: Elemente mit höherer Ordnungszahl als Uran kommen nicht vor; das beruht offensichtlich auf der Instabilität ihrer Kerne. Es ist übrigens hervorzuheben, daß auch das Uran und die ihm vorangehenden Elemente vom Wismut ($Z = 83$) an, instabil sind und natürliche Radioaktivität aufweisen, — in manchen Fällen nur schwache, in anderen aber auch sehr starke. Die Instabilität der Elemente mit größerem Atomgewicht als Uran — davon kann man sich leicht überzeugen — beruht auf den elektrischen Abstoßungskräften zwischen den Protonen, die in den Kernen enthalten sind.

In den nicht zu schweren Kernen, die keine sehr große Zahl von Protonen enthalten, reichen diese Kräfte nicht aus, um die Kernkräfte zu überwinden, die die Protonen miteinander und mit den Neutronen verbinden. Aber mit zunehmender elektrischer Ladung der Kerne ändert sich das Verhältnis der Kern-Anziehungskräfte zu den elektrischen Abstoßungskräften allmählich zugunsten der Abstoßung. Die Änderung erklärt sich daraus, daß die Bindung eines jeden Nukleons in einem zusammengesetzten Kern, soweit sie durch Kernkräfte verursacht wird, von den Abmessungen des Kerns, d. h. von der Zahl der Nukleonen, aus denen er besteht, nur wenig abhängt, während die elektrische Kraft, die bestrebt ist, die einzelnen Protonen aus dem Kern hinauszustoßen, mit zunehmender Protonenzahl annähernd proportional dieser Zahl wächst.

Hieraus scheint zunächst zu folgen, daß die Bindung der Protonen im Kern geringer sein muß als die Bindung der Neutronen. In Wirklichkeit sind die Bindungsenergien bei allen beiden aber gleich groß, weil die Neutronen im Durchschnitt größere kinetische Energie besitzen als die Protonen, da sie zahlenmäßig überwiegen (nach der FERMI-Statistik). Dieses Überwiegen wird gerade durch die Bedingung bestimmt, daß die Zunahme der kinetischen Energie der

---

[1]) Auf künstlichem Wege wurden in den letzten Jahren auch Transurane hergestellt: $_{93}$Np, $_{94}$Pu, $_{95}$Am, $_{96}$Cm, $_{97}$Bk, $_{98}$Cf. Derzeit sind alle Elemente bekannt bis einschließlich Ordnungszahl 101 (*Anm. d. Übers.*).

Neutronen die zusätzliche elektrische Energie der Protonen kompensiert (vgl. Abb. 19).

Bei einer genügend großen Zahl von Protonen und der entsprechend noch größeren Zahl von Neutronen muß die Angliederung neuer Teilchen sowohl von der einen als auch von der anderen Sorte an den Kern schließlich energetisch ungünstig werden, d. h., es muß dabei schließlich die Gesamtenergie des Kerns nicht abnehmen, sondern zunehmen. Mit anderen Worten: Genügend große Tröpfchen Kernflüssigkeit müßten spontan „verdampfen", und zwar nicht unter Energieverbrauch, sondern unter Energieentwicklung (in Form von kinetischer Energie der davonfliegenden Nukleonen), bis ihre Abmessungen einen gewissen kritischen Wert erreichen, bei dem die Verdampfungsenergie gegen Null strebt.

So etwas wie eine derartige „Verdampfung" unter Energieentwicklung ist beim Uran und einigen ihm vorangehenden Elementen zu beobachten; hierbei „verdampfen" aber nicht einzelne Nukleonen, sondern Heliumkerne. Diese Kerne, die mit einer Energie von einigen Millionen Elektronenvolt hinausfliegen, bilden die seit der Entdeckung der Radioaktivität bekannten sogenannten Alpha-Strahlen. Was einzelne Protonen oder Neutronen betrifft, so behält ihre Bindungsenergie im Urankern ebenso wie in den Kernen der vorangehenden Elemente einen positiven Wert. Dies geht unter anderem daraus hervor, daß alle Elemente bis zum Curium einschließlich Neutronen einfangen und festhalten können. Aber die beim Einfang der Neutronen durch die schwersten Kerne (in Form von Gamma-Strahlen, d. h. Photonen, oder von Beta-Strahlen, d. h. schnellen Elektronen) freiwerdende Energie ist trotzdem um 30 Prozent kleiner als bei den verhältnismäßig leichten Kernen. Die Abnahme der Kondensationsenergie der Nukleonen mit zunehmender Größe des Kernflüssigkeits-Tropfens ist eine unmittelbare Folge der elektrischen Ladung der darin enthaltenen Protonen (siehe im nachstehenden).

Wir wollen jetzt zeigen, daß schon lange, bevor der Kernflüssigkeits-Tropfen so groß wird, daß er nicht weiter wachsen kann (da die Kondensationsenergie der Nukleonen an seiner Oberfläche gegen Null strebt) die elektrischen Kräfte Werte annehmen, die ausreichen, um ihn in zwei annähernd gleich große Tropfen zu zerreißen.

Um uns diesen Sachverhalt besser klar zu machen, wollen wir zuerst das Verhalten von neutralen Tröpfchen irgendeiner Flüssigkeit (z. B. Quecksilber) betrachten. Nähern sich zwei derartige Tröpfchen, so streben sie bekanntlich danach, miteinander zusammenzufließen. In diesem Fall ist also die entgegengesetzte Tendenz wie beim Atomkern zu beobachten, d. h. die Tendenz der Tropfen, zusammenzufließen und nicht, sich zu spalten. Die Ursache dieser Tendenz sind die Kapillarkräfte, die mit dem Vorhandensein einer freien Oberfläche und der Proportionalität zwischen der freien Oberfläche und der zusätzlichen Oberflächenenergie zusammenhängen. Das Bestreben kleiner Flüssigkeitsmassen, wenn keine äußeren Kräfte wirken, die Gestalt kugelförmiger Tropfen anzunehmen, erklärt sich daraus, daß die Kugel der Körper ist, der bei vorgegebenem Volumen die kleinste Oberfläche besitzt. Beim Zusammen-

fließen von zwei Tropfen zu einem einzigen nimmt die Größe der Oberfläche und folglich auch die Oberflächenenergie ab; daraus erklärt sich das Bestreben kleiner Tropfen, zu größeren zusammenzufließen.

Das Wesen der Oberflächenenergie ist leicht zu verstehen, wenn man berücksichtigt, daß die Kräfte zwischen den Teilchen nur in sehr geringer Entfernung wirken — praktisch nur zwischen benachbarten Teilchen. Hieraus folgt, daß in einem Flüssigkeitstropfen die Energie der Bindung eines beliebigen Teilchens an alle anderen sich als die Summe seiner Bindungsenergie mit den nächsten Nachbarn ergibt. Bei Teilchen, die sich an der Oberfläche des Tropfens befinden und dementsprechend eine geringere Zahl von Nachbarn haben als die inneren Teilchen, muß die Bindungsenergie daher kleiner sein als bei den inneren Teilchen (ungefähr nur die Hälfte).

Da die Bindungsenergie einer Abnahme der potentiellen Energie des betrachteten Teilchens entspricht — bezogen auf die übrigen Teilchen bei Annäherung an diese — so müssen wir dieser potentiellen Energie, wenn wir sie in unendlich großer Entfernung gleich Null annehmen, bei endlichen Entfernungen einen negativen Wert zuschreiben. Die Teilchen an der Oberfläche besitzen hierbei, da es ihnen an benachbarten Teilchen fehlt, im Vergleich mit den Teilchen im Inneren eine überschüssige potentielle Energie. Der Gesamtwert der potentiellen Energie des Tropfens kann daher dargestellt werden als Summe einer negativen Größe, die der Gesamtzahl der Teilchen, aus denen er besteht, proportional ist, unabhängig von ihrer Lage im Innern oder an der Oberfläche des Tropfens, plus einer positiven Korrektion, die proportional der Zahl der Oberflächenteilchen ist. Diese Korrektion ist also die Oberflächenenergie der Flüssigkeit. Ihr Wert, bezogen auf die Einheit der Oberfläche, wird als Kapillaritätskonstante der Flüssigkeit oder als ihre Oberflächenspannung bezeichnet, da sie ein Maß für die Kraft ist, die danach strebt, die Oberfläche der Flüssigkeit zu verringern.

Die vorstehenden Überlegungen beziehen sich auf Tröpfchen von nicht zu geringer Größe. Im Fall einer Gesamtheit von zwei, drei und ganz allgemein einer sehr kleinen Zahl von miteinander verbundenen Teilchen verliert der Begriff der Oberfläche seinen Sinn. Die Abhängigkeit der Bindungsenergie von der Zahl der Teilchen (d. h. von der Größe des aus ihnen bestehenden Tröpfchens) kommt hierbei aber noch deutlicher heraus. Wenn wir zum Beispiel die Energie, die aufgewandt werden muß, um zwei Teilchen voneinander loszureißen, d. h. die Bindungsenergie eines der Teilchen in bezug auf das benachbarte mit W_1 bezeichnen, so ist im Fall von drei Teilchen, die sich gegenseitig berühren, die Bindungsenergie eines jeden von ihnen, in bezug auf die beiden anderen, offensichtlich gleich $2\,W_1$; für vier Teilchen, die ebenfalls in direkter Berührung miteinander stehen (tetraedrische Anordnung), ist diese Energie gleich $3\,W_1$. Wächst die Zahl A der Teilchen weiter, so nimmt die Bindungsenergie eines jeden neu angegliederten $(A+1)$-ten Teilchens allmählich langsamer zu, da sich nicht alle Teilchen gleichzeitig berühren können. In einem großen Flüssigkeitstropfen ist die Zahl der nächstgelegenen Nachbarn eines jeden Teilchens, das sich nicht an der Oberfläche befindet, bei der dichtesten Packung dieser Teilchen

(wenn man sie als kleine Kugeln von gleichem Radius betrachtet) gleich 12. Das heißt: Die Bindungsenergie, die auf ein Teilchen entfällt, erreicht einen Grenzwert $6\,W_1$, und der Gesamtwert der potentiellen Energie eines aus N-Teilchen bestehenden Tropfens kommt auf die Summe der negativen Volum-Energie $-6\,N\,W_1$ und die verhältnismäßig geringe positive Oberflächenenergie σS hinaus, wo σ die Oberflächenspannung der Flüssigkeit ist und S ihre Oberfläche.

Die Abhängigkeit der Bindungsenergie des $(A + 1)$-ten Teilchens, das an einen Flüssigkeitstropfen angegliedert wird, von der Tropfengröße (d. h. von A, der Ausgangszahl der Teilchen, aus denen er besteht) ist in Abbildung 22 graphisch dargestellt. Die ausgezogene Kurve der Abbildung 23 stellt die Abhängigkeit der potentiellen Energie des ganzen Tropfens von seiner Größe dar[1]). Diese

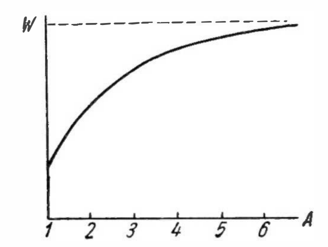


Abb. 22. Die Energie, die bei der Anlagerung des $(A + 1)$-ten Teilchens an einen aus A Teilchen bestehenden Tropfen einer gewöhnlichen Flüssigkeit frei wird, in Abhängigkeit von der Ausgangszahl A der Teilchen

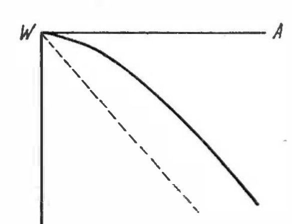


Abb. 23. Die potentielle Energie eines Tropfens einer gewöhnlichen Flüssigkeit in Abhängigkeit von der Zahl A der Teilchen, aus denen er besteht

potentielle Energie des Tropfens ist negativ; bei einer sehr großen Zahl von Teilchen nähert sich diese Kurve einer geraden Linie. Die parallel zu ihr durch den Koordinaten-Anfangspunkt gezogene Gerade gibt die Abhängigkeit der potentiellen Energie des Tropfens von seiner Größe wieder, wenn dabei die Oberflächeneffekte nicht berücksichtigt werden. Die Energieabnahme beim Zusammenfließen von zwei Flüssigkeitstropfen geht unmittelbar daraus hervor, daß die Ordinate eines beliebigen Punktes der Kurve von Abbildung 23 nach ihrem absoluten Betrag größer ist als die doppelte Ordinate des Punkts mit der halben Abszisse.

Da die Kernkräfte den molekularen Kohäsionskräften in gewissem Grade analog sind, müssen die Tröpfchen der Kernflüssigkeit Kapillareigenschaften besitzen ebenso wie die Tröpfchen einer gewöhnlichen Flüssigkeit (darauf beruht — nebenbei bemerkt — auch die Kugelform der Atomkerne). Hierbei muß die Oberflächenspannung der Kernflüssigkeit natürlich um ein vielfaches

[1]) Die Kurven der Abbildung 22 und 23 verhalten sich zueinander wie eine differentielle Kurve zur integralen Kurve (bei Änderung des Vorzeichens der Ordinaten der Kurve von Abbildung 22).

größer sein als die der gewöhnlichen Flüssigkeiten. Ihr Wert kann auf Grund folgender Überlegungen leicht abgeschätzt werden.

Das Produkt der Oberflächenspannung irgendeiner Flüssigkeit mit der Fläche, die ein Teilchen seiner Oberflächenschicht einnimmt, ist gleich dem Betrag der Oberflächenenergie, die auf ein derartiges Teilchen entfällt, d. h. gleich der Energie seiner Bindung an die anderen Teilchen oder — was dasselbe ist — seiner Verdampfungsenergie. Für die Kernflüssigkeit ist diese Energie ungefähr 10^6mal so groß wie bei den gewöhnlichen flüssigen Körpern, und der Abstand zwischen den benachbarten Teilchen beträgt ungefähr den 10^5ten Teil des Abstands zwischen benachbarten Atomen oder Molekülen, so daß die Fläche, die auf ein Teilchen entfällt, den 10^{10}ten Teil ausmacht. Hieraus folgt, daß die Oberflächenspannung bei den Kernen 10^{16}mal so groß sein muß wie bei den gewöhnlichen Flüssigkeiten, d. h., daß sie rund 10^{19} dyn auf 1 cm betragen muß. Zu dem gleichen Resultat führt eine direkte Bestimmung ihres absoluten Betrages. Die Bindungsenergie eines Kernteilchens entspricht ja $8^0/_{00}$ der Masse m des Wasserstoffatoms, d. h. etwa $8 \cdot 10^{-3}\, mc^2$, wo $c = 3 \cdot 10^{10}$ die Lichtgeschwindigkeit ist (in cm/sec). Dividieren wir diesen Ausdruck durch das Quadrat der Entfernung zwischen benachbarten Nukleonen

$$2r_0 = 3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

und denken wir daran, daß

$$m = \frac{1}{6 \cdot 10^{23}} = 1{,}67 \cdot 10^{-24}\,\text{g},$$

so erhalten wir angenähert

$$\sigma \simeq \frac{8 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{20}}{6 \cdot 10^{23} \cdot 9 \cdot 10^{-26}} \simeq 10^{20}\,\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}\,.$$

Diese Zahl vermittelt eine annähernde Vorstellung von der Kraft, mit der die kleinen Kerne bestrebt sein würden, zu größeren zusammenzufließen, wenn sie nicht gleichnamig geladen wären. Das Vorhandensein von elektrischen Ladungen, die annähernd proportional ihrem Volumen sind, ändert die Situation wesentlich, besonders bei den großen Kernen. Bei verhältnismäßig kleinen (aber nicht zu kleinen) Kernen beschränkt sich der Einfluß der elektrischen Abstoßungskräfte darauf, daß sie eine Annäherung dieser Kerne bis zu solchen Entfernungen verhindern, bei denen die Kernkräfte zur Wirkung kommen. Bei der Überwindung der elektrischen Abstoßung, z. B. durch die kinetische Energie der Kerne bei ihrer Bewegung gegeneinander, können solche Kerne, wenn sie sich bis auf eine Entfernung von ungefähr 10^{-12} cm nähern, trotzdem miteinander zusammenfließen. Wir wollen jetzt zeigen, daß bei der Annäherung genügend schwerer Kerne, die große elektrische Ladungen besitzen, ein derartiges Zusammenfließen nicht stattfinden kann, da die Energie dabei nicht abnehmen, sondern zunehmen würde. Unter solchen Bedingungen muß an Stelle der Tendenz zum Zusammenfließen kleiner und schwach geladener Kerne zu großen die entgegengesetzte Tendenz auftreten — die Tendenz zur Spaltung eines schweren und stark geladenen Kerns in leichtere Kerne.

Um die kritischen Abmessungen der Kerne zu finden, bei denen sie sich spontan in zwei Tochterkerne spalten können, genügt es, die Kurven der Abbildungen 22 und 23 zu korrigieren, indem man die Abnahme der Bindungsenergie in Betracht zieht, die durch den Einfluß der elektrischen Ladung hervorgerufen wird (d. h. durch die elektrischen Abstoßungskräfte, die von dieser Ladung abhängen), und die Kurven nach der Seite der großen Werte von A zu verlängern. Wir erhalten hierbei die in Abbildung 24 und 25 dargestellten

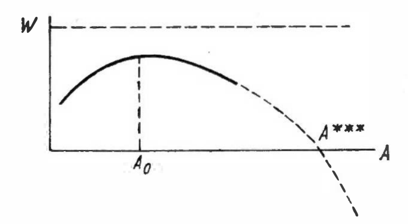


Abb. 24. Dasselbe wie in Abb. 22; aber für die Kernflüssigkeit unter Berücksichtigung des Einflusses, den die elektrische Ladung der Protonen ausübt

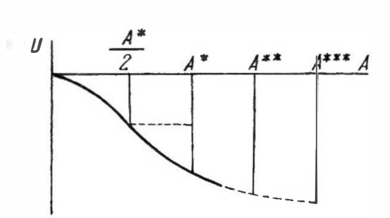


Abb. 25. Dasselbe wie in Abb. 23; aber für die Kernflüssigkeit

Kurven. Die erste dieser Kurven (Abb. 24) erreicht bei einem gewissen Wert $A = A_0$ ein Maximum, das etwas niedriger liegt als der Grenzwert der Kurve in Abbildung 22. Die zweite Kurve ändert bei diesem Wert A_0 das Vorzeichen ihrer Krümmung, d. h., sie hat einen Wendepunkt: er entspricht dem Übergang von einer schnelleren zu einer langsameren Abnahme des algebraischen Wertes der Gesamtenergie mit weiter zunehmendem A. Bei einem etwas größeren Wert $A = A^*$, der die Bedingung

$$U(A^*) = 2\,U\left(\frac{A^*}{2}\right)$$

erfüllt, wird die Stabilitätsgrenze der Kerne in bezug auf die „elektrokapillare Spaltung" erreicht; Kerne mit größeren Abmessungen als dieser kritische Wert können sich spontan spalten, da die hierbei stattfindende Zunahme der Oberflächenenergie durch die Abnahme der potentiellen Energie der elektrischen Kräfte reichlich kompensiert wird.

Solange dieser Überschuß klein bleibt, äußert sich die Tendenz des Ausgangskerns, sich zu spalten, nur sehr schwach, wenn man als Maß für diese Tendenz die kinetische Energie betrachtet, mit der die Tochterkerne auseinanderfliegen (bei $A = A^*$ ist diese kinetische Energie gleich Null). Dies hängt damit zusammen, daß die Spaltung des Ausgangskerns dadurch zustande kommt, daß er sich allmählich lang streckt, wie es Abbildung 26 zeigt; dabei wirken der elektrischen Abstoßung lange Zeit die Kern-Anziehungskräfte entgegen, die durch die Einschnürung hindurchwirken, die die beiden Hälften des sich spaltenden Kerns verbindet. Hierbei durchläuft seine Energie als Funktion der Verlänge-

rung ganz allgemein ein gewisses Maximum, wie es Abbildung 27 für eine Reihe verschiedener Werte von A zeigt, die gleich oder größer als A^* sind. Mit zunehmendem A nimmt die Höhe dieses Maximums allmählich ab und verschiebt sich dabei nach links, d. h. nach der Seite der geringeren Verlängerungen, zugleich wächst die kinetische Energie, mit der die Spaltprodukte des Kerns auseinanderfliegen.

Bei einem bestimmten Wert von A, den wir mit A^{**} bezeichnen, verschwindet der Potentialwall, der die Spaltung des Kerns erschwert, vollständig, so daß

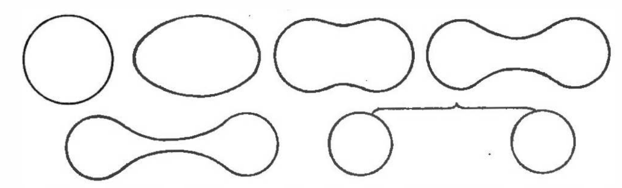


Abb. 26. Aufeinanderfolgende Stadien der Spaltung eines Flüssigkeitstropfens in zwei annähernd gleiche Tropfen

Kerne von diesen und größeren Abmessungen in bezug auf die Spaltung absolut instabil werden, während sie im Intervall zwischen A^* und A^{**} metastabil sind.

Wir bemerken noch, daß eine solche Metastabilität — sie hängt mit der Notwendigkeit zusammen, zur Realisierung einer Reihe von Zwischenzuständen vorher eine gewisse Energie aufzuwenden, die nach Durchlaufen dieser Zustände mit einem mehr oder weniger großen Überschuß wieder zurückgegeben wird — bei einer großen Zahl von chemischen und physikalischen Vorgängen vorkommt. So beginnt z. B. jede chemische Reaktion mit einer teilweisen Zerlegung der Ausgangsmoleküle in Atome und endet mit der Verbindung der Atome zu neuen Molekülen. Unabhängig davon, ob das Endergebnis energetisch vorteilhaft ist, d. h. davon, ob die Energiebilanz der Reaktion positiv oder negativ ist, erfordert die Reaktion also immer einen vorherigen Aufwand von Energie, der als Aktivierungs-

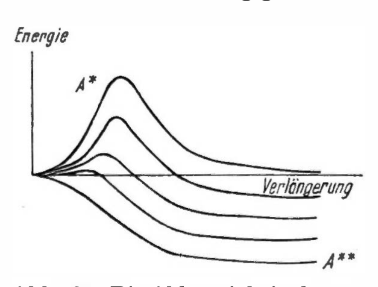


Abb. 27. Die Abhängigkeit der potentiellen Energie eines sich spaltenden Tropfens von seiner Verlängerung für verschiedene Werte des Atomgewichts innerhalb der Grenzen von A^* (Reaktionsenergie gleich Null) bis A^{**} (Aktivierungsenergie gleich Null)

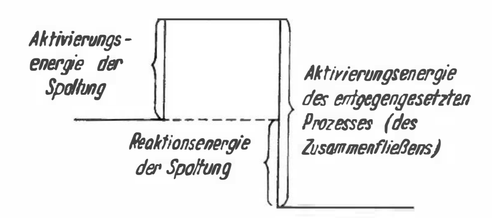


Abb. 28. Schematische Darstellung der Energieverhältnisse bei der Spaltung eines Tropfens (anwendbar auf gewöhnliche chemische Reaktionen)

energie des betreffenden Prozesses bezeichnet wird. Die Aktivierungsenergie des entgegengesetzten Prozesses setzt sich zusammen aus der Aktivierungsenergie des direkten Prozesses und der Energie, die bei der betrachteten Reaktion entwickelt oder verbraucht wird. Diese Verhältnisse werden in bezug auf die Kernspaltung im Gebiet zwischen A^* und A^{**} durch das schematische Diagramm der Abbildung 28 veranschaulicht. In Abbildung 24 und 25 sind die Grenzabmessungen der Kerne, bei denen sie die Stabilität in bezug auf die Verdampfung einzelner Nukleonen verlieren müßten, mit dem Buchstaben A^{***} bezeichnet. Tatsächlich können derartige Kerne nicht existieren, da sie sich in kleinere Kerne spalten würden, bevor sie diese Abmessungen erreicht haben.

2. Die quantitative Theorie der elektrokapillaren Spaltung schwerer Kerne

Wegen seiner großen prinzipiellen und praktischen Bedeutung wollen wir das Problem der Spaltung schwerer Kerne etwas eingehender vom quantitativen Standpunkt aus behandeln[1]).

Wir erörtern vor allem die Frage der Energiebilanz des Spaltungsprozesses, d. h. die Größe der Energie, die bei der Spaltung eines Ausgangskerns vom Atomgewicht A in zwei gleiche Tochterkerne frei wird. Wir bezeichnen den Radius des Ausgangskerns mit R und seine Ladung mit Ze (Z ist die Zahl der Protonen); unter der Voraussetzung, daß die Ladung gleichmäßig über das ganze Volumen des Kerns verteilt ist, können wir die Energie des Kerns vor der Spaltung in folgender Form darstellen

$$W = 4\pi R^2 \sigma + \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R},$$

wo σ die Oberflächenspannung ist.

Analog wird die Energie der Spaltprodukte durch die Formel

$$2\,W_1 = 2\left[4\,\pi R_1^2 \sigma + \frac{3}{5}\frac{(Ze/2)^2}{R_1}\right]$$

dargestellt, wo R_1 der Radius der Tochterkerne ist, der durch die Bedingung bestimmt ist, daß das Volumen bei der Spaltung unverändert bleibt:

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt[3]{2}}.$$

Die Differenz der beiden vorstehenden Ausdrücke ist gleich der Energie, die bei symmetrischer Spaltung des Ausgangskerns in Form der kinetischen Energie seiner Bruchstücke frei wird. Diese Energie ist also gleich:

$$E = 4\pi R^2 \sigma\left(1 - \frac{2}{\sqrt[3]{4}}\right) + \frac{3}{5}\frac{Z^2 e^2}{R}\left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right).$$

---

[1]) Die im folgenden dargestellte Theorie wurde Anfang 1939 zuerst vom Verf. formuliert. ЖЭТФ (J. exp. theoret. Physik.), **9**, 641, 1939; etwas später wurde die weiter ausgearbeitete Theorie von BOHR und WHEELER vorgelegt (Phys. Rev., **56**, 426, 1939).

Das erste Glied dieses Ausdrucks hat negatives Vorzeichen $\left(\sqrt[3]{2} \approx 1{,}25;\ 1 - \frac{2}{\sqrt[3]{4}} = 1 - \sqrt[3]{2} \approx -0{,}25\right)$, so daß die Oberflächenenergie bei der Spaltung zunimmt, und das zweite Glied hat positives Vorzeichen, so daß die elektrische Energie hierbei abnimmt. Der kritische Wert $A = A^*$ bestimmt sich aus der Bedingung $E = 0$, die zu folgender Beziehung führt:

$$\frac{3}{5}\,\frac{Z^2e^2}{4\pi R^3\sigma} = 2\,\frac{\sqrt[3]{2}-1}{2-\sqrt[3]{2}} \approx \frac{2}{3}\,.$$

Wir bemerken, daß die linke Seite dieser Gleichung gleich dem Verhältnis der elektrischen Energie des Ausgangskerns $\frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{R}$ zu seiner Oberflächenenergie $4\pi R^2\sigma$ ist. Das erhaltene Resultat hat also physikalisch den Sinn, daß für $A = A^*$ die elektrische Energie des Kerns (annähernd) zwei Drittel der Kapillarenergie (Oberflächenenergie) beträgt.

Da das Volumen der Kerne $\frac{4\pi}{3}R^3$ proportional ihrem Gewicht A ist (siehe Kap. III, Abschn. 1, S. 65), können wir setzen $R^3 = r_0^3 A$, wo $r_0 = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm ist. ($2r_0$ ist der mittlere Abstand zwischen benachbarten Nukleonen.) Ohne großen Fehler kann man Z durch $\frac{A}{2}$ ersetzen. Setzen wir ferner $e = 5 \cdot 10^{-10}$ und $\sigma = 10^{20}$, so erhalten wir:

$$A^* = 75\,.$$

Obwohl dieser Wert nur eine grobe Annäherung ist (wegen der Ungenauigkeit in dem Zahlenwert der Größen r_0 und σ und weil wir Z durch $\frac{A}{2}$ ersetzt haben), gibt er nichtsdestoweniger die Tatsache richtig wieder, daß die Instabilität oder richtiger die Metastabilität der Kerne hinsichtlich der elektrokapillaren Spaltung ziemlich früh beginnt — im Gebiet nicht sehr schwerer Kerne. Infolge des großen Werts der Aktivierungsenergie, die zur Spaltung dieser Kerne erforderlich ist, tritt sie bei den Versuchen aber nicht in Erscheinung.

Die Berechnung der Aktivierungsenergie ist ein sehr schwieriges Problem, das bis jetzt auch noch nicht angenähert gelöst werden konnte, mit Ausnahme des Grenzfalls, daß sie gleich Null ist. Der entsprechende Grenzwert $A = A^{**}$ kann berechnet werden, indem man von der Betrachtung der kapillaren Schwingungen eines geladenen Kernflüssigkeits-Tropfens um seine Gleichgewichtsform — die Kugelform — ausgeht. Es zeigt sich nämlich, daß die Frequenz der Grundschwingung, bei der sich der Tropfen bald in irgendeiner Richtung ausdehnt (und sich dabei in ein gestrecktes Rotationsellipsoid verwandelt), bald in dieser Richtung wieder zusammenzieht (und dabei in ein abgeplattetes Ellipsoid übergeht), in diesem Fall gleich Null wird. Die Berechnung, die 1939 vom Verfasser ausgeführt wurde, zeigt: Der Grenzfall tritt dann ein, wenn die

elektrische Energie des Kerns genau doppelt so groß ist wie die kapillare Energie[1]).

Der im vorstehenden für A^* gefundene Wert ist, verglichen mit dem wahren Wert, wahrscheinlich etwas zu klein, und zwar weil wir bei den vorstehenden Berechnungen zur Vereinfachung angenommen haben $Z = \frac{A}{2}$, weil wir also die Zahl der Protonen und der Neutronen im Kern als gleich groß angenommen haben. (Außerdem haben wir auch noch eine Reihe anderer etwas grober Annäherungen verwendet.) In Wirklichkeit wächst der Anteil der Neutronen im Kern mit zunehmendem A, so daß bei der Spaltung eines Ausgangskerns, für den dieser Anteil den normalen Wert hat, in zwei ganz gleiche Kerne, der Neutronenanteil in diesen beiden Kernen gegenüber der Norm vergrößert ist; dies entspricht einer Erhöhung der Energie dieser Kerne, verglichen mit den Kernen der stabilen Atome von gleichem Gewicht. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes muß die Energie E etwas herabgesetzt oder aber der Wert A^*, bei dem sie gleich Null wird, erhöht werden.

---

[1]) Dieses Ergebnis kann man angenähert erhalten, wenn man die elektrischen Abstoßungskräfte zwischen zwei Hälften eines Kerns und die Kräfte der Oberflächenspannung längs des Äquators, welcher die beiden Hälften verbindet, miteinander vergleicht. Die Oberflächenspannung ist gleich $2\pi R\sigma$. Was die Abstoßungskraft betrifft, so kann man diese angenähert in der Form $\frac{(Ze/2)^2}{R^2}$ darstellen, wenn man annimmt, daß die Ladungen der beiden Hälften in der Entfernung R voneinander konzentriert sind. Setzen wir die beiden Kräfte einander gleich, so erhalten wir folgende Beziehung für die Stabilitätsgrenze (bei der die Kernspaltung ohne Aktivierungsenergie vor sich geht):

$$2\pi R\sigma = \frac{(Ze/2)^2}{R^2}\,.$$

Hieraus folgt:

$$4\pi\sigma R^2 = \frac{1}{2}\,\frac{(Ze)^2}{R}\,,$$

d. h., die Oberflächenenergie ist gleich $^5/_6$ der elektrischen Energie. Dieses Ergebnis erklärt sich aus der Ungenauigkeit bei der Bestimmung der „Schwerpunkte" der Ladungen beider Hälften des Tropfens.

Die vorstehende Gleichung kann in der Form

$$\frac{Z^2}{R^3} = \frac{8\pi\sigma}{e^2}\,,$$

geschrieben werden oder, da $R^3 = r_0^3 A$ ist,

$$\frac{Z^2}{A} = \frac{8\pi\sigma r_0^3}{e^2}\,.$$

Setzen wir in diesen Ausdruck die früher von uns angenommenen Werte für die Größen σ, r_0 und e ein, so erhalten wir für den kritischen Wert der Konstanten, die das Vermögen des Kerns, sich spontan zu spalten, kennzeichnet, den Wert

$$\frac{Z^2}{A} \approx 30,$$

dies entspricht dem Uran ($Z = 92$, $A = 240$).

Wir bemerken, daß das Verhältnis dieser Energien annähernd proportional A ist, und kommen zu dem Schluß, daß das Verhältnis von A^{**} zu A^* gleich dem Verhältnis von 2 zu $^2/_3$ ist, also gleich 3. Unter Verwendung des oben gefundenen Wertes von (75) für A^* ergibt sich für A^{**} ein Wert von ungefähr 230.

Die kinetische Energie, mit der die Spaltprodukte schwerer Kerne für $A > A^*$ auseinanderfliegen müssen, ist leicht zu berechnen. Es ist bequemer, die vorstehend für E abgeleitete Gleichung in der Form

$$E = 4\pi R^2 \sigma \left[\gamma \left(1 - \frac{\sqrt[3]{2}}{2}\right) - \sqrt[3]{2} + 1\right] = 0{,}37 \cdot 4\pi R^2 \left(\gamma - \frac{2}{3}\right)$$

zu schreiben, wo γ das Verhältnis der elektrischen Energie zur kapillaren Energie ist.

Nehmen wir insbesondere an $\gamma = 2$ und $A = 230$, so erhalten wir $E \approx 5 \cdot 10^{-4}$ erg; das entspricht nach der Gleichung $E = \frac{eV}{300}$ (wo V das Potential in Volt ist, das erforderlich ist, um einem Teilchen mit der Ladung $e = 5 \cdot 10^{-10}$ die Energie E mitzuteilen) ungefähr 300 MeV. Angenähert kann diese Energie ganz elementar berechnet werden, wenn wir sie gleich der Energie der COULOMBschen Abstoßungskräfte zwischen den beiden Tochterkernen im Augenblick ihrer Entstehung setzen, unter der Annahme, daß ihre Schwerpunkte hierbei um die Strecke R voneinander entfernt sind.

Wir erhalten also

$$E = \left(\frac{Z}{2}\right)^2 \frac{e^2}{R}$$

für $Z = 92$ und $R = 10^{-12}$ cm (Uran) also $E = 5{,}3 \cdot 10^{-4}$ erg oder 330 MeV. In Wirklichkeit muß diese Energie infolge der Energie der Anziehungskräfte ungefähr auf die Hälfte verringert werden.

3. Die experimentellen Ergebnisse über die künstliche Spaltung des Urans

Die künstliche Spaltung des Urans unter dem Einfluß langsamer Neutronen wurde 1939 von HAHN und STRASSMANN experimentell entdeckt. Hierbei zeigte sich, daß die Bruchstücke des Urans mit einer kinetischen Gesamtenergie von ungefähr 160 MeV auseinanderfliegen (dies entspricht einer Geschwindigkeit von rund $^1/_{20}$ der Lichtgeschwindigkeit). Diese Zahl stimmt der Größenordnung nach mit dem im vorstehenden gefundenen theoretischen Wert überein; das ist eine gute Bestätigung der vorstehend dargestellten Theorie. Auf einer Reihe von Photographien gelang es mit Hilfe einer WILSON-Kammer, die ein Uranpräparat enthielt, die Spuren der beiden auseinanderfliegenden Tochterkerne aufzufinden; diese Spuren unterscheiden sich von denen, die durch leichte Kerne hervorgerufen werden, durch eine große Ionisationsdichte; dies hängt mit dem großen Wert der Kernladungen und dem infolgedessen starken Ionisierungsvermögen zusammen. Es zeigte sich übrigens, daß die Wirklichkeit etwas komplizierter ist als das theoretische Schema[1]).

[1] Insbesondere infolge der stufenweisen Abnahme der Ladungen der Tochterkerne und ihrer Asymmetrie. In der letzten Zeit gelang es, die Spaltung des Urans in drei und sogar in vier Teilchen zu beobachten. Solche „Mehrfach"spaltungen sind übrigens nur sehr selten zu beobachten. Das dritte und vierte „Bruchstück" ist gewöhnlich ein Alpha-Teilchen (*Anm. d. Red.*).

Bei den beschriebenen Versuchen fand die Spaltung des Urans nicht spontan statt, sondern unter dem Einfluß der Beschießung von Urankernen durch langsame Neutronen. Die in dieser Hinsicht größere Wirksamkeit der langsamen Neutronen, verglichen mit schnellen Neutronen, spricht dafür, daß die Spaltung der Kerne, mit denen sie zusammenstoßen, nicht auf dem von ihnen hervorgerufenen Stoß beruht, sondern auf der Energieentwicklung beim Einfang des Neutrons, d. h. bei seiner Vereinigung mit dem Ausgangskern zu einem schwereren Isotopenkern. Unter diesen Verhältnissen ist eine Zunahme der Geschwindigkeit des Neutrons relativ zum Ausgangskern ungünstig, da sie nur zu einer Verringerung seiner Einfangwahrscheinlichkeit führt. (Diese Wahrscheinlichkeit ist für langsame Neutronen proportional der Dauer des Zusammenstoßes, also umgekehrt proportional der Neutronengeschwindigkeit.) Die Tatsache, daß sich der entstehende zusammengesetzte Kern praktisch momentan spaltet, erklärt sich nicht aus seiner im Vergleich zu dem Ausgangskern größeren Instabilität, sondern aus seiner Anregungsenergie, die gleich der Kondensationsenergie des Neutrons ist. (Diese beträgt ungefähr 5 MeV; bei schnellen Neutronen muß man hierzu auch noch deren kinetische Ausgangsenergie hinzufügen.)

Ferner fand man, daß sich beim Einfang langsamer Neutronen nur das leichte Uranisotop mit dem Atomgewicht 235 (das sogenannte Aktinouran) spaltet. Genauer: es spaltet sich hierbei nicht der Kern dieses natürlichen Isotops, sondern der Kern des künstlichen Isotops 236, der beim Einfang eines Neutrons aus ihm entsteht; was das schwere Isotop mit dem Atomgewicht 238 betrifft, so kann es nur durch den Beschuß mit Neutronen sehr großer kinetischer Energie von etwa 1 MeV gespalten werden; bei langsameren Neutronen beschränkt sich das Ganze auf den Einfang der Neutronen; dabei spaltet sich das entstehende „überschwere" Uranisotop mit dem Atomgewicht 239 nicht, sondern erfährt zwei aufeinanderfolgende Beta-Umwandlungen, die zur Bildung des Transurans Plutonium führen (s. im nachstehenden).

Die Spaltprodukte des Urans (genauer: des U^{236}) zeigen starke Radioaktivität, die sich in der Emission von schnellen Elektronen (in Form von Beta-Strahlen) äußert und mit der Umwandlung überzähliger Neutronen in Protonen zusammenhängt. Dies erklärt sich daraus, daß das normale Verhältnis der Neutronenzahl zur Protonenzahl, das dem stabilen Zustand des Kerns entspricht, mit abnehmendem Atomgewicht kleiner wird und sich dabei dem Wert 1 nähern muß. Wenn für das Uran mit dem Atomgewicht 236 das Verhältnis Neutronenzahl (144) zur Protonenzahl (92) normal ist, so ist es für die beiden annähernd gleichen Kerne, die bei seiner Spaltung entstehen, stark erhöht. In der Tat ist das (hinsichtlich der Proton-Neutron-Umwandlungen) stabile Element mit dem Atomgewicht 236:2, also 118, eines der Zinn-Isotope, dessen Kern 50 Protonen und 68 Neutronen enthält, während jeder der beiden gleichen Kernflüssigkeits-Tropfen, in die sich der Urankern 236 spalten könnte, aus 46 Protonen und 72 Neutronen bestehen müßte. Diese Tröpfchen würden also instabile schwere Palladium-Isotope sein, die sich allmählich in stabilere Kerne umwandeln

müßten — zuerst in Silber ($Z = 47$), dann in Kadmium ($Z = 48$), Indium ($Z = 49$) und schließlich in Zinn ($Z = 50$). Jede der genannten Umwandlungen ist mit der Emission eines Elektrons (und eines Neutrinos) verknüpft, so daß die Ausgangsatome und die Zwischenatome betaradioaktiv sind.

Gerade dieser Umstand erlaubte, die Produkte der Uranspaltung trotz ihrer winzigen Menge (die der Zahl der eingefangenen Neutronen entspricht) aufzufinden und auf diesem etwas indirekten Wege nicht nur die Tatsache der Uranspaltung selbst festzustellen, sondern auch die Natur der Produkte dieser Spaltung zu klären. Hierzu wird die Tatsache benutzt, daß sich isotope Elemente, unabhängig von ihrem Gewicht und ihren radioaktiven Eigenschaften, an den verschiedenen chemischen Reaktionen und physikalischen Vorgängen (Lösungen, Fällungen usw.) gemeinsam in einem konstanten Verhältnis beteiligen. Um die chemische Natur irgendeines radioaktiven Elementes X festzustellen, das nicht in einer Menge gewonnen werden kann, die zu einer gewöhnlichen chemischen Analyse ausreicht, setzt man ihm daher eine Reihe von chemischen Verbindungen hinzu, in denen das instabile Element durch ein stabiles Isotop ersetzt ist. Wenn dieses richtig gewählt ist, so werden die Atome dieses stabilen Elements, das der betrachteten Verbindung angehört, im Laufe der Zeit in dem Verhältnis, das der relativen Menge des radioaktiven Isotops in dem Gemisch oder in der Lösung entspricht, durch die Atome seines radioaktiven Isotops ersetzt. Auf diese Weise wird ein Teil der eingeführten nichtradioaktiven Moleküle durch radioaktive Moleküle von derselben Art ersetzt. Diese radioaktiven Moleküle können dann durch ihre Radioaktivität leicht verfolgt werden (am einfachsten mit Hilfe von Elektronenzählern). Auf diesem Wege ist es möglich, das in ihnen enthaltene unbekannte Element X in chemischer Hinsicht mit dem damit vertauschten stabilen Isotop zu identifizieren und dadurch seine Ordnungszahl, d. h. die Zahl der Protonen im Kern, festzustellen.

Die Verwendung dieser Methodik zur Untersuchung betaradioaktiver Elemente von beliebigem Ursprung hat gezeigt, daß die Spaltung des Urans nicht symmetrisch und nicht eindeutig vor sich geht. Die Spaltprodukte haben nämlich verschiedene Atomgewichte, die sich im Durchschnitt wie 2:3 zueinander verhalten und in ziemlich weiten Grenzen (von etwa 30 Einheiten) variieren.

Hieraus wird klar, daß der Spaltungsprozeß der Uranisotope statistischen Charakter hat, der offensichtlich durch irgendwelche Fluktuationen in der Verteilung der zusätzlichen Energie dieses Kerns auf die verschiedenen Typen seiner Schwingungsbewegung bedingt ist. In dem Augenblick, wo sich die Bruchstücke des U-Kerns voneinander entfernen, haben sie eine Form, die erheblich von der Kugelgestalt abweicht, d. h., sie besitzen, entsprechend der überschüssigen Größe ihrer Oberfläche, überschüssige Oberflächenenergie. Wenn man annimmt, daß diese 10% größer ist als der Minimalwert, den sie für die Kugel hat, so ist die zusätzliche Energie der beiden Bruchstücke ungefähr gleich 30 MeV. Diese Energie führt, wenn sie sich in Schwingungsenergie eines jeden Bruchstücks umwandelt, zu einer sehr starken Erwärmung, die die Verdampfung der

ohnehin schon verhältnismäßig schwach gebundenen Neutronen erleichtert (s. im nachstehenden).

Die Beseitigung der überzähligen Neutronen in den Tochterkernen geschieht — wie JOLIOT-CURIE u. a. nachgewiesen haben — nicht nur durch ihre nachfolgende Umwandlung in Protonen (unter Emission von Elektronen und Neutrinos), sondern vor allen Dingen auch durch Emission von mehreren (2 bis 3) Neutronen. (Diese Emission findet zum Teil momentan statt, zum Teil mit einer gewissen Verzögerung.) Die verzögerten Neutronen fliegen nicht aus dem Ausgangskern hinaus, sondern aus seinen Spaltprodukten, in denen die „überzähligen" Neutronen verhältnismäßig nur schwach gebunden sind.

Die Emission der sekundären Neutronen bei der Spaltung des Urankerns unter der Einwirkung eines primären, von außen her von ihm eingefangenen Neutrons ist von außerordentlich großer praktischer Bedeutung. Sie eröffnet nämlich die Möglichkeit einer Spaltung des Urans *praktisch ohne jeden Aufwand von Aktivierungsenergie*, und zwar nicht im winzig kleinen Laboratoriumsmaßstab (bedingt durch die geringe Zahl primärer Neutronen und die Notwendigkeit, Energie aufzuwenden, um sie aus den Kernen frei zu setzen), sondern im industriellen Maßstab. Dieses Resultat kann erreicht werden, indem man die sekundären Neutronen, die bei der Spaltung eines Kerns emittiert werden, als primäre Neutronen zur Spaltung anderer Kerne verwendet. Da für jedes eingefangene primäre Neutron 2 bis 3 sekundäre Neutronen entstehen, muß der Vermehrungsprozeß der freien Neutronen und der ihn begleitende Spaltungsprozeß der Urankerne unter diesen Umständen, wie es scheint, in geometrischer Progression beschleunigt werden. In Wirklichkeit ist die Situation aus zwei Gründen weniger günstig: Erstens, weil das (schwere) Hauptisotop des Urans, das selbst an der Spaltung nicht beteiligt ist, die auftreffenden Neutronen einfängt, besonders solche, deren Energie nahezu 25 eV beträgt (Resonanzeinfang); zweitens, weil die schnellen sekundären Neutronen beim Zusammenstoß mit einem Kern des leichten Uranisotops von ihm im Vergleich zu den langsamen Neutronen verhältnismäßig nur selten eingefangen werden und zu einem erheblichen Teil nach außen fliegen; diese Tatsache spielt bei kleinen Uranmengen eine besonders wichtige Rolle.

Um eine Explosion des Urans durch Entwicklung einer Neutronenlawine hervorzurufen („Kettenexplosion"), muß man also das leichte Uranisotop isolieren und in mehr oder weniger reiner Form aus dem schweren Isotop — das schädlicher Ballast ist — ausscheiden, d. h., man muß das Gemisch anreichern und das leichte Isotop U^{235} dann in genügend großer Menge sammeln, um den Einfluß des Fortfliegens der Neutronen zu verringern; außerdem ist es wünschenswert, irgendwelche Atome in das Uran einzuführen, die die Neutronen, ohne sie einzufangen, bei den elastischen Zusammenstößen schnell bremsen könnten[1]).

[1]) Übrigens ist zu bemerken, daß ein solches Bremsen der Neutronen nur bei der Ausnutzung der Kernenergie für industrielle Zwecke von Nutzen ist. Bei der Explosion einer Atombombe ist es aber unzweckmäßig, da die Explosion, wenn sie wirksam sein soll, im Laufe einer minimalen Zeitspanne erfolgen muß (in etwa 10^{-8} sec).

Derartige Atome sind in erster Linie die Atome des schweren Wasserstoffs und in etwas geringerem Grade die Atome des Berylliums und des Kohlenstoffs[1]).

4. Die spontane Spaltung und der Alpha-Zerfall der schweren Elemente

Die Frage der Stabilität irgendwelcher schwerer Kerne mit Beziehung auf die spontane Spaltung oder den Alpha-Zerfall kann im Prinzip rein experimentell gelöst werden, indem man entsprechend dem EINSTEINschen Gesetz der Äquivalenz von Masse und Energie die genauen Atomgewichte der betreffenden Elemente und ihrer Spaltungs- oder Zerfallsprodukte miteinander vergleicht.

Wenn man als Einheit des Atomgewichts $^1/_{16}$ der Masse des Sauerstoffatoms annimmt, so kann das genaue Atomgewicht eines jeden Isotops durch die Gleichung

$$A' = A(1 + f)$$

ausgedrückt werden; hierbei ist A eine ganze Zahl, die gleich der Summe der Zahl der Protonen und der Neutronen im Kern des betrachteten Elements ist (die sogenannte Massenzahl), und f ein echter Bruch, der gewöhnlich nicht größer ist als einige Zehntausendstel oder im äußersten Fall einige Tausendstel und der als „Packungsanteil" dieses Isotops bezeichnet wird. Der Packungsanteil, der gleich dem Verhältnis von $A' - A$ zu A ist, ist ein Charakteristikum für den Massendefekt des betreffenden Atoms, aber nicht mit Beziehung auf den Wasserstoff, d. h. praktisch auf das freie Proton oder Neutron, sondern in bezug auf die angenommene Masseneinheit m' (die ungefähr um $8^0/_{00}$ kleiner ist als die Masse des Protons).

Der Massendefekt des betreffenden Atoms, bezogen auf Wasserstoff, kann also (wenn wir den Unterschied zwischen der Masse des Protons und des Neutrons sowie die Masse des Elektrons vernachlässigen) durch die angenäherte Gleichung ausgedrückt werden:

$$\Delta = A'm' - Am \approx A\,(m' - m) + (A' - A)\,m = Am\left(\frac{m' - m}{m} + f\right).$$

Hier ist m die Masse des Nukleons; $\frac{m' - m}{m}$ ist eine negative Zahl, die annähernd gleich $-0{,}008$ ist, während f sowohl positive als auch negative Werte (von einigen Zehntausendsteln) annehmen kann.

Das Produkt $\Delta \cdot c^2$, wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet, ist nichts anderes als die potentielle Energie des betreffenden Atomkerns, die — nach den Überlegungen in Abschnitt 2, Kap. III — durch die Gleichung

$$U = -AW_0 + U'$$

ausgedrückt werden kann; hier ist W_0 die „Verdampfungs"energie eines Nukleons ohne Berücksichtigung der Korrektionen, die durch die Oberflächenenergie

---

[1]) Die Atome des gewöhnlichen (leichten) Wasserstoffs sind für diesen Zweck ungeeignet, da ihre Kerne — die Protonen — die Tendenz aufweisen, Neutronen einzufangen und dabei Kerne des schweren Wasserstoffs — Deuteronen — mit ihnen zu bilden.

und die elektrische Energie bedingt sind, und U' die Summe der beiden zuletzt genannten Energien, d. h.

$$4\pi R^2 \sigma + \frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{R}.$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem vorhergehenden, so sehen wir, daß

$$W_0 = (m - m')\,c^2 = 0{,}008\, m c^2$$

und

$$A m f c^2 = U',$$

d. h.

$$f = \frac{U'}{Amc^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma}{Amc^2} + \frac{3}{5}\frac{(Ze)^2}{Amc^2 R}.$$

Setzen wir hier

$$R^3 = r_0^3 A,$$

so erhalten wir

$$f = pA^{-\frac{1}{3}} + qZ^2 A^{-\frac{4}{3}},$$

wobei wir zur Abkürzung die Bezeichnungen

$$p = \frac{4\pi r_0^2 \sigma}{mc^2}, \qquad q = \frac{3}{5}\frac{e^2}{mc^2 r_0}$$

eingeführt haben. Für nicht zu schwere Atome kann man hierbei Z durch $A/2$ ersetzen; dies ergibt:

$$f = pA^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{4} q A^{\frac{2}{3}}.$$

Die Abhängigkeit des Packungsanteils f von A, die durch diese Gleichung oder richtiger durch die genauere Gleichung mit dem Mittelwert von Z für die stabilen Atome des betreffenden Gewichts A ausgedrückt wird, ist in Abbildung 29 durch die punktierte Kurve dargestellt, während die ausgezogene Kurve die experimentellen Werte von f wiedergibt. Die beiden Kurven haben ähnliche Form, die durch das Auftreten eines Minimums bei einem gewissen (verhältnismäßig kleinen) Wert des Atomgewichts $A = A_0$ gekennzeichnet ist.

Die theoretische Kurve wurde so gezogen, daß der entsprechende Wert von A mit dem experimentellen Wert für $A_0 \approx 60$ übereinstimmt. Hierzu muß man der Oberflächenspannung der Kernflüssigkeit einen Wert zuschreiben, der nahezu gleich dem Wert ist, den wir oben für $r_0 = 1{,}45 \cdot 10^{-13}$ cm abgeschätzt haben (10^{20} dyn/cm).

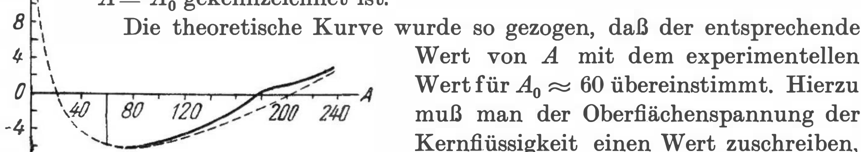


Abb. 29. Abhängigkeit des Packungsanteils der verschiedenen Elemente vom Atomgewicht. Die punktierte Linie ist die theoretische Kurve, die ausgezogene die experimentelle

Der zuletzt genannte Wert kann auch durch den direkten Vergleich des absoluten Wertes von f im Punkte $A = A_0$ mit dem theoretischen Wert bestimmt werden.

Zwischen der theoretischen und der experimentellen Kurve treten hierbei im Gebiet sehr kleiner Werte von A (unter 20) einerseits und sehr großer Werte

andererseits gewisse Abweichungen auf. Einige leichte Atome — z. B. schwerer Wasserstoff, Helium, Sauerstoff — fallen völlig aus der Kurve in Abbildung 29 heraus; das ist übrigens ganz natürlich, da der Begriff Oberfläche für die Kerne dieser Atome keinen genauen Sinn hat. Außerdem ist bei den leichten Atomen eine gewisse Periodizität in der Änderung von f mit A festzustellen, und zwar mit der Periode 4 (zwei Protonen plus zwei Neutronen), die mit zunehmendem Atomgewicht allmählich ausgeglichen wird.

Die wesentlichste Abweichung zwischen der theoretischen und der experimentellen Kurve im Bereich großer Werte von A bezieht sich auf die Elemente mit Atomgewichten zwischen 180 und 220 (vom Wolfram bis zum Blei), wo die Zunahme von f mit A vorübergehend verlangsamt wird. Die Ursache dieser Anomalie bleibt noch unklar.

An Hand der experimentellen Kurve $f(A)$ kann man das Gebiet der Instabilität der schweren Kerne feststellen, und zwar sowohl hinsichtlich der Spaltung in ungefähr gleiche Teile als auch mit Beziehung auf den Alpha-Zerfall. Für den Alpha-Zerfall läuft diese Bedingung auf die Ungleichung

$$A(1 + f_A) > (A - 4)(1 + f_{A-4}) + 4$$

hinaus, d. h. auf

$$f_A > f_{A-4}\left(1 - \frac{4}{A}\right),$$

die für die schwersten radioaktiven Elemente zutrifft (vom Uran bis zu einigen Wismutisotopen) sowie für das Samarium $_{60}Sm^{152}$, das ebenfalls durch seine schwache Alpha-Radioaktivität bekannt ist.

Im Jahre 1939, kurz nach Veröffentlichung der Arbeiten über die künstliche Spaltung des Urans unter dem Einfluß langsamer Neutronen, stellten die sowjetischen Physiker FLJOROW und PETRSHAK experimentell die Tatsache fest, daß die Spaltung der Urankerne auch ohne irgendwelche äußeren Einwirkungen ebenso spontan stattfindet wie die gewöhnlichen natürlichen mit der Emission von Alpha-, Beta- und Gamma-Strahlen verknüpften radioaktiven Vorgänge. Aber die Geschwindigkeit der spontanen Spaltung des Urans erwies sich als außerordentlich gering — sie ist bedeutend kleiner als bei allen früher bekannten radioaktiven Prozessen. So war z. B. schon lange bekannt, daß das Uran unter Emission von Alpha-Strahlen spontan zerfällt, und zwar so, daß im Laufe von 1 sec 1 Atom Uran von 10^{17} Atomen einen Alpha-Zerfall erfährt. Die Spaltung des Urans geht aber noch Millionen Male langsamer vor sich, d. h., in 1 sec spaltet sich 1 Uranatom von 10^{23} Atomen. Ungefähr mit derselben Geschwindigkeit geht auch die spontane Spaltung der Thoriumkerne vor sich. Bei den anderen leichteren Elementen war eine derartige Spaltung nicht zu beobachten, obwohl die energetischen Voraussetzungen hierfür gegeben sind, wie wir oben gesehen haben.

Die Spaltung des Urankerns ebenso wie die Spaltung der Kerne einer Reihe anderer, leichterer Elemente wird durch das Vorhandensein eines Potentialwalles erschwert, d. h. durch Zwischenzustände mit höherer potentieller Energie als der potentiellen Energie des Ausgangszustandes. Nach dem Gesetz von der

Erhaltung der Energie muß die Summe der potentiellen und der kinetischen Energie eines jeden mechanischen Systems bei seiner Bewegung unverändert bleiben. Hieraus folgt: Wenn sich das System im Ausgangszustand in Ruhe befand, kann es beim Vorhandensein eines Potentialwalles auch dann nicht in Bewegung geraten, wenn es nach Überwindung dieses Walles durch die Abnahme der potentiellen Energie im Endzustande gegenüber dem Anfangszustand eine sehr große kinetische Energie annehmen würde.

Diese — wie es scheint — offenkundige Folge aus den Fundamentalgesetzen der Mechanik wird aber durch die Erfahrung nicht immer bestätigt. In einer Reihe von Fällen, die mit der Bewegung von sehr leichten Teilchen — Elektronen und Atomkernen — zusammenhängen, ist sie offensichtlich verletzt. Derartige Teilchen sind, entgegen den Forderungen der gewöhnlichen Mechanik, imstande, Potentialwälle zu durchdringen, als ob sie die ihnen hierfür fehlende Energie irgendwoher nehmen, um sie sofort wieder zurückzugeben, nachdem sie den Wall überwunden und Gebiete erreicht haben, wo sie sich in der gewöhnlichen Weise mit positiver kinetischer Energie bewegen können. (Ohne eine derartige kurzfristige „Anleihe" müßte die kinetische Energie im Gebiet des Potentialwalles negative Werte annehmen.) Dieser Effekt, der mit den Welleneigenschaften der Materie zusammenhängt, wird als „Tunneleffekt" bezeichnet, da der Weg des Teilchens auf dem Energiediagramm sozusagen durch einen Tunnel dargestellt wird, den das Teilchen durch den Potential„berg" hindurchtreibt. (In Abbildung 30 stellen die Pfeile die kinetische Energie des Teilchens dar; ohne eine „Anleihe" ist sie außerhalb des Potentialwalles positiv und in seinem Innern negativ).

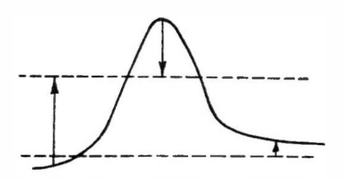


Abb. 30. Schema des Potentialwalles, den die Oberfläche eines zusammengesetzten Kerns einem Proton oder einem Alphateilchen gegenüber besitzt

Dieser Tunneleffekt kommt nicht immer oder richtiger: nicht sofort zustande. Ein Teilchen, das von allen Seiten durch einen Potentialwall abgeschlossen ist, stößt gewissermaßen viele Male gegen diesen Wall und strebt, hinter die Grenze des Walls zu entschlüpfen, wo es von nach außen gerichteten Kräften ergriffen wird. Wenn diese Kräfte groß genug sind, gelingt dies auch früher oder später. Die Wellentheorie der Materie bietet keine Möglichkeit, die Einzelheiten dieses Vorgangs zu verfolgen; sie gestattet aber, die Wahrscheinlichkeit dafür zu berechnen, daß er im Laufe einer bestimmten Zeit t stattfindet. Diese Wahrscheinlichkeit ist proportional der Länge dieses Zeitraums und kann ausgedrückt werden durch das Verhältnis von t zu einer gewissen Zeit τ, die als die mittlere Lebensdauer des betrachteten Teilchens in dem vom Potentialwall umgrenzten Gebiet bezeichnet wird. Die zu τ reziproke Größe wird als die Wahrscheinlichkeit für das Durchsickern des Teilchens durch den Potentialwall in der Zeiteinheit bezeichnet. Diese Wahrscheinlichkeit ist um so größer, je niedriger der Wall, d. h. je kleiner die Energie„anleihe" ist, die zum Überwinden des Walls er-

forderlich ist, und je schmaler er ist, d.h. je „kurzfristiger“ diese Anleihe ist. Mit zunehmender Höhe oder Breite des Walls nimmt die Wahrscheinlichkeit exponentiell ab. Bei einem vorgegebenen Wert der kinetischen Energie nimmt sie mit zunehmender Masse ebenfalls exponentiell ab; daraus erklärt sich, daß der Tunneleffekt für makroskopische Teilchen mit größerer Masse praktisch unmöglich ist (vgl. den folgenden Paragraphen).

Diese Gedanken wurden 1927 (von FOWLER und NORDHEIM) zum erstenmal zur Erklärung der sogenannten Kaltemission von Elektronen aus Metallen unter der Wirkung nach außen gerichteter elektrischer Kräfte verwendet und etwas später[1]) zur Erklärung des Alpha-Zerfalls, d. h. des spontanen Zerfalls der Kerne einiger radioaktiver Elemente, insbesondere des Urans und des Radiums, bei dem zugleich eine Emission von Heliumkernen mit einer kinetischen Energie von mehreren Millionen Elektronenvolt stattfindet. Der Mechanismus dieses Alpha-Zerfalls läuft auf denselben Tunneleffekt hinaus wie bei der Kaltemission von Elektronen, wobei die Alpha-Teilchen die Rolle der Elektronen spielen und das elektrische Feld, das diese nach außen ziehen will, durch die Protonen im Innern des schweren radioaktiven Kerns erzeugt wird. Der Potentialwall, der diesen Kern umgibt, ähnelt einem Festungswall und wird durch die in geringer Entfernung wirkenden Anziehungskräfte hervorgerufen, die in der Nähe des Kerns die elektrischen Abstoßungskräfte zwischen den Protonen und den Alpha-Teilchen (wenn diese vorhanden sind) übertreffen. Die im Vergleich zu den Elektronen größere Masse der Alpha-Teilchen erschwert ihnen das Durchdringen dieses Potentialwalls; die verhältnismäßig geringe Breite des Walles, die die Größenordnung des Kernradius hat (10^{-12} cm) — während die Breite des Walls beim Herausreißen von Elektronen aus einem negativ geladenen Metall eine Größenordnung von 10^{-8} cm und mehr hat —, ermöglicht ihnen aber das Durchdringen.

Die dargestellte Theorie ist nicht nur auf den Alpha-Zerfall anwendbar, sondern in einer etwas komplizierteren Form auch auf die elektrokapillare Spaltung zusammengesetzter Kerne. Es ist hervorzuheben, daß sie gestattet, die eigenartige Kinetik dieser Prozesse, d. h. den Charakter ihres zeitlichen Ablaufs, zu erklären. Diese Kinetik läuft — wie wir im vorstehenden schon sagten — auf das folgende einfache Gesetz hinaus: In der Zeiteinheit zerfällt ein in irgendeiner Weise bestimmter Bruchteil $\left(\frac{1}{T}\right)$ der Atome des Ausgangselements, so daß die Zahl der nicht zerfallenen Atome im Laufe der Zeit exponentiell abnimmt. Dieses einfache Gesetz ist vom Standpunkt der gewöhnlichen makroskopischen Mechanik aus überhaupt nicht zu erklären; denn für sie schließt das Vorhandensein eines wenn auch noch so kleinen Potentialwalles die Möglichkeit des Zerfalls (ohne Energiezufuhr von außen) völlig aus, während das Fehlen eines Walles zum momentanen Zerfall führen würde.

Der Alpha-Zerfall ist ein Vorgang, der der elektrokapillaren Spaltung in der Hinsicht analog ist, daß die Produkte dieses Zerfalls — „die Tochterkerne“ —

[1]) Von GAMOW und unabhängig von GURNEY und CONDON (*Anm. d. Übers.*).

ebenso wie die Produkte einer Spaltung zusammengesetzte Kerne sind. Der Unterschied zwischen den beiden Prozessen besteht nur darin, daß die „Tochterkerne“ bei der elektrokapillaren Spaltung annähernd gleiche Größe besitzen, während beim Alpha-Zerfall der eine von ihnen (der nicht ganz richtig als Umwandlungsprodukt des Ausgangskerns bezeichnet wird) im Vergleich zu dem anderen, d. h. dem Heliumkern, außerordentlich groß ist; infolgedessen fliegt der Heliumkern mit viel größerer kinetischer Energie davon als der erste (ganz analog, wie beim Rückstoß eines schweren Geschützes, das ein verhältnismäßig leichtes Geschoß abfeuert).

Es würde offenbar nicht richtig sein, wenn man sich vorstellte, daß der Ausgangskern vor seiner Spaltung aus den beiden ausgebildeten Kernen „besteht“, in die er sich später spaltet. Das bezieht sich in gleichem Maße sowohl auf die elektrokapillare Spaltung als auch auf den Alpha-Zerfall. Der Alpha-Zerfall kann daher nicht als Begründung für die (bis jetzt sehr weit verbreitete) Vorstellung gelten, daß in den zusammengesetzten Kernen die Protonen und Neutronen (in gleicher Anzahl) zu voneinander gesonderten Heliumkernen vereinigt seien, ähnlich wie die Atome verschiedener Art in chemisch zusammengesetzten Körpern zu gesonderten Molekülen verbunden sind. Letztgenanntes ist übrigens auch bei weitem nicht immer der Fall. So gibt es z. B. in festem oder geschmolzenem Kochsalz, das aus Natrium und Chlor besteht, keine gesonderten NaCl-Moleküle; die Natrium-Ionen und die Chlor-Ionen liegen im Raume so, daß jedes positive Ion (Natrium) von negativen Ionen (Chlor) umgeben ist und umgekehrt. Diese Tatsache hindert nicht im geringsten, daß Kochsalz-Dampf, der sich im Gleichgewicht mit einem Kristall oder einer Schmelze befindet, bei nicht zu hohen Temperaturen aus gesonderten NaCl-Molekülen besteht und daß sich infolgedessen beim Verdampfen von Kochsalz in festem und flüssigem Zustand nicht einzelne Ionen losreißen, sondern fertige Moleküle. Hieraus ist zu ersehen, daß die Bildung oder richtiger die Absonderung fertiger Moleküle bei dem Verdampfungsvorgang selbst stattfindet.

Analog muß man sich vorstellen, daß die Heliumkerne, die beim Alpha-Zerfall von zusammengesetzten Atomkernen davonfliegen, in diesen Kernen vor dem Zerfall nicht in fertiger Form existieren, sondern sich bei diesem Zerfall ebenso bilden wie die Tochterkerne bei der elektrokapillaren Spaltung. Der Unterschied zwischen dem Alpha-Zerfall eines zusammengesetzten Kernes und der Verdampfung eines Kochsalzkristalls (oder einer Kochsalzschmelze) besteht nur darin, daß die Verdampfungsenergie im ersten Fall negativ ist, so daß diese Verdampfung bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts stattfinden kann (wenn wir die Tatsache außer acht lassen, daß sich der Ausgangskern in einem angeregten Zustand befindet).

Im Zusammenhang damit ist daran zu erinnern, daß die Energie der Verdampfung *einzelner* Nukleonen auch bei den kompliziertesten Kernen, insbesondere beim Uran, einen ziemlichen hohen *positiven* Wert von nahezu 5 MeV behält. Daß die Verdampfungsenergie der Alpha-Teilchen hierbei negativ wird, ist leicht zu erklären, wenn wir beachten, daß die Bindungsenergie eines Nukleons

im Heliumkern 7 MeV beträgt. Die bei der Bildung eines Heliumkerns aus zwei Protonen und zwei Neutronen frei werdende Energie (etwa 30 MeV) reicht in einer Reihe von Fällen also dazu aus, um die Abtrennung dieses Kerns von einem schweren Kern zu ermöglichen und ihm sogar die für Alpha-Teilchen charakteristische hohe Geschwindigkeit zu erteilen. Dieser Vorgang ist ebenso wie die elektrokapillare Spaltung mit einer beträchtlichen Aktivierungsenergie verknüpft, d. h. mit der Überwindung eines Potentialwalles; hierdurch geht der Alpha-Zerfall beim Uran, dem Radium und einigen anderen radioaktiven Elementen nur sehr langsam vonstatten. Es ist durchaus möglich, daß dieser Typ der Radioaktivität im Prinzip für viele schwere Elemente mit $Z \geqslant 60$ charakteristisch ist[1]), bei denen er nur deshalb experimentell nicht zu beobachten ist, weil der hohe Potentialwall den Alpha-Zerfall behindert; daher neigen die Isotope dieser Elemente viel mehr zu einer Beta-Umwandlung, d. h. zur Umwandlung überzähliger Neutronen in Protonen unter Emission von schnellen Elektronen in Form von Beta-Strahlen (sowie direkt nicht zu erkennender Neutrinos).

In der letzten Zeit gelang es, eine Reihe von Kernen, die leichter sind als Uran, mit Hilfe von Deuteronen, Alpha-Teilchen, Photonen und Neutronen mit einer Energie von etwa hundert Mega-Elektronenvolt künstlich zu spalten.

5*. Die quantitative Theorie des Alpha-Zerfalls und ihre Anwendung auf die elektrokapillare Spaltung

Im Jahre 1929 wurde eine quantitative Theorie des Alpha-Zerfalls aufgestellt[2]), die auf der Vorstellung beruht, daß das Alpha-Teilchen im Kern in fertiger Form, d. h. als eines der Teilchen, die ihn zusammensetzen, enthalten ist und daß es durch den Potentialwall „durchsickern" kann, der von den Kern-Anziehungskräften und den Coulombschen Abstoßungskräften gebildet wird, und zwar nach der Methode des Tunneleffekts.

Für den eindimensionalen Wall kann die Wahrscheinlichkeit dieses Effekts nach der Gleichung

$$P \approx e^{-(4\pi/h)\int \sqrt{2m\,[U(x)-W]}\,dx} \qquad (1)$$

berechnet werden, wo das Integral über das Intervall zu erstrecken ist, in dem die potentielle Energie $U(x)$ größer ist als die Gesamtenergie W, d. h., in dem die kinetische Energie $W - U$ einen negativen Wert hat.

Für ein Alpha-Teilchen, das sich im Kern befindet, hat die Kurve der potentiellen Energie die in Abbildung 25 dargestellte Form. Hierbei hat die Potentialfunktion außerhalb des Kerns die Form

$$U(x) = (Z-2)\,\frac{2e^2}{x}\,,$$

wo x der Abstand des Alpha-Teilchens vom Zentrum des Kerns ist.

[1]) Vor ganz kurzer Zeit wurde diese Auffassung dadurch bestätigt, daß es gelang, auf künstlichem Wege alpha-radioaktive Isotope von Gd, Dy, Pt und Au herzustellen, bei denen die Wahrscheinlichkeit des Alpha-Zerfalls bedeutend geringer ist als die Wahrscheinlichkeit ihrer Umwandlung durch K-Einfang.

[2]) G. Gamow (*Anm. d. Übers.*).

Es ist leicht zu zeigen, daß in diesem Spezialfall die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Teilchen mit vorgegebener Gesamtenergie W von außen nach innen oder, was dasselbe ist, von innen nach außen (die Wahrscheinlichkeit P ist für beide Vorgänge die gleiche) hindurchdringen kann, selbst dann einen endlichen Wert behält, wenn sich das Feld der Coulomb-Kräfte bis zum Zentrum des Kerns erstreckt, obwohl die potentielle Energie des Alpha-Teilchens in diesem Punkte unendlich groß wird:

Wenn wir annehmen

$$U(x) = \frac{C}{x},$$

wo

$$C = (Z - 2)\, 2e^2,$$

so erhalten wir

$$\int_0^{x_0} \sqrt{U(x) - W}\, dx = \sqrt{W} \int_0^{x_0} \left(\frac{C}{W} \frac{1}{x} - 1\right)^{\frac{1}{2}} dx;$$

x_0 ist die Entfernung vom Kern, wo der Wall anfängt, d. h., wo $\frac{C}{W} \cdot \frac{1}{x}$ gleich 1 wird $\left(x_0 = \frac{C}{W}\right)$.

Führen wir die neue Veränderliche $\frac{W}{C}\, x = y^2$ ein, so erhalten wir weiter

$$\int_0^{x_0} \sqrt{U(x) - W}\, dx = \frac{2C}{\sqrt{W}} \int_0^1 \sqrt{1 - y^2}\, dy$$

oder, wenn wir $y = \sin\varphi$ setzen:

$$\int_0^1 \sqrt{1 - y^2}\, dy = \int_0^{\pi/2} \cos^2\varphi\, d\varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Das Ausgangsintegral ist also gleich $\frac{\pi C}{2\sqrt{W}}$ und die betrachtete Wahrscheinlichkeit infolgedessen

$$P = e^{-\frac{4\pi^2}{h}\sqrt{\frac{m}{2W}}\, C} \tag{2}$$

oder, da $\sqrt{\frac{2W}{m}} = v$ gleich der Geschwindigkeit des Alpha-Teilchens in unendlich großer Entfernung vom Kern ist (wo $U = 0$) und $C = (Z - 2)\, 2e^2$,

$$P = e^{-\frac{8\pi^2 e^2 (Z-2)}{hv}}. \tag{2a}$$

Wenn das Coulomb-Feld des Kerns für $x = R_0$ plötzlich abbricht und die potentielle Energie des Alpha-Teilchens den konstanten negativen Wert $U_0 = -V_0$ annimmt, so wird die vorstehende Berechnung etwas komplizierter. In diesem Fall ist die untere Grenze in dem Integral $\int_0^{x_0} \sqrt{U(x) - W}\, dx$ näm-

lich durch R_0 zu ersetzen. Hierbei erhalten wir:

$$\int_{R_0}^{x_0} \sqrt{U(x) - W}\, dx = \frac{2C}{\sqrt{W}} \int_{\sqrt{\frac{W}{C} R_0}}^{1} \sqrt{1 - y^2}\, dy = \frac{2C}{\sqrt{W}} \int_{\varphi_0}^{\pi/2} \cos^2 \varphi \, d\varphi,$$

wo $\sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{W R_0}{C}}$.

Das letzte Integral ist gleich

$$\frac{\pi}{4} - \int_0^{\varphi_0} \cos^2 \varphi \, d\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \int_0^{\varphi_0} (1 + \cos 2\varphi)\, d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4} \left[\pi - \int_0^{\varphi_0} (1 + \cos 2\varphi)\, d\, 2\varphi \right] = \frac{1}{4} [\pi - 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0].$$

Für die gesuchte Wahrscheinlichkeit ergibt sich also der genauere Wert

$$P = e^{-\frac{4\pi C}{hv}(\pi - 2\varphi_0 - \sin 2\varphi_0)}.$$

Dieser Ausdruck wird oft verwendet, um den Radius R_0 des Kerns zu bestimmen, da R_0 mit φ_0 durch die Gleichung $\sin \varphi_0 = \sqrt{\frac{W R_0}{C}}$ verknüpft ist. Es ist aber zu beachten, daß dieser Ausdruck nur eine grobe Annäherung ist, da das Alpha-Teilchen im Kern nicht schon in fertiger Form existiert und erst beim Alpha-Zerfall selbst ganz an der Oberfläche des Kerns entsteht.

Um die Wahrscheinlichkeit des Alpha-Zerfalls in der Zeiteinheit zu erhalten, muß man nach der dargestellten Theorie den Ausdruck für P mit der Zahl der Zusammenstöße multiplizieren, die das Alpha-Teilchen in 1 sec mit der Oberfläche des Kerns erfährt. Diese Zahl ist nach ihrer Größenordnung gleich $\frac{v}{2R_0}$. Also ist die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls in der Zeiteinheit durch die Gleichung

$$\Gamma = \frac{v}{2R_0} e^{-8\pi^2 (Z-2) \frac{e^2}{hv}} \tag{3}$$

bestimmt.

Setzen wir darin $R_0 = 10^{-12}$ cm, $v = 3 \cdot 10^9$ cm/sec (0.1 der Lichtgeschwindigkeit, was einer kinetischen Energie von ungefähr 20 MeV entspricht), $Z = 80$ und $e = 5 \cdot 10^{-10}$ e. st. E., so erhalten wir

$$\Gamma = 10^{21} e^{-75} \approx 10^{-11} \text{ sec}^{-1}.$$

Berücksichtigen wir, daß Γ stark von der Geschwindigkeit des Alpha-Teilchens abhängt, so erhalten wir für $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ leicht Werte, die je nach der Energie W des Alpha-Teilchens von geringen Bruchteilen einer Sekunde bis zu Milliarden Jahren schwanken. In einem nicht sehr ausgedehnten Intervall kann der

Zusammenhang dieser Energie mit der Zerfallswahrscheinlichkeit Γ durch eine Gleichung von der Form

$$\lg \Gamma = a + b\, W^{-\frac{1}{2}}$$

ausgedrückt werden, die GEIGER und NUTTALL im Jahre 1911 auf empirischem Wege erhielten (a und b sind Konstante).

In der dargestellten Theorie wurde der sphärische Potentialtopf, den ein sphärischer Wall umgibt, der den Kern vom Standpunkt seiner Wirkung auf das Alpha-Teilchen aus schematisch darstellt, faktisch durch einen ebenen (genauer eindimensionalen) Topf und einen ebensolchen Wall (mit ebenen Rändern) ersetzt. Um den sphärischen Charakter des auf das Alpha-Teilchen wirkenden Kraftfeldes zu berücksichtigen, müssen wir uns eine Wellenfunktion vorstellen, die seine Bewegung in der Form $f(r)\, P_l\,(\cos\theta)$ beschreibt, wo P_l das Legendre-Polynom l-ten Grades ist; ihm entspricht ein Drehimpuls des Alpha-Teilchens, dessen Quadrat gleich $\frac{h^2}{4\pi^2}\, l\,(l+1)$ ist. Beschränken wir uns auf den Fall des „frontalen Zusammenstoßes" ($l = 0$), so erhalten wir für die Wellenfunktion $f(r)$ die Gleichung

$$\frac{1}{r}\,\frac{d^2(r f)}{d r^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\,[W - U(r)]\, f = 0\,,$$

die der gewöhnlichen eindimensionalen Gleichung für die Funktion $\psi(r) = r f$ äquivalent ist. In dem zu behandelnden Fall läuft die dreidimensionale (sphärische) Aufgabe also vollständig auf die ebene (eindimensionale) Aufgabe für eine Wellenfunktion hinaus, die die Gleichung

$$\frac{d^2\psi}{d x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\,[W - U(x)]\,\psi = 0$$

erfüllt.

Für $W > U$ hat diese Gleichung eine Lösung vom sinusförmigen Typ und für $W < U$ vom exponentiellen Typ; durch die Lösungen vom zweiten Typ wird die „Durchsichtigkeit" des Walles bestimmt, entsprechend der angenäherten Gleichung (1). Wir bemerken, daß die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen in einer Entfernung zwischen r und $r + dr$ vom Zentrum des Kerns zu finden, $|f|^2 r^2 dr$ hierbei — ebenso wie im eindimensionalen Fall — gleich $|\psi|^2 dr$ ist. Für $l > 0$ wird die vorstehende Theorie wesentlich komplizierter.

Die Theorie des Alpha-Zerfalls kann bis zu einem gewissen Grade auch auf die elektrokapillare Spaltung von Atomkernen ausgedehnt werden, insbesondere, wenn diese Spaltung spontan erfolgt. Hierbei wäre es natürlich sinnlos anzunehmen, daß der Kern vor seiner Spaltung aus den zwei Bruchstücken besteht, in die er sich spaltet — in demselben Sinne, wie man dies in der Theorie des Alpha-Zerfalls im Auge hat, d. h., in dem Sinne, daß diese Bruchstücke in Form gesonderter „fester" Teilchen existieren. Im Prinzip ist diese Vorstellung in beiden Fällen gleich unbrauchbar; diese Fälle unterscheiden sich voneinander nur dadurch, daß die beiden Bruchstücke in dem einen Fall annähernd gleich groß, in dem anderen aber sehr verschieden groß sind. Im Grunde genommen

bildet und isoliert sich das Alpha-Teilchen beim Alpha-Zerfall in derselben Weise wie die beiden Bruchstücke bei der gewöhnlichen elektrokapillaren Spaltung.

Zur Anwendung der Gleichung vom Typ (2a) sind wir im Prinzip in beiden Fällen in gleicher Weise berechtigt, wenn wir unter v die Relativgeschwindigkeit der beiden Bruchstücke verstehen. Die kinetische Energie der relativen Bewegung[1]) wird in ihrer Abhängigkeit von dieser Geschwindigkeit durch die Gleichung

$$W = \frac{1}{2}\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v^2$$

dargestellt, wo M_1 und M_2 die Massen der beiden Teilchen sind.

Bei einem vorgegebenen Wert W der Energie wird die Wahrscheinlichkeit Γ nach Gleichung (3) also um so größer sein, je mehr sich die Massen M_1 und M_2 voneinander unterscheiden; denn je größer der Unterschied zwischen ihnen wird, um so kleiner wird die effektive Masse $M_{\text{eff}} \doteq \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ und um so größer infolgedessen die Geschwindigkeit v. Hieraus erklärt sich sofort die Tatsache, daß die elektrokapillare Spaltung (vom Standpunkt der Energiebilanz aus) zwar prinzipiell möglich ist, daß sie aber viel seltener, d. h. mit viel geringerer Wahrscheinlichkeit erfolgt als der Alpha-Zerfall. Auf dasselbe Prinzip läuft die Tendenz der schweren Kerne — Uran, Plutonium usw. — hinaus, sich nicht völlig symmetrisch zu spalten: diese unsymmetrische Spaltung ist vom Standpunkt des Tunneleffekts aus wahrscheinlicher als die völlig symmetrische Spaltung, bei der die Massen der beiden Bruchstücke gleich groß wären.

Wenn wir die Ladungen der beiden Bruchstücke mit $Z_1 e$ und $Z_2 e$ bezeichnen, nimmt der Koeffizient C im Exponenten der Gleichung (2) die Form $Z_1 Z_2 e^2$ an. Andererseits stimmt die Energie, die bei der Spaltung eines schweren Kerns in Form der kinetischen Energie der Bruchstücke frei wird, annähernd mit der potentiellen Energie der elektrostatischen Abstoßung $\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}$ überein, die die Bruchstücke im Moment ihrer Absonderung (wenn der Abstand zwischen ihnen nahezu gleich dem Kernradius R ist) relativ zueinander haben, d. h.

$$\frac{1}{2}\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} v^2 = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}.$$

Bestimmen wir hieraus den Wert der Geschwindigkeit v (im Unendlichen) und setzen dafür den Ausdruck $\sqrt{\frac{2W}{m}}$ in Gleichung (2) ein, so erhalten wir die folgende angenäherte Gleichung, die die Abhängigkeit des Wertes P von der Masse und der Ladung der Bruchstücke wiedergibt:

$$P = e^{-\frac{4\pi^2}{h} e \sqrt{\frac{R}{2M}} \sqrt{M_1 M_2} \sqrt{Z_1 Z_2}}, \qquad (4)$$

wo $M = M_1 + M_2$ die Masse des Ausgangskerns ist.

[1]) Sie nimmt positive Werte für solche Entfernungen zwischen den Bruchstücken an, bei denen man diese schon als isoliert betrachten kann.

Hieraus ist zu ersehen, daß die Asymmetrie der Spaltung vom Standpunkt ihrer Wahrscheinlichkeit aus sowohl hinsichtlich der Massen als auch der Ladungen der Bruchstücke günstig ist. Die Tatsache, daß außer dem Alpha-Zerfall, der die wahrscheinlichste Form der Kernspaltung ist, beim Uran, Thorium und einigen anderen Elementen eine verhältnismäßig symmetrische Spaltung mit einem Massen- (und Ladungs-) Verhältnis von nahezu 2 : 3 zu beobachten ist, hängt anscheinend mit der außerordentlich geringen Aktivierungsenergie für eine derartige Spaltung zusammen.

Die Asymmetrie der elektrokapillaren Spaltung schwerer Kerne bleibt auch dann erhalten, wenn diese Spaltung nicht spontan erfolgt, sondern durch den Einfang eines fremden Neutrons verursacht wird, d. h., wenn der entsprechende Kern eine mehr oder weniger große Anregungsenergie besitzt. Nach Ansicht von BOHR und WHEELER ist der Minimalwert dieser Energie, der für eine praktisch momentane Spaltung des Kerns erforderlich ist, gleich der Aktivierungsenergie und entspricht infolgedessen einer Spaltung des Kerns ohne Durchdringen durch einen Potentialwall. Bei diesem Standpunkt stößt man aber auf die Schwierigkeit, daß die Kernspaltung auch bei sehr großen Anregungsenergien ihren stark asymmetrischen Charakter behält, z. B. beim Einfang von Neutronen mit einer kinetischen Energie von etwa 14 MeV.

Aller Wahrscheinlichkeit nach kann zur Kernspaltung nur derjenige Teil der Anregungsenergie führen, der auf die entsprechende Koordinate entfällt, d. h. auf die Koordinate, die den Streckungsgrad des Kerns charakterisiert. Die mit dem Einfang eines schnellen Neutrons zusammenhängende Anregungsenergie verteilt sich zunächst auf die anderen Koordinaten und geht erst allmählich mehr oder weniger auf die Koordinate — oder was dasselbe ist: auf den Freiheitsgrad — über, der dem Standpunkt entspricht. Die Spaltung muß eigentlich schon eintreten, bevor die auf den betreffenden Freiheitsgrad entfallende Energie einen Wert erreicht, der gleich der Aktivierungsenergie ist; sie muß infolgedessen den gleichen ,,Tunnel"charakter behalten wie die spontane Spaltung[1]).

[1]) Die Hypothese des ,,Tunnel"charakters der Spaltung ergibt eine zu geringe Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses. Daher befriedigt diese Erklärung nicht, und so bleibt die Frage der Unsymmetrie der Bruchstücke bei der Spaltung noch offen (*Anm. d. Red.*).

KAPITEL V

Kernprozesse in Natur und Technik

1. Die natürliche Beta- und Gamma-Radioaktivität

Die Beta-Umwandlungen befolgen dasselbe kinetische Gesetz wie die Prozesse des Alpha-Zerfalls oder der elektrokapillaren Spaltung: Während des gleichen (kleinen) Zeitraums erleidet ein und derselbe Bruchteil der radioaktiven Ausgangssubstanz die betrachtete Umwandlung. Da es in diesem Fall keinen Sinn hat, von irgendeiner Aktivierungsenergie zu sprechen, ist hieraus zu ersehen, daß das oben erwähnte Gesetz allgemeine Bedeutung hat und nicht von dem speziellen Mechanismus der hierfür charakteristischen spontanen Prozesse abhängt.

Dieses Gesetz bestimmt wirklich den zeitlichen Ablauf aller spontanen Prozesse, die zur Aufgabe des Energieüberschusses führen, den das betreffende System besitzt, sowie zur Umwandlung dieser Energie (die wenigstens zum Teil potentielle Energie ist) in kinetische Energie der hierbei entstehenden, sich frei bewegenden Teilchen[1]). In ihrer einfachsten Form laufen diese Prozesse auf die Emission von Photonen hinaus, d. h. von Lichtquanten — sowohl sichtbaren als auch unsichtbaren, insbesondere auch von Photonen mit riesiger Energie, aus denen die Gamma-Strahlen bestehen, die neben den Beta- und Alpha-Strahlen von der Mehrzahl der radioaktiven Elemente noch ausgesandt werden.

Die Photonen des sichtbaren Lichts sowie des Ultravioletts und der Röntgenstrahlen entstehen und werden ausgesandt durch äußere oder innere Elektronen beim Übergang aus angeregten Zuständen, d. h. von Zuständen mit höheren Quantenwerten der Energie zu weniger angeregten Quantenzuständen und insbesondere zum Normalzustand mit dem minimalen von allen für die Energie zulässigen Quantenwerten. Die Energie dieser Photonen erstreckt sich von einigen Elektronenvolt oder sogar Bruchteilen eines Elektronenvolt bis zu mehreren hunderttausend Elektronenvolt. (Die zuletzt genannte Zahl bezieht sich auf die „härtesten" Röntgenstrahlen, die von Uranatomen bei maximaler Anregung ihrer Elektronenhülle spontan ausgesandt werden.)

Die Photonen, die von den Atomkernen beim Übergang aus angeregten Quantenzuständen in weniger angeregte Zustände emittiert werden, haben Energien von einigen Hunderttausend Elektronenvolt (in manchen Fällen

[1]) Die Bezeichnung „spontaner" Prozeß ist im Grunde genommen nicht richtig, da bei der Quantisierung der entsprechenden Felder (z. B. des Lichtfeldes im Fall der Lichtemission) angenommen werden kann, daß die Prozesse durch die Wechselwirkung des Feldes mit dem betrachteten System (Atom oder Kern) hervorgerufen werden.

bedeutend weniger) bis zu ungefähr 20 MeV [1]). Hierbei wächst die Wahrscheinlichkeit der Emission von Photonen, bezogen auf die Zeiteinheit, gewöhnlich schnell mit zunehmender Energie; mit anderen Worten: die mittlere Lebensdauer der angeregten Zustände wird in der Regel schnell kleiner mit zunehmender Anregungsstufe, d. h., je mehr überschüssige Energie das Atom angesammelt hat. Bei den Photonen des sichtbaren Lichts ist die mittlere Dauer eines angeregten Zustands des Atoms oder praktisch eines seiner äußeren Elektronen, durch dessen Sprung vom höheren auf das niedrigere Energieniveau die Emission des Photons verursacht wird, von der Größenordnung 10^{-8} sec. Bei den „härtesten" Gamma-Strahlen beträgt die Lebensdauer der entsprechend stark angeregten Quantenzustände des Atomkerns ungefähr 10^{-14} sec. Es ist übrigens hervorzuheben, daß sowohl in der Elektronenhülle der Atome als auch in den Atomkernen angeregte Zustände mit anomal langer Lebensdauer vorkommen, die viele Sekunden, ja sogar Monate erreichen. Kerne, die sich in derartigen metastabilen Zuständen befinden, bezeichnet man als „isomer" zu denselben Kernen im normalen Zustand oder in angeregten Zuständen vom gewöhnlichen Typ, aus denen sie leicht in den Normalzustand übergehen. Derartige isomere Kerne geben ihre überschüssige Energie manchmal nicht in Form von Photonen ab, sondern übertragen sie vollständig oder teilweise auf eines der kernnächsten Elektronen des Atoms.

Dieser Vorgang wird als „innere Konversion" der Gamma-Quanten bezeichnet; er führt zur Entstehung von schnellen Elektronen oder Beta-Strahlen direkt auf Kosten der Energie des Kerns, ohne daß dabei Photonen gebildet werden. Die Beta-Strahlen, die bei einer derartigen Konversion entstehen, unterscheiden sich von den Betastrahlen, die bei den Beta-Umwandlungen emittiert werden — d. h., wenn eines der Neutronen des Kerns in ein Proton umgewandelt wird — dadurch, daß sie eine g a n z b e s t i m m t e E n e r g i e besitzen (sie ist gleich der Energie des Photons, das sie ersetzen, vermindert um die Energie, die zum Ablösen aus der Hülle des Atoms erforderlich ist); dagegen verteilt sich die Energie, die der Kern bei den Beta-Umwandlungen verliert, in einem wechselnden Verhältnis auf das Neutrino und das Elektron, so daß die Elektronen mit allen möglichen Energien davonfliegen — von einem maximalen Wert, der gleich der Abnahme der Kernenergie ist, bis zu beliebig kleinen Werten. Ferner ist hervorzuheben, daß die Kerne bei der Emission von „konvertierten" Beta-Strahlen ihre Zusammensetzung, und insbesondere ihre elektrische Ladung, nicht ändern, während ihre Ladung bei den Beta-Umwandlungen um eins zunimmt [2]); dies entspricht einer sprunghaften Änderung aller physikalisch-chemischen Eigenschaften des betreffenden Atoms (bei praktisch unverändertem Gewicht).

---

[1]) Solche und sogar noch viel „energiereichere" Photonen kann man jetzt künstlich herstellen, und zwar mit Hilfe der sehr schnellen Elektronen, die das Betatron liefert (vgl. Abschn. 9, Kap. I).

[2]) Beim β^--Zerfall. Im Falle der Emission eines Positrons, also dem β^+-Prozeß, verringert sich die Ordnungszahl um eins (*Anm. d. Übers.*).

Trotz der oben genannten Unterschiede verlaufen all die mit der Radioaktivität zusammenhängenden möglichen Prozesse, wie wir schon sagten, zeitlich nach ein und demselben Gesetz: Die Zahl der Ausgangsatome, die die betreffende Umwandlung (Spaltung, Zerfall, Änderung der elektrischen Ladung oder einfach eine Energieabnahme ohne Strukturänderung) spontan erleiden, ist in der Zeiteinheit ein ganz bestimmter Bruchteil der Ausgangszahl der Atome. Dieser Bruchteil oder die dazu reziproke Größe, die gleich der mittleren Lebensdauer des Atoms hinsichtlich des betreffenden Prozesses ist (wenn andere Prozesse nicht möglich sind), ist eine charakteristische Konstante des Ausgangselements; sie wird als seine „Zerfallskonstante" bezeichnet und kann mit demselben Erfolg wie alle anderen charakteristischen Merkmale zu seiner Identifizierung dienen. Ja noch mehr: wenn die betreffende radioaktive Substanz, wie gewöhnlich, nur in minimalen Mengen vorliegt, ist die Ermittlung seiner Zerfallskonstanten aus der Zerfalls- oder Umwandlungsgeschwindigkeit, d. h. aus dem Schwächerwerden seiner Radioaktivität im Laufe der Zeit, die einfachste und bequemste Methode, sie zu identifizieren. Diese Methode ist um so bequemer, da der Wert der Zerfallskonstanten für die verschiedenen Elemente innerhalb weitester Grenzen schwankt: die mittlere Lebensdauer erstreckt sich von winzigen Bruchteilen einer Sekunde bis zu Milliarden, ja sogar Trillionen Jahren.

Bei radioaktiven Umwandlungen von gleichem Typ (Alpha- oder Beta-Umwandlungen) besteht zwischen dem Wert der Zerfallskonstanten und der vom Kern abgegebenen Energie, d. h. der kinetischen Energie des davonfliegenden Teilchens, eine sehr einfache Beziehung: Die Zerfallskonstante wächst annähernd exponentiell mit der zunehmenden Energie dieser Teilchen. Somit gestattet die Messung der Energie der Alpha-Teilchen oder der maximalen Energie der Elektronen, die bei den betrachteten Beta-Umwandlungen ausgesandt werden, ebenso wie die Messung seiner Zerfallskonstanten, das Ausgangselement (und folglich auch sein Zerfallsprodukt) zu identifizieren.

Wie wir im vorstehenden schon sagten, besitzt das schwere Uranisotop U^{238} eine stark ausgeprägte Alpha-Radioaktivität, d. h. die Neigung, in ein Alpha-Teilchen zu zerfallen, das die Rolle des abgefeuerten Geschosses spielt, und in ein Thorium-Isotop mit dem Atomgewicht 234 und der Ladung 90, das die Rolle der Kanone spielt. Die Halbwertszeit des Urans für diesen Prozeß beträgt etwa 4,5 Milliarden Jahre. Das hierbei entstehende Thorium-Isotop (das als Uran X_1 bezeichnet wird) erweist sich ebenfalls als radioaktiv (wie übrigens auch alle anderen Isotope dieses Elements), aber nicht hinsichtlich des Alpha-Zerfalls, sondern der Beta-Umwandlung. Seine mittlere Lebensdauer beträgt 24 Tage, und das Ergebnis der mit der Emission eines Elektrons und eines Neutrinos verknüpften Umwandlung ist ein Kern des Urans X_2 mit demselben Atomgewicht (234) und einer um eins größeren Ladung — ein Isotop des Protaktiniums. Dieses Element kommt nur in verschwindend kleinen Mengen vor und ist nur dadurch zu beobachten, daß es ebenfalls radioaktiv ist. Seine Radioaktivität ist vom gleichen Typ wie die des vorhergehenden Elements und mit der Emission

eines Elektrons (und eines Neutrinos) verknüpft; seine Lebensdauer beträgt 68 Sekunden (es gibt auch ein Isomer, UZ, mit einer Halbwertszeit von 6,7 Stunden). Sein Umwandlungsprodukt ist ein sehr seltenes Uranisotop mit dem Atomgewicht 234; es ist alpha-radioaktiv ebenso wie das schwere Ausgangsisotop mit dem Atomgewicht 238, hat aber eine viel kürzere Lebensdauer ($2{,}7 \cdot 10^5$ Jahre). Sein Zerfallsprodukt ist wieder ein Thorium-Isotop (das Ionium) mit dem Atomgewicht 230 und der Ladung 90; es ist ebenfalls alpha-radioaktiv, ähnlich wie sein Vorgänger, und lebt im Mittel $8{,}3 \cdot 10^4$ Jahre[1]) und zerfällt in ein Alpha-Teilchen und in Radium, das bei seinem Zerfall eine noch ziemlich lange Reihe

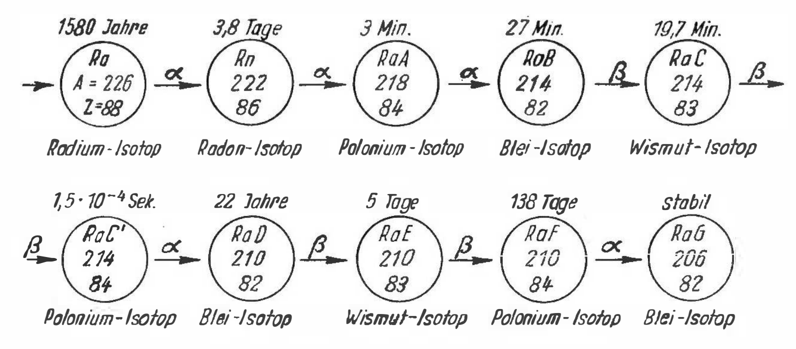


Abb. 31. Schema der Radium-Zerfallsreihe

von radioaktiven Elementen liefert, die Abbildung 31 zeigt. In diesem Schema sind angegeben: das Atomgewicht und die Ordnungszahl des betreffenden Elements, seine Halbwertszeit und der Charakter seiner Radioaktivität — Alpha- oder Beta-Radioaktivität (Gamma-Radioaktivität und die damit zusammenhängende Konversion wurden nicht in Betracht gezogen).

Es ist hervorzuheben, daß die in der Uran-Radium-Reihe zu beobachtenden Beta-Umwandlungen gewöhnlich zweifach sind, d. h., sie setzen sich aus zwei aufeinanderfolgenden Beta-Umwandlungen zusammen. Was die Zahl der Alpha-Zerfalls-Prozesse betrifft, die zwei aufeinanderfolgende Paare von Beta-Umwandlungen voneinander trennen, so schwankt sie innerhalb sehr weiter Grenzen. Die genannte Gesetzmäßigkeit, d. h. das paarweise Auftreten der Beta-Umwandlungen, ist in den beiden anderen Reihen von radioaktiven Elementen mit ungeraden Massenzahlen, die ebenso wie die Uran-Reihe mit einem der stabilen Blei-Isotope enden, nicht zu beobachten.

Das paarweise Auftreten der Beta-Umwandlungen (in der Uran-Reihe) hängt damit zusammen, daß die Neutronen und Protonen mit entgegengesetzt ge-

[1]) Die vom Verfasser angegebenen Werte sind die „Halbwertszeiten T" der radioaktiven Körper. Die „mittlere Lebensdauer τ" ist größer um den reziproken Wert von $\ln 2 = 0{,}693$; $\tau = T/\ln 2$ (*Anm. d. Übers.*).

richtetem Spin auf die verschiedenen Energieniveaus des Kerns paarweise verteilt sind (vgl. Abb. 19).

In den betaradioaktiven Elementen mit Neutronenüberschuß verwandeln sich die Neutronen paarweise eines nach dem anderen in Protonen, da diese Umwandlung, wenn sie für das eine Neutron günstig ist, ganz allgemein auch für das andere günstig ist.

Der Zusammenhang der Alpha- und Beta-Umwandlungen in der Uranreihe (sowie in der Thorium- und Aktiniumreihe) erklärt sich daraus, daß die Zahl der Protonen und der Neutronen in einem schweren Kern beim Alpha-Zerfall um denselben Wert (2) abnimmt, so daß das Verhältnis der Zahl der im Kern verbleibenden Neutronen zur Zahl der Protonen in bezug auf denjenigen Wert, der (bei der betreffenden Gesamtzahl von Teilchen) dem Energieminimum entspricht, anomal zunimmt. Bei wiederholter Abgabe von Alpha-Teilchen muß der verbleibende Kern also früher oder später instabil in bezug auf Beta-Umwandlungen werden. Wenn dieser Zeitpunkt eingetreten ist, gehen zwei Neutronen mit entgegengesetzt gerichtetem Spin, die sich auf dem höchsten der besetzten Energieniveaus des Kerns befinden (innerhalb einer verhältnismäßig kurzen Zeit) nacheinander in Protonen über; danach kann wieder ein Alpha-Zerfall anfangen. Dieser Zerfall wird dadurch begünstigt, daß der schwere Tochterkern, der beim Alpha-Zerfall die Rolle der Kanone spielt, nach dem Abschuß in einem angeregten Zustand mit erhöhter Energie zurückbleibt; sofern diese Energie nicht für Gamma-Strahl-Photonen verbraucht wird, begünstigt sie den nachfolgenden Alpha-Zerfall, da sie die hierzu erforderliche Aktivierungsenergie verringert.

Die von dem betreffenden Kern ausgesandten Gamma-Strahlen können in manchen Fällen in der Elektronenhülle desselben Kerns absorbiert werden. Ein derartiger „innerer lichtelektrischer Effekt“ kann nur dann stattfinden, wenn die Wellenlänge der entsprechenden Gamma-Strahlen viel kleiner ist als der Bahnradius der Elektronen, von denen sie absorbiert werden. Im entgegengesetzten Fall ist das Herausreißen von sekundären Elektronen als Ergebnis der direkten Umwandlung des Energieüberschusses im Atomkern in Energie eines der äußeren Elektronen zu betrachten (innere Elektronenkonversion). Je nach der Wellenlänge der Gamma-Strahlen kann dieser Übergang mehr oder weniger stark ausgeprägten Strahlungscharakter haben. Der Charakter des elektromagnetischen Feldes (Dipol-, Quadrupol-Feld usw.), der bei kleiner Wellenlänge in der Größe des Drehimpulses des emittierten Photons zum Ausdruck kommt, ist im Fall der Elektronenkonversion an der relativen Intensität der entsprechenden Beta-Strahlen zu erkennen.

Wie wir im vorstehenen schon sagten, ist die Elektronen-Konversion besonders häufig bei isomeren Kernen zu beobachten, d. h. bei Kernen die sich in metastabilen Zuständen befinden (von gewöhnlich sehr geringer Anregungsenergie). In diesem Fall sind Gamma-Strahlen häufig überhaupt nicht zu beobachten, da sie praktisch vollständig durch Konversionselektronen ersetzt werden.

2. Künstliche beta-radioaktive Elemente; Transurane

Beta-Umwandlungen können durch Bestrahlung von stabilen Elementen mit freien Neutronen künstlich hervorgerufen werden. Wenn die Energie der Neutronen gering ist, so bleiben sie bei einem Zusammenstoß mit Kernen von stabilen Elementen in der Regel an diesen ,,kleben" und verwandeln sie dabei in Kerne von schwereren Isotopen. Wenn die Zahl der Neutronen in dem (leichteren) Ausgangsisotop dem Maximalwert nahe liegt, der bei der betreffenden Zahl von Protonen vom Standpunkt der Stabilität dieses Isotops in bezug auf Beta-Umwandlungen noch zulässig ist, so ist das durch den Einfang eines überzähligen Neutrons künstlich hergestellte Isotop im allgemeinen instabil; das überzählige eingefangene Neutron geht dabei aus dem freien in den gebundenen Zustand über und verwandelt sich (unter Emission eines Elektrons und eines Neutrinos) spontan in ein Proton; hierdurch verwandelt sich das radioaktive Isotop des Ausgangselements in ein stabiles Isotop des (in der Reihe der nach zunehmenden Ordnungszahlen angeordneten Elemente) folgenden Elements.

Bei Vorhandensein von freien Neutronen kann man auf diesem Wege künstlich radioaktive Isotope von allen stabilen, in der Natur vorkommenden Elementen herstellen, und zwar in sehr großer Menge, da die heutigen leistungsfähigen Zyklotrone und insbesondere die Kernreaktoren (,,Uran-Kessel") erlauben, sehr große Mengen von Neutronen aus der ,,Kern-Gefangenschaft" zu befreien.

Die auf diese Weise hergestellten künstlichen radioaktiven Elemente sind für Wissenschaft und Technik von außerordentlich großer Bedeutung. Ihr wissenschaftlicher Wert besteht in der Hauptsache darin, daß sie als ,,markierte" Atome zur Untersuchung der Kinetik von verschiedenen physikalischen und chemischen, außerordentlich langsam ablaufenden Prozessen verwendet werden können oder wenn es gilt, die verwickelten Wege zu verfolgen, auf denen die verschiedenen, in einen Organismus eingeführten Substanzen sich in seinen Geweben und Organen verteilen. Zur Veranschaulichung wollen wir die folgenden zwei Beispiele betrachten:

Die Atome eines gasförmigen Körpers, z. B. der Dämpfe irgendeines Metalls, mischen sich ständig miteinander. Eine analoge, nur bedeutend langsamere Durchmischung findet auch in flüssigen und festen Körpern statt. Wenn alle Atome identisch sind, ist es unmöglich, diese Durchmischung zu verfolgen. Dies wird aber — wenigstens im Prinzip — möglich, wenn die Atome nicht völlig identisch sind, und zwar im Zusammenhang mit der Zusammensetzung des Isotopengemisches in dem betreffenden Element. Man kann aber das eine Isotop von anderen nur dann leicht unterscheiden, wenn es betaradioaktiv ist. In diesem Fall kann es leicht erkannt und die Wanderung seiner Atome (mit Hilfe von Elektronenzählern) verfolgt werden, auch wenn es nur in ganz verschwindend kleiner Menge in dem Gemisch enthalten ist. Von diesen Überlegungen ausgehend, untersuchte v. HEVESY schon 1922 die Durchmischungsgeschwindig-

keit von Bleiatomen in festem Zustande: er setzte der zu untersuchenden Bleiplatte auf der einen Seite eine winzige Menge des radioaktiven Blei-Isotops RaD (Pb^{210}) hinzu, das man auf natürlichem Wege beim Zerfall des Radiums erhält. Heute kann man eine analoge Methode mit Hilfe von künstlichen Radioelementen zur Untersuchung der Durchmischung der Atome in einem beliebigen Körper verwenden, undzwar sowohl in chemisch einfachen als auch in zusammengesetzten Körpern. (Im zuletzt genannten Fall ist es möglich, die Kinetik der verschiedenen chemischen Austauschreaktionen zu untersuchen.)

Analog kann man mit Hilfe radioaktiver Indikatoren verfolgen, wie sich die verschiedenen chemischen Substanzen beim Stoffwechsel in einem Organismus verteilen. Wenn man z. B. gewöhnlichem Jod eine geringe Menge künstlich hergestelltes Radiojod zusetzt und beachtet, daß die Atome des Radiojods an allen physikalisch-chemischen Vorgängen ebenso teilnehmen wie die nichtradioaktiven Atome, kann man mit Hilfe von Elektronenzählern die Verteilung des Jods im Organismus verfolgen und insbesondere seine schnelle Konzentration in der Schilddrüse feststellen; in analoger Weise gelingt es, den Kreislauf des Phosphors im Organismus zu verfolgen.

Die künstlichen Radioelemente werden in der Biologie und der Medizin aber nicht nur als radioaktive Indikatoren verwendet. Ebenso wie die natürlichen radioaktiven Elemente — insbesondere das Radium — verwendet man sie als mächtige Beta- und Gamma-Strahlungsquellen, die große Bedeutung bei der Behandlung bösartiger Geschwülste haben können (durch ihre Fähigkeit, bis tief in die Gewebe des Organismus einzudringen und die Geschwulstzellen zu zerstören). Leistungsfähige Zyklotrone (sowie Kernreaktoren, siehe nachstehend) gestatten, in einem Jahre künstliche Radioelemente für therapeutische Zwecke in Mengen herzustellen, die Dutzenden von Kilogramm Radium äquivalent sind (während von diesem Element nur wenige Gramm im Jahr gewonnen werden können).

Für die Technik ist von besonderem Interesse, daß man durch Bestrahlung von Uran mit freien Neutronen Transuranelemente herstellen kann, die unter natürlichen Verhältnissen infolge ihrer Instabilität überhaupt nicht vorkommen. Fängt der Kern des (schweren) Hauptisotops vom Uran mit dem Atomgewicht 238 ein Neutron ein, so bildet sich ein schweres Isotop dieses Elements mit dem Atomgewicht 239. Dieses schwere Isotop ist instabil, ähnlich den auf analogem Wege erhaltenen radioaktiven Isotopen der leichteren Elemente. Seine Halbwertszeit ist gleich 23 Minuten. Es verwandelt sich dann unter Emission eines Elektrons (und eines Neutrinos) in das folgende Element mit demselben Atomgewicht 239 und der Ladung 93. Dieses erste Transuran — das Neptunium — ist ebenfalls betaradioaktiv, ähnlich wie das schwere Uranisotop, und wandelt sich nach durchschnittlich 2 bis 3 Tagen in das zweite Transuran um — das Plutonium mit demselben Atomgewicht und der Ladung 94.

Hier treten die Beta-Umwandlungen ebenso wie in einer Reihe von Fällen bei der natürlichen Radioaktivität paarweise auf, bestehen aus zwei aufeinanderfolgenden Akten und führen zur Entstehung eines Elements, das mit

Beziehung auf Umwandlungen dieser Art stabil ist. Das Plutonium kann also, ähnlich wie das leichte Uranisotop oder Aktinouran U^{235}, nur hinsichtlich der elektrokapillaren Spaltung und des Alpha-Zerfalls als instabil angesehen werden. Lassen wir den Alpha-Zerfall beiseite, der nicht von wesentlicher Bedeutung ist — denn er führt zur Entstehung des uns schon bekannten Aktinourans, d. h. des Uranisotops mit dem Atomgewicht 235 —, so müssen wir unsere besondere Aufmerksamkeit auf die Spaltung des Plutoniums richten. Da die Aktivierungsenergie für diese Spaltung kleiner sein muß als beim Aktinouran (und die bei diesem Prozeß frei werdende Energie etwas größer), muß die Geschwindigkeit der spontanen Spaltung des Plutoniums oder richtiger die entsprechende radioaktive Zerfallskonstante bedeutend größer sein als beim Aktinouran. Die Lebensdauer des Plutoniums mit Beziehung auf den Spaltungsprozeß[1]) ist aber groß genug, so daß wir das Plutonium — falls die Bedingungen zur Entstehung einer „Neutronen-Lawine" nicht vorliegen (d. h., wenn die Plutoniumstücke klein genug oder weit genug voneinander entfernt sind) — praktisch als stabiles Element betrachten können.

Im Jahre 1939 wiesen HAHN und STRASSMANN als erste nach, daß bei der Bestrahlung des leichten Uranisotops mit Neutronen eine Spaltung des Kerns in Bruchstücke erfolgt, die chemisch mit dem Barium und anderen mittleren Elementen des Periodensystems von MENDELEJEW identisch sind.

Die Transurane, die sich bilden, wenn das schwere Uranisotop Neutronen einfängt, wurden zu derselben Zeit hergestellt und ihre Eigenschaften in den folgenden Jahren von verschiedenen Forschern klargestellt.

Insbesondere erhielt man außer dem Neptunium und dem Plutonium noch vier Elemente (Am, Cm, Bk, Cf) in außerordentlich geringen Mengen, die im übrigen aber dazu ausreichten, ihre chemischen Eigenschaften festzustellen. Im Einklang mit den theoretischen Vorhersagen zeigte sich, daß das Uran ein Element einer neuen Plejade ist; diese Plejade ist der der Seltenen Erden analog, deren Elemente sich durch den Grad der Auffüllung einer der inneren Schalen ihrer Elektronenhülle voneinander unterscheiden, bei gleicher Zahl der äußeren Elektronen.

Trotzdem ist der Unterschied zwischen den einzelnen Elementen dieser neuen Gruppe aber viel stärker ausgeprägt als zwischen den verschiedenen Isotopen eines und desselben Elements. Die Abscheidung des Plutoniums, das sich im Uran beim Einfang von schnellen Neutronen durch das schwere Uranisotop bildet, ist daher eine viel leichtere Aufgabe als die Abscheidung des leichteren Uranisotops aus der Masse des Urans. (Hierzu sind sehr leistungsfähige Diffusions-Anlagen oder aber Massenspektrographen erforderlich, siehe im nachstehenden.) Hierbei erhält man das Plutonium allein in Form des Isotops vom Atomgewicht 239, das sich — ähnlich wie das leichte Uranisotop — unter dem Einfluß langsamer Neutronen spalten kann. Zur Herstellung einer Atombombe — d. h. einer Substanzmenge, die (durch Vermehrung der freien Neutronen) eine Ketten-

[1]) Wenn wir die Möglichkeit eines Alpha-Zerfalls beiseite lassen.

explosion erleiden kann — ist es also bequemer, nicht das leichte Isotop aus dem Uran abzuscheiden, sondern auf rein chemischem Wege das Plutonium auszuscheiden, das sich in dem schweren Uranisotop durch den Einfang von Neutronen bildet, die bei der Spaltung des leichten Isotops entstehen.

3. Die Atombombe

Eine Atombombe muß aus einem „Kernbrennstoff" bestehen, aus Aktinouran oder Plutonium, und genügend große geometrische Abmessungen aufweisen, so daß der Abfluß der in ihr entstehenden freien Neutronen durch ihre Oberfläche nach außen nicht zu groß ist, d. h., daß die Zahl der in dem Volumen des Stückes verbleibenden Neutronen im Laufe der Zeit lawinenartig anwachsen kann;

Die Frage nach den „kritischen Abmessungen", bei denen ein Stück Aktinouran oder Plutonium eine Kettenexplosion erleiden kann, ist im Prinzip auf folgende Weise zu lösen:

Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, daß alle sekundären Neutronen ein und dieselbe Geschwindigkeit v haben, der in bezug auf den Einfang eine bestimmte Weglänge λ entspricht. Jedes bei der Kernspaltung entstandene Neutron verursacht also nach der Zeit $\tau = \frac{\lambda}{v}$ die Spaltung eines neuen Kerns und erzeugt hierbei im Durchschnitt γ Neutronen (für Aktinouran ist $\gamma \approx 2{,}5$). Bei unendlich großen Abmessungen des Präparats und unveränderlicher Zahl der zu einer Spaltung fähigen Kerne müßte die Zahl der freien Neutronen infolgedessen während der Zeit τ auf das Anderthalbfache zunehmen. In Wirklichkeit können die Neutronen, die sich in der Nähe der Oberfläche des Präparats befinden, aber durch die Oberfläche hinausfliegen, ohne Spaltungen hervorzurufen. Die Zahl derartiger „Deserteure", die in der Zeit t (die klein ist gegen τ) durch die Oberfläche S des Präparats hinausfliegen, ist (annähernd) gleich der Hälfte ihrer Zahl in einer Oberflächenschicht von der Stärke vt (da sich die andere Hälfte bei gleicher Wahrscheinlichkeit der verschiedenen Richtungen der Geschwindigkeit nicht nach außen bewegt, sondern nach innen), also gleich dem Produkt $\frac{1}{2} S\,vt$ mit der Zahl der Neutronen in der Volumeinheit $n = \frac{N}{V}$ (N ist die Gesamtzahl der Neutronen, V das Volumen des Präparats). Die Änderung der Zahl N in der Zeit t wird also durch die Differenz zwischen der Vermehrung im Volumen $(\gamma - 1)\frac{Nt}{\tau}$ und dem Abfluß durch die Oberfläche $\frac{1}{2}\frac{N}{V} Svt$ ausgedrückt. Zur Entwicklung einer Kettenexplosion muß diese Differenz einen positiven Wert haben. Die kritischen Abmessungen des Präparats (d. h. der minimalen Abmessungen, die diese Bedingung erfüllen) werden durch die Gleichung

$$(\gamma - 1)\frac{Nt}{\tau} = \frac{1}{2}\frac{NS}{V} vt$$

ausgedrückt, d. h.

$$\frac{V}{S} = \frac{v\tau}{2(\gamma - 1)}$$

oder, da $v\tau = \lambda$:

$$\frac{V}{S} = \frac{\lambda}{2(\gamma - 1)} .$$

Wenn das Präparat eine Kugel vom Radius R ist, gilt:

$$\frac{V}{S} = \frac{R}{3} ,$$

so daß die vorstehende Gleichung die Form annimmt:

$$R = \frac{3\lambda}{2(\gamma - 1)} .$$

Für Aktinouran ist $\gamma \approx 2{,}5$ und folglich $R = \lambda$, d. h., für die Explosion einer kugelförmigen Aktinouran-Bombe darf ihr Radius nicht kleiner sein als die mittlere Weglänge der schnellen Neutronen in bezug auf ihren Einfang.

Eine Bremsung der schnellen Neutronen würde zu einer Verzögerung der Explosion führen und ihre Wirksamkeit herabsetzen (da das Präparat in kleine Stücke auseinanderfliegen würde, bevor es explodieren und eine Kettenexplosion zustande kommen kann)[1]).

Das Gewicht einer Aktinouran- oder Plutoniumbombe, die spontan explodieren kann, beträgt anscheinend einige Kilogramm. Theoretische Überlegungen zeigen, daß die Temperaturzunahme bei der Explosion einer solchen Bombe einige Zehnmillionen Grad erreichen kann, daß diese Temperatur aber nur für einen kleinen Bruchteil einer Sekunde erhalten bleibt.

Bei der Aufbewahrung des Aktinourans oder Plutoniums müssen diese Elemente offensichtlich in Form von Stücken mit unterkritischen Abmessungen in so großen Abständen voneinander gelagert werden, daß die von den sich spaltenden Atomen emittierten Neutronen keinen wesentlichen Einfluß auf die übrigen Atome ausüben können. Die plötzliche Vereinigung zweier Stücke von unterkritischen Abmessungen zu einem Stück von überkritischen Abmessungen muß zur sofortigen Explosion dieses Gesamtstückes führen[2]).

Wie groß die bei der Explosion einer Atombombe freiwerdende Energie aber auch sein mag, so ist sie doch winzig klein im Vergleich zu den kosmischen Energievorräten, insbesondere zu den Energievorräten unseres Planeten. So wäre es z. B. zum Schmelzen von 1 Kubikkilometer Eis nötig, mehrere Zehntausend Atombomben darauf abzuwerfen.

Wenn wir auf die Frage der Abscheidung des Aktinourans oder des Plutoniums für Atombomben zurückkommen, heben wir vor allen Dingen hervor, daß sich eine Vermehrung der freien Neutronen in gewöhnlichem Uran deshalb nicht entwickeln kann, weil die sekundären Neutronen von dem schweren Uranisotop

---

[1]) Nach Smyth, (H. D. Smyth, Atomic Energy for Military Purposes. Princeton 1945. Г. Д. Смит, Атомная энергия для военных целей. Moskau 1946) ist der Wirkungsgrad der Kernenergie bei der Explosion einer Atombombe nicht größer als etwa 1%.

[2]) Hierbei wird die Leistung der Atombombe innerhalb sehr enger Grenzen liegen: von dem minimalen Wert, der den kritischen Abmessungen der Bombe entspricht, bis zu dem doppelt so großen Wert, der aus den kritischen Abmessungen der beiden Hälften folgt.

eingefangen werden. Hierbei werden Neutronen mit einer Energie von nahezu 25 eV besonders intensiv eingefangen („Resonanzeinfang").

Um das lawinenartige Anwachsen der Neutronenzahl unter diesen Umständen sicherzustellen, muß das schwere Uranisotop, wenn auch nur zum Teil, entfernt, das leichte Uranisotop also angereichert werden. Eine radikalere, zugleich aber auch schwierigere Methode besteht darin, das leichte Isotop — das Aktinouran — 100prozentig abzuscheiden. Hierzu werden prinzipiell gut bekannte Methoden verwendet, z. B. die Diffusion einer der gasförmigen Uranverbindungen durch poröse Scheidewände[1]). Um hierbei ein gutes Resultat zu erzielen, braucht man aber (vgl. das Buch von SMYTH) eine ganze „Batterie" von 4000 hintereinanderliegenden Diffusionsapparaten mit einer Gesamtfläche der Scheidewände von 20 ha.

Zu dem gleichen Zweck — der Isolierung des Aktinourans — werden auch die Methoden des Massenspektrographen und des Zyklotrons verwendet, die für Teilchen mit einer bestimmten Masse konstruiert sind. So verwendete z. B. LAWRENCE hierzu einen riesigen Elektromagneten mit einem Poldurchmesser von 4 m und einem Gewicht von etwa 4000 Tonnen, der mit einer Spezialvorrichtung zum Neutralisieren der elektrischen Raumladung der positiven Ionen ausgerüstet war. (Die gegenseitige Abstoßung dieser Ionen hätte ihre Bahnen stark kompliziert.)

Zur Durchführung der Kettenspaltung des Aktinourans müßte man bei einer geringen Menge seine Atome in irgendeiner „Bremssubstanz" fein verteilen, d. h. in einer Substanz, die Neutronen bremsen kann, ohne sie praktisch einzufangen. Als eine solche Bremssubstanz kann z. B. schweres Wasser verwendet werden oder genauer der schwere Wasserstoff, der darin enthalten ist[2]). Hierbei fangen die Sauerstoffkerne praktisch keine Neutronen ein, während die Kerne des schweren Wasserstoffs die Neutronen schnell bis zu thermischen Geschwindigkeiten (von etwa 0,03 eV) bremsen. Die Weglänge derartiger „thermischer" Neutronen in bezug auf ihren Einfang in reinem Aktinouran ist sehr klein.

Die Entwicklung der Explosion würde in diesem Fall für kriegerische Zwecke zu langsam verlaufen; aber eine derartige Anlage könnte für die Industrie wertvoll sein.

Zur Herstellung einer Atombombe[3]) war es vorteilhafter, die Bildung von Plutonium in einem Präparat aus gewöhnlichem Uran zu verwenden. Um diesen Prozeß zu beschleunigen, der durch den Zerfall der Kerne des leichten Uranisotops zustande kommt, erdachte man eine Anordnung, die darin besteht, daß gewöhnliches handelsübliches Uran in einzelne Stücke von verhältnismäßig geringen Abmessungen unterteilt wird; diese Stücke werden mit einer Brems-

[1]) G. HERTZ (Berlin). (*Anm. d. Übers.*)

[2]) Schweres Wasser kann durch Elektrolyse aus gewöhnlichem Wasser abgeschieden werden. Um 1 l schweres Wasser zu erhalten, muß man hierbei Hunderte von Tonnen gewöhnliches Wasser verarbeiten, in dem es als Beimischung enthalten ist.

[3]) C. GOODMAN, ed., The Science and Engineering of Nuclear Power. Cambridge: Addison-Wesley Press, Inc., 1949, Vols. I and II.

substanz umgeben; als Bremssubstanz kann außer dem schweren Wasser der billigere Graphit dienen (er muß sorgfältig von Beimischungen gereinigt werden, die Neutronen einfangen können).

Die bei der Spaltung der Atome des Aktinourans ausgesandten sekundären Neutronen werden entweder von anderen noch nicht gespaltenen Aktinouran-Atomen in demselben Stück eingefangen — in dem sie entstanden sind — oder aber von Atomen des schweren Isotops und führen dabei zur Entstehung von Neptunium und Plutonium. Diejenigen Neutronen, die nicht in diesem Stück eingefangen werden, gelangen in die Bremssubstanz, in der sie fast bis auf thermische Geschwindigkeiten gebremst werden. Sie durchlaufen also das wegen des Einfangs durch das schwere Uranisotop gefährliche Energieintervall in der Nähe des Resonanzwertes von 25 eV in der Bremssubstanz, gelangen mit thermischen Geschwindigkeiten in ein anderes Stück Uran und werden hierbei hauptsächlich von dem leichten Isotop eingefangen. Dasselbe wiederholt sich mit der folgenden Gruppe von schnellen sekundären Neutronen, die bei der Spaltung der darin enthaltenen Atome des leichten Isotops in dem zweiten Stück Uran entstehen.

Bei richtig gewählten Abmessungen der einzelnen Uranstücke (die man gewöhnlich in Stangenform bringt) und passenden Abständen zwischen ihnen in der Graphitmasse kann man einen mit allmählich zunehmender Geschwindigkeit parallelen Ablauf der beiden Prozesse — der Kettenspaltung des Aktinourans und der Bildung des Plutoniums — erreichen. Die Geschwindigkeit kann reguliert werden, indem man Kadmiumstäbe in den Graphit hineinschiebt oder aus ihm herauszieht; denn Kadmium besitzt die Fähigkeit, alle thermischen Neutronen sehr stark zu absorbieren. Auf diese Weise kann die Geschwindigkeit der beiden Prozesse bis auf das gewünschte Niveau gesteigert und (automatisch) auf diesem Niveau gehalten werden.

Die bei diesem Prozeß freiwerdende Energie (die kinetische Energie der Spaltprodukte des U^{236} sowie die Energie der bei der Umwandlung von U^{239} in Neptunium und Plutonium ausgesandten Beta-Strahlen) kann dazu verwendet werden, die verschiedensten Mechanismen und Maschinen anzutreiben, also für friedliche industrielle Zwecke.

Die betrachtete Anlage, die man als Kernreaktor oder Urankessel bezeichnet, gestattet ferner, außer der Energie noch große Mengen von künstlichen radioaktiven Elementen zu gewinnen, die bei dem Beta-Zerfall der Spaltprodukte des Aktinourans entstehen. Die Abscheidung dieser Elemente ist — ebenso wie die Abscheidung des Plutoniums — technisch keine leichte Aufgabe; man kann aber sagen, daß sie heute mit gutem Erfolg gelöst worden ist.

Im Zusammenhang mit dem riesigen energetischen Effekt der betrachteten Kernreaktionen, die den energetischen Effekt der chemischen Reaktionen um das Millionenfache übertreffen, schlug man eine Reihe anziehender Ideen vor über den Bau von Motoren, die mit minimalen Mengen „Kernbrennstoff" arbeiten. So läßt sich leicht ausrechnen, daß ein „Brennstoff"vorrat von nur wenigen Gramm für eine Weltreise im Flugzeug ausreicht. Es ist hervorzuheben, daß

wir heute von der wirklichen Durchführung derartiger Projekte noch sehr weit entfernt zu sein scheinen, weil die Besatzung des Flugzeugs gegen die starke physiologische Wirkung der radioaktiven Zerfallsprodukte des „Brennstoffs" geschützt werden muß. Dieser Schutz erfolgt durch 7 m starke Betonwände und wiegt etwa 3000 Tonnen; das ist mehr als die Tragfähigkeit der heutigen Flugzeuge und ungefähr ebensoviel wie die Tonnage von Ozeandampfern.

Die Verwendung der Atomenergie für friedliche Zwecke geschieht im wesentlichen in Energieanlagen von stationärem Typ; am bequemsten wird diese Energie in Elektroenergie überführt und dann wie gewöhnlich weiter verwendet.

Die hierbei auftretenden Schwierigkeiten (hohe Temperaturen, Steuerung des Reaktors usw.) sind nicht prinzipieller, sondern rein technischer Art und werden zweifellos gelöst werden[1]).

Das Plutonium wurde Ende 1940 entdeckt, als man U^{238} mit Deuteronen bombardierte, die in einem Zyklotron beschleunigt worden waren. Das erste chemisch reine Plutonium wurde am 18. August 1942 hergestellt. SEABORG schreibt hierzu: „Dieser bemerkenswerte Tag wird in die Geschichte der Wissenschaft eingehen. An diesem Tag ertönte der erste „Schrei eines neugeborenen" synthetischen Elements, und es wurde überhaupt zum erstenmal eine wägbare Menge eines auf künstlichem Wege gewonnenen Isotops isoliert"[2]).

Anlagen für Kern-Kettenreaktionen können große Mengen — Kilogramme — Plutonium liefern. Auf diese Weise ist der Traum des alten Alchemisten jetzt verwirklicht worden; ja — der Prozeß der Herstellung von Plutonium ist schon Alchemie im Fabrikmaßstab. Es ist interessant, daß ein erstes vorläufiges Projekt dieser Fabrik schon ausgearbeitet wurde, als der Weltvorrat an Plutonium mit bloßem Auge noch gar nicht zu sehen war. Es gab damals nur wenige Mikrogramm dieses Elements. Das Übersetzungsverhältnis erwies sich als größtes von allen bisherigen Fabrikationsprozessen und war gleich 10^{10}. (Vgl. das Buch von H. D. SMYTH.)

Die erfolgreiche Lösung des Problems der Plutonium-Gewinnung wurde dadurch stark gefördert, daß die chemischen Eigenschaften dieses Elements, obwohl es eines der uns erst ganz kurze Zeit bekannten Elemente ist, besser erforscht wurden als die der meisten Elemente des periodischen Systems.

4. Die sekundären Reaktionen bei der elektrokapillaren Spaltung und die Asymmetrie der Spaltung

Zugleich mit der explosiven Spaltung des Aktinourans oder des Plutoniums findet eine Reihe von sekundären Reaktionen statt, die auf den Verlust von mehreren (2 bis 3) Neutronen sowie auf einige anschließende Beta-Zerfalls-

---

1) Bekanntlich wurden diese Schwierigkeiten von sowjetischen Forschern und Ingenieuren mit großem Erfolg überwunden: im Jahre 1954 wurde in der UdSSR das erste mit Atomenergie arbeitende Elektrokraftwerk in Betrieb genommen (*Anm. d. Red.*).

2) Сиборг, Усп. химии. (Seaborg, Fortschr. Chem.), **15**, 4, 1946.

reaktionen hinauslaufen. Diese sekundären Reaktionen erklären sich (wie wir schon in Abschn. 3 von Kap. IV sagten) dadurch, daß die Tochterkerne einen Überschuß an Neutronen aufweisen; von diesem Überschuß befreien sie sich zum Teil durch „Verdampfung", die durch die hohe Temperatur der Bruchstücke und die relativ schwache Bindung der überzähligen Neutronen erleichtert wird, und zum Teil durch Umwandlung von Neutronen in Protonen (unter Aussendung von Elektronen und Neutrinos).

Wenn wir der Einfachheit halber annehmen, daß sich der Kern U^{236}, der beim Einfang eines Neutrons durch das Aktinouran U^{235} entsteht, in zwei gleiche Kerne spaltet, so müssen diese Hälften ${}_{46}Pd^{118}$ sein, die Isobare des stabilen Zinns ${}_{50}Sn^{118}$ und Isotope des Palladiums mit einem großen Neutronenüberschuß sind.

Das schwerste stabile Isotop des Palladiums ist Pd^{110}; infolgedessen enthalten also die Spaltprodukte Pd^{118} acht überzählige Neutronen.

Es gibt für die Spaltprodukte zwei Möglichkeiten, sich von diesen überschüssigen Neutronen zu befreien — Verdampfung der Neutronen oder Umwandlung in Protonen. Der zweite Prozeß erfolgt verhältnismäßig langsam, auch wenn die Anregungsenergie der Kerne ziemlich hoch ist. Wir kommen also zu dem Schluß, daß bei der Spaltung des Ausgangskerns in Tochterkerne zugleich eine praktisch momentane Verdampfung mehrerer Neutronen stattfinden muß, wobei die übrigbleibenden überzähligen Neutronen entweder mit einer gewissen Verspätung entfernt oder infolge von Beta-Umwandlungen durch Protonen ersetzt werden.

Selbst wenn die Bindungsenergie der überzähligen Neutronen gleich der Bindungsenergie der Protonen wäre, würde die Verdampfung der Neutronen viel wahrscheinlicher sein als die Verdampfung der Protonen; denn für die Neutronen gibt es keinen Potentialwall, der durch die positive elektrische Ladung des Kerns verursacht wird.

In Wirklichkeit wird die Verdampfungsenergie der überzähligen Neutronen aber geringer sein als der normale, dem stabilen Isotop entsprechende Wert, da sich diese Neutronen nach dem PAULI-Prinzip in Quantenzuständen mit höherer Energie befinden müssen. Wenn wir sie als ein FERMI-Gas behandeln, so kann man diese zusätzliche Energie mit der kinetischen Energie der höheren Quantenniveaus identifizieren, die bei dem stabilen Isotop mit der normalen, der betreffenden Ordnungszahl Z entsprechenden Zahl von Neutronen unbesetzt bleiben würden. Für $Z = 46$ ist die mittlere Zunahme der kinetischen Energie beim Übergang von einem dieser Niveaus zum folgenden der Größenordnung nach gleich dem Wert der maximalen Energie des höchsten besetzten Niveaus (etwa 10 MeV) dividiert durch die Zahl der Neutronenpaare, d. h. $10:23 \approx 0{,}5$ MeV.

Die maximale zusätzliche Energie eines der acht überzähligen Neutronen in dem Spaltprodukt erreicht also $0{,}5 \cdot 4 = 2$ MeV (wenn wir berücksichtigen, daß auf jedes Niveau immer 2 Neutronen entfallen). Da die Bindungsenergie eines Nukleons in einem stabilen Kern mit der Ordnungszahl 46 von der Größen-

ordnung 7 MeV ist, so entspricht dies einer Abnahme der Verdampfungsenergie der am schwächsten gebundenen überzähligen Neutronen ungefähr auf ein Drittel. Unter diesen Bedingungen reicht auch eine verhältnismäßig geringe Anregung des Tochterkerns aus, um die schnelle Verdampfung eines oder zweier Neutronen zu ermöglichen. Ihre weitere Verdampfung kommt ins Stocken, da die Bindungsenergie der übrigbleibenden Neutronen zunimmt und der Kern sich schnell „abkühlt".

Wir wir im vorstehenden schon sagten, geht die Spaltung der schweren Kerne (des Urans und des Plutoniums) niemals völlig symmetrisch vor sich. Bei der Spaltung des Urans verhalten sich z. B. die Massen der beiden Bruchstücke gewöhnlich im Mittel zueinander wie 3 : 2. Außer diesem wahrscheinlichsten Massenverhältnis kommen auch noch weniger wahrscheinliche vor — sowohl kleinere als auch größere. Hierbei ist die kinetische Energie, mit der die beiden Bruchstücke auseinanderfliegen, um so größer, je näher ihr Massenverhältnis dem Wert eins liegt. Bei der Spaltung vom wahrscheinlichsten Typ beträgt diese Energie rund 170 MeV; die sekundären Reaktionen, einschließlich der Energie der Neutronen und der Gamma-Strahlen, liefern noch etwa 20 MeV, so daß sich die energetische Gesamtbilanz der Spaltungsreaktion auf nahezu 190 MeV beläuft.

Bei fast symmetrischer Spaltung des Kerns entwickelt allein schon die primäre Reaktion — die sekundären nicht gerechnet — eine Energie von etwa 190 MeV.

Es ist hervorzuheben, daß sowohl die primären als auch die sekundären Reaktionen bei der Spaltung ein und derselben Kerne von einem Fall zum anderen verschieden verlaufen. Zunächst wird bei ein und demselben Spaltungstyp, der durch ein bestimmtes Massenverhältnis der beiden Bruchstücke $\frac{M_1}{M_2}$ charakterisiert ist, eine verschieden große Energie in Form von kinetischer Energie frei; sie schwankt (von einem Fall zum anderen) innerhalb der Grenzen von 0,2 MeV, wobei mit diesen Schwankungen zugleich auch der Typ der sekundären Reaktionen schwankt. Ferner ändert sich bei ein und derselben Energie der Bruchstücke ihr Massenverhältnis innerhalb ziemlich weiter Grenzen. Hieraus ist zu ersehen, daß der Vorgang der gewöhnlichen, d. h. der mehr oder weniger symmetrischen Spaltung eines zusammengesetzten Kerns nicht so streng und eindeutig bestimmt ist, wie dies für den Alpha-Zerfall und andere relativ einfache Typen von Kernreaktionen charakteristisch ist. Das ist nicht zu verwundern, wenn wir die große Zahl von Elementarteilchen, die an dem Spaltungsprozeß beteiligt sind, und die große Zahl der verschiedenen Möglichkeiten zur Realisierung dieses Prozesses in Betracht ziehen.

Experimentell ist die Frage sehr eingehend untersucht worden. Aus der großen Zahl verschiedener Varianten der primären und sekundären Reaktionen der künstlichen Uranspaltung führen wir folgende an:

$$U_{92}^{236} \to 2n_0^1 + I_{53}^{140} + Y_{39}^{94},$$
$$I_{53}^{140} \to Ce_{58}^{140} + 5e^-,$$
$$Y_{39}^{94} \to Zr_{40}^{94} + e^-.$$

Die sekundären Reaktionen der Beta-Umwandlungen verlaufen nacheinander durch alle Zwischenetappen, so daß z. B. die Umwandlung von I in Ce nach dem Schema

$$I \rightarrow X \rightarrow Cs \rightarrow Ba \rightarrow La \rightarrow Ce$$

vor sich geht.

Wie man aus dem angeführten Beispiel erkennt, ist das größere der beiden Bruchstücke in viel höherem Maße mit Neutronen überlastet als das kleinere.

KAPITEL VI

Angeregte Zustände von Kernen und Kernreaktionen

1. Angeregte Zustände von zusammengesetzten Atomkernen

Da die normalen Zustände der zusammengesetzten Atomkerne bei vorgegebenem Wert von A (d. h. bei vorgegebenem Atomgewicht) durch eine bestimmte Verteilung der Protonen und Neutronen auf die niedrigsten Energiezustände, die der gequantelten Bewegung der Nukleonen im Selfconsistent-Felde des Kerns entsprechen, charakterisiert werden können, ist es ganz natürlich, in analoger Weise auch die angeregten Zustände des Kerns zu beschreiben: Man bringt sie mit der Umbesetzung eines Teils der Protonen oder Neutronen auf höhere — gewöhnlich nicht besetzte — Energieniveaus in Zusammenhang, analog, wie dies in der Elektronentheorie der Metalle geschieht. Diese Vorstellung reicht aber nicht aus, da die Methode des Selfconsistent-Feldes ungenau und ihre Anwendbarkeit begrenzt ist. Wenn die Wechselwirkung zwischen den Elementarteilchen, aus denen das betrachtete System besteht, sehr stark ist, muß die Bewegung dieser Teilchen nicht als Summe individueller Bewegungen behandelt werden, sondern als Superposition von kollektiven Bewegungen, an denen sämtliche Teilchen teilnehmen. So können diese kollektiven Bewegungen z. B. in dem einfachsten Fall eines festen Körpers, der aus gleichen Atomen besteht, angenähert auf freie (oder „normale") Schwingungen der Atome zurückgeführt werden, die stehende Wellen von verschiedenem Typ bilden. Bei metallischen Körpern, die aus positiven Ionen und vergesellschafteten Elektronen bestehen, nehmen an der kollektiven Schwingungsbewegung der Ionen auch die Elektronen teil: Hierbei müssen den Elektronen aber noch eine Reihe von individuellen Freiheitsgraden zugeschrieben werden, die entsprechend den Forderungen der FERMI-Statistik mit ihren verschiedenen Verteilungen auf die individuellen Zustände zusammenhängen.

Bei zusammengesetzten Kernen, die man, wie wir gesehen haben, als Tropfen einer Art Kernflüssigkeit betrachten kann, ist die Bewegung der Nukleonen, aus denen sie bestehen, offenbar teils als individuell, teils aber als kollektiv anzusehen, so daß die Gesamtzahl der Freiheitsgrade gleich $3A$ ist.

Wenn man den Kern als ein Kontinuum betrachtet, können seine Schwingungen verschiedenen Charakter haben. Zunächst können diese Schwingungen bei konstantem Volumen (d. h. bei konstanter Dichte) des Kerns vor sich gehen und auf eine Änderung seiner Form hinauslaufen. Solche Schwingungen kann man als „kapillare" (oder „elektrokapillare") Schwingungen bezeichnen.

Die einfachste Schwingung dieser Art besteht darin, daß sich der Kern abwechselnd streckt und abplattet; man kann sie vom elektrischen Standpunkt

aus als Quadrupolschwingung behandeln, da das elektrische Dipolmoment bei einer solchen Deformation des Kerns gleich Null bleibt. Die Frequenz dieser „Grund"-Schwingung, die dem ersten Oberton bei den Schwingungen einer Saite oder eines Stabes entspricht, hat den kleinsten Wert ν_1. Die nun folgenden Schwingungen sind dadurch charakterisiert, daß der Kern in 3, 4 usw. Teile unterteilt ist, die mit den Frequenzen $\nu_2 > \nu_1$, $\nu_3 > \nu_2$ usw. in entgegengesetzten Phasen schwingen.

Wenn man den Einfluß der elektrischen Kräfte nicht berücksichtigt, kann man die Größenordnung von ν_1 mit Hilfe der Gleichung

$$\nu_1 \approx \sqrt{\frac{\sigma}{Am}}$$

abschätzen, die sich leicht aus Dimensionsbetrachtungen ergibt[1]) und aus der für $\sigma = 10^{20}$ erg/cm² und $A = 200$ folgt

$$\nu_1 \approx 5 \cdot 10^{20}\ \mathrm{sec}^{-1},$$

also $h\nu_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ erg $= 2$ MeV. Diese Energie ist etwa 300 mal so groß wie die Energie, die dem ersten Rotationsübergang der betreffenden Kerne entspricht. Unter Berücksichtigung der elektrischen Kräfte nimmt sie ab und wird für $A \approx 240$ gleich Null; diese Kräfte üben aber keinen merklichen Einfluß auf die Frequenzen der Schwingungen höherer Ordnung aus.

Es ist übrigens hervorzuheben, daß man sich außer den betrachteten Schwingungen, bei denen die Verteilung der Protonen und Neutronen im Kern gleichmäßig bleibt (wodurch die Möglichkeit ausgeschlossen ist, daß Schwingungen vom Dipoltyp auftreten) auch noch Schwingungen vorstellen kann, die mit einer höheren Konzentration der Protonen und einer entsprechend niedrigeren Konzentration der Neutronen in gewissen Teilen des Kerns auf Kosten anderer Teile verknüpft sind. Diese Schwingungen, bei denen nicht nur das Volumen, sondern auch die Form des Kerns unverändert bleibt, könnte man als Polarisationsschwingungen bezeichnen; unter diesen gibt es — als einfachste — auch eine Schwingung vom Dipoltyp. Die Frequenz dieser Dipolschwingung kann man dadurch abschätzen, daß man von der Zunahme der kinetischen und der elektrischen Energie der Protonen und Neutronen ausgeht, wenn die Protonen (verglichen mit ihrer gleichmäßigen Verteilung über das ganze Kernvolumen) hauptsächlich in der einen Hälfte und die Neutronen in der anderen Hälfte des Kerns konzentriert sind. Ohne auf diese Berechnung einzugehen, bemerken wir nur, daß die Frequenz der ersten (Dipol-)Polarisations-Schwingung ungefähr 10mal so groß ist wie die Frequenz der ersten (Quadrupol-)Kapillarschwingung[2]).

---

[1]) Die Dimension von σ ist gleich $g \cdot \mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{sec}^{-2}/\mathrm{cm}^2 = g \cdot \mathrm{sec}^{-2}$; also ist die Dimension von $\frac{\sigma}{Am}$ gleich sec^{-2} und die Dimension von $\sqrt{\frac{\sigma}{Am}}$ gleich sec^{-1}.

[2]) Diese Tatsache wurde zuerst von A. B. Migdal erkannt (*Anm. d. Red.*).

Schließlich kann der Kern ähnlich wie ein fester Körper noch elastische Schwingungen ausführen, die mit einer Änderung seines Volumens zusammenhängen; sie werden also durch seine Kompressibilität hervorgerufen, die sich bei gewöhnlichen Flüssigkeiten nur wenig von der Kompressibilität der entsprechenden festen Körper unterscheidet. Die Frequenz der ersten Schwingung dieser Art (der Grundschwingung) liegt ebenfalls mindestens um eine Größenordnung höher als die Frequenz der kapillaren Schwingungen[1]).

Wenn wir nun berücksichtigen, daß auch die kompliziertesten der bekannten Kerne aus einer verhältnismäßig kleinen Zahl von Elementarteilchen bestehen (nicht mehr als 242), daß sie also eine relativ kleine Zahl von Freiheitsgraden haben und daß ein gewisser Teil dieser Freiheitsgrade den Bewegungen vom individuellen Typ zugerechnet werden muß, so sehen wir, daß auf die kollektiven Bewegungen, selbst mit verhältnismäßig geringen Energien, nur eine kleine Zahl von Freiheitsgraden entfallen kann, die relativ kleinen Werten der Rotations- und Schwingungs-Quantenzahlen entspricht.

2. Der Begriff der Temperatur angeregter zusammengesetzter Atomkerne und die Kernexplosionen

Da es nicht möglich ist, ein detailliertes Bild von der Bewegung der Nukleonen in den Kernen, die sich in angeregten Zuständen befinden, zu entwerfen, ist es zweckmäßig, zu einer schematischeren Methode der Beschreibung dieser Zustände zu greifen, die darauf beruht, daß man auf die angeregten Kerne den Begriff Temperatur anwendet.

Der Begriff „Kerntemperatur" wurde 1936 vom Verfasser gerade zu diesem Zweck eingeführt, und zwar wegen der Analogie zwischen der Emission von Neutronen durch angeregte Kerne und der Verdampfung gewöhnlicher fester oder flüssiger Körper bei hohen Temperaturen. Hierbei muß man der Kerntemperatur wegen des riesigen Werts der „latenten Verdampfungswärme", bezogen auf ein Nukleon, selbst bei verhältnismäßig schwacher Anregung Werte von etwa Hundertmillionen und sogar Milliarden Grad zuschreiben (siehe nachstehend); dabei ist diese Temperatur doch als so niedrig anzunehmen, daß die Temperatur des Restkerns bei der Verdampfung eines Nukleons merklich fallen und die Temperatur des neugebildeten Kerns beim Einfang eines Neutrons merklich steigen kann (auf Kosten der hierbei freiwerdenden Kondensationsenergie).

Es ist hervorzuheben, daß der Begriff der Temperatur eines Kerns nur dann einen Sinn hat, wenn die Verteilung seiner Anregungsenergie auf die verschiedenen Freiheitsgrade eine Gleichgewichtsverteilung im gewöhnlichen statistischen Sinne des Wortes ist, also unverändert bleibt, wenn wir die stets auftretenden zeitlichen Fluktuationen außer acht lassen. Diese Bedingung

---

[2]) Н. Бор и Ф. Калькар, Усп. физ. наук. (N. Bohr und F. Kalckar, Fortschritte physik. Wiss., **20**, 1, 1938; N. Bohr und F. Kalckar, Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Math.-fys. Medd., XIV, 10 (1937.)

kann nur dann erfüllt sein, wenn die Anregungsenergie $\Delta W = E$ auf eine große Zahl von Freiheitsgraden verteilt wird, d. h., wenn sie groß ist, verglichen mit den minimalen Energiequanten $\varepsilon = h\nu$, die auf die einzelnen Freiheitsgrade entfallen. Hierbei ist es gar nicht nötig, diese Freiheitsgrade genauer zu kennzeichnen (z. B. als die entsprechende „individuelle" oder kollektive Bewegung der Nukleonen). Um die thermodynamischen Methoden anwenden zu können, ist es nötig, daß die Zahl der Freiheitsgrade groß genug und daß die „Relaxationszeit" des Kerns, d. h. die Zeit, in der sich die Gleichgewichtsverteilung der Anregungsenergie herausbildet, klein ist, verglichen mit seiner Lebensdauer im angeregten Zustand.

Um diese Methodik zu veranschaulichen, wenden wir sie zuerst auf den Fall der außerordentlich stark angeregtenKerne an. Eine solche Anregung wird unter natürlichen Verhältnissen dadurch hervorgerufen, daß irgendein Teilchen der kosmischen Strahlung, das eine genügend große Energie — von etwa hundertmillionen Elektronenvolt — besitzt, in das Innere eines Kerns eindringt. Dieses Teilchen kann z. B. ein Proton oder ein Neutron sein. Das schnelle Nukleon, das in den aus A Nukleonen bestehenden Anfangskern eindringt, bildet einen Kern, der aus $A + 1$ Nukleonen besteht und eine Anregungsenergie ΔW besitzt, die gleich der anfänglichen kinetischen Energie des eindringenden Nukleons ist. Wenn diese Energie etwa ein Bruchteil der Ruhenergie des Nukleons (d. h. 1000 MeV) ist, kann sie durch die gewöhnliche nichtrelativistische Formel

$$\Delta W = \frac{1}{2} m v^2$$

ausgedrückt werden.

Nach dem Impulssatz erhält der Schwerpunkt des neugebildeten Kerns hierbei eine Geschwindigkeit v' von der Größe $\frac{v}{A+1}$ und von derselben Richtung wie v. Subtrahieren wir von der Gesamtenergie ΔW die Energie der Bewegung des Schwerpunkts

$$\frac{1}{2} m (A + 1) v'^2 = \frac{m v^2}{2(A+1)},$$

so erhalten wir für die Energie der Relativbewegung der Teilchen des neugebildeten Kerns den Ausdruck:

$$\Delta W' = \frac{1}{2} m \frac{A}{A+1} v^2,$$

der für $A \gg 1$ dem Wert ΔW sehr nahe kommt.

Wenn die Energie ΔW (oder genauer $\Delta W'$) groß ist im Vergleich zu der latenten Verdampfungswärme des Kerns $(A + 1)\, U_0$, wo $U_0 = 0{,}008\, mc^2$ ist, so kann man annehmen, daß der Kern beim Einfang des Nukleons in demselben Sinne „explodiert", wie gewöhnliche Sprengstoffe explodieren, die in den gasförmigen Zustand übergehen. Hierbei ist die mittlere kinetische Energie eines jeden seiner Teilchen gleich

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{A+1} [\Delta W' - (A+1)\, U_0] = U_0 \left[\frac{1}{2} \frac{A}{(A+1)^2\, 0{,}008} \frac{v^2}{c^2} - 1\right].$$

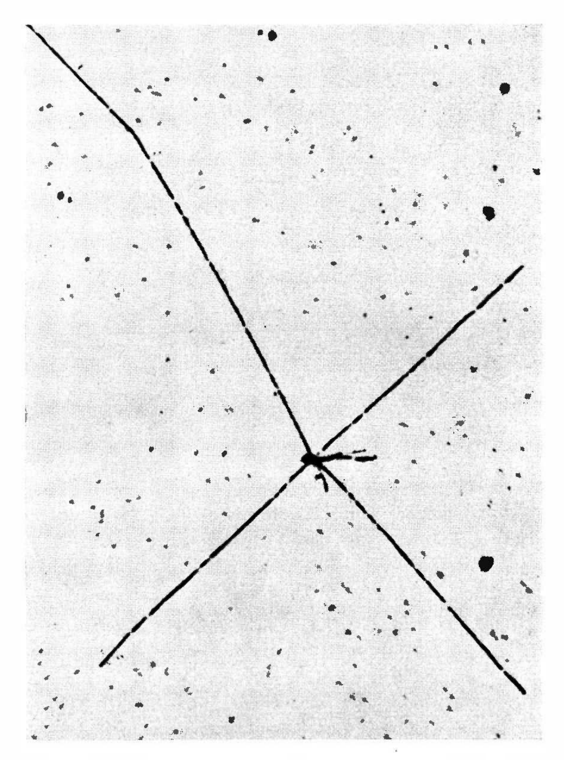


Abb. 33. Zertrümmerung eines schweren Kerns.
Zertrümmerung des Kerns — wahrscheinlich eines Silber- oder Bromkerns — durch ein Teilchen der kosmischen Strahlung. Es werden 4 Alpha-Teilchen mit einer Gesamtenergie von 64 MeV emittiert, zwei davon fliegen mit gleicher Energie nach entgegengesetzten Richtungen auseinander

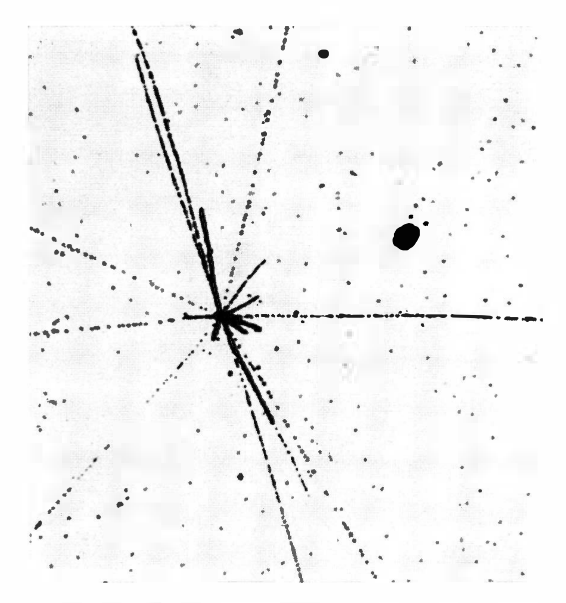


Abb. 34. Explosionszertrümmerung eines Kerns.
Zertrümmerung eines Kerns, wahrscheinlich eines Silberkerns, durch ein Teilchen der kosmischen Strahlung mit einer Energie von etwa 1000 MeV. Man kann die Spuren von 7 Protonen, 5 Alpha-Teilchen und einer großen Zahl schwererer Kernbruchstücke unterscheiden

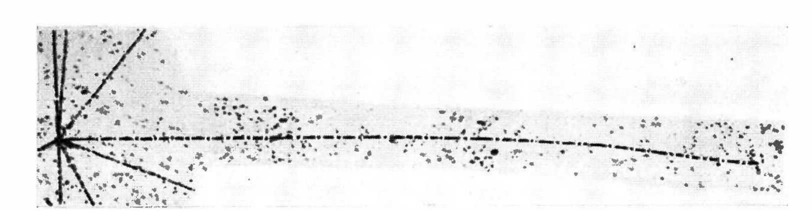


Abb. 35. „Stern" durch kosmische Strahlung.
Zertrümmerung eines schweren Kerns, bei der ein Alpha-Teilchen von großer Reichweite (mit einer Energie von 32 MeV) innerhalb der Emulsion bleibt. In gewöhnlicher Luft hätte das Alpha-Teilchen eine Reichweite von etwa 1 Meter.

Für $A = 20$ und $v = \frac{2}{3}\,c$ erhalten wir z. B.

$$\bar{\varepsilon} \approx 0{,}25\ U_0 = 2\ \text{MeV}.$$

Nach der Formel $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}\,kT$ entspricht diesem Wert eine Kerntemperatur von $T = 1{,}5 \cdot 10^{10}$, also 15 Milliarden Grad. Wegen der gemeinsamen Anfangsgeschwindigkeit $\frac{v}{A+1}$ müssen hierbei alle Protonen und Neutronen, in die der Kern zerfällt, vorzugsweise in ein und derselben Richtung, als eine Art von „Schauer", aus dem Kern hinausfliegen (wie es Abb. 32 zeigt). Wir bemerken, daß sich die mittlere quadratische Geschwindigkeit dieser Teilchen zu ihrer Gesamtgeschwindigkeit verhält wie $\sqrt{\frac{2\bar{\varepsilon}}{m}}$ zu $\frac{v}{A+1}$.

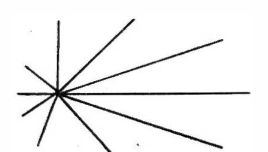


Abb. 32. Schema eines „Schauers", der durch die Zertrümmerung eines Kerns entsteht, wenn ein schnelles Teilchen in den Kern eindringt und von ihm eingefangen wird

Wenn die kinetische Energie des eindringenden Nukleons zum Verdampfen des ganzen Kerns nicht ausreicht, verdampft dieser nur zum Teil; dabei ist die Maximalzahl der verdampften Nukleonen A' durch die Gleichung $\Delta\, W' = A'\, U_0$ bestimmt. Tatsächlich muß diese Zahl etwas kleiner sein, so daß die Temperatur der „gasförmigen" Phase, die von diesen verdampften Nukleonen gebildet wird, gleich der Temperatur der übrigbleibenden „flüssigen" Phase wird. Ferner sind hierbei auch kompliziertere Zerfallsprozesse möglich, bei denen der Kern zuerst in etwas weniger große Kerne zerfällt (durch elektrokapillare Spaltung), die dann zum Teil verdampfen.

Die beschriebenen Vorgänge, die sich aus der theoretischen Behandlung der Frage ergeben, wurden von Shdanow, Lukirski u. a. sowie Powell und Occhialini tatsächlich beobachtet, und zwar mit Hilfe photographischer Platten mit einer dickeren Emulsionsschicht[1]); in dieser Schicht „demaskieren sich" die geladenen Teilchen, da die Bromsilberkörner, durch die sie hindurchfliegen, bei der Entwicklung ebenso zerlegt werden wie unter Einwirkung des Lichts. Hierbei wurde die vollständige Zertrümmerung („Verdampfung") der Kerne vom Sauerstoff, Kohlenstoff, Stickstoff, Silber und sogar vom Brom beobachtet; die Zahl der Protonenspuren, die von ein und demselben Punkt ausgehen, war gleich der Zahl der Protonen in den betreffenden Kernen. (Die Neutronen als Teilchen ohne Ladung werden von den Platten nicht registriert.) Es wurde auch eine unvollständige Zertrümmerung dieser Kerne beobachtet sowie ihr Zerfall in größere Bruchstücke, die dann teilweise verdampften; wir sprachen im vorstehenden schon darüber (Abb. 33—35).

---

[1]) Dicke Emulsionsschichten wurden erstmals von Marietta Blau und Hertha Wambacher (Wien 1937) verwendet. Sie haben unter Verwendung dieser Schichten die sogenannten „Sterne" entdeckt (*Anm. d. Übers.*).

In allen Fällen, wo diese Zertrümmerung durch schnelle „kosmische" Nukleonen hervorgerufen wurde, waren die Spuren der sekundären Teilchen (Protonen) vorwiegend nach einer Seite hin gerichtet.

In der letzten Zeit gelang es, außer derartigen photographischen Aufnahmen von Kernexplosionen auch analoge Bilder zu erhalten, bei denen die Protonen aber nach allen Seiten symmetrisch auseinanderfliegen. Diese sogenannten impulslosen „Sterne" erklären sich durch das Eindringen eines der in der kosmischen Strahlung vorkommenden negativ geladenen π-Mesonen in einen Kern. Die Versuche zeigen, daß derartige Mesonen, die (am Ende ihrer Reichweite) nur noch geringe Geschwindigkeit besitzen, bevor sie in den Kern eindringen, sich mit dem Kern verbinden, ähnlich wie Elektronen, die auf der einquantigen Bahn umlaufen. (Der Radius dieser Bahn beträgt für ein Meson nur den 280. Teil des Radius der Elektronenbahn, da die Masse des Mesons 280 mal so groß ist wie die Elektronenmasse.) Die mittlere Lebensdauer solcher auf der K-Bahn des Atoms eingefangenen π-Mesonen ist nicht größer als 10^{-9} sec; danach werden sie vom Kern absorbiert. Die hierbei freiwerdende Energie beträgt etwa 140 MeV und verursacht die impulslose Explosion des Kerns oder seine teilweise Verdampfung.

Die positiv geladenen π-Mesonen, die von den Atomkernen abgestoßen werden, dringen nicht in das Innere ein und beenden ihr Dasein außerhalb der Kerne, wobei sie in ein μ-Meson und ein Neutrino zerfallen. Die π-Mesonen spielen in der Theorie der Kernkräfte anscheinend eine große Rolle und haben (im freien Zustande) eine Lebensdauer von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ sec, während die Lebensdauer der leichteren μ-Mesonen ungefähr 100 mal so groß ist. Im Zusammenhang damit sind die in der kosmischen Strahlung aufgefundenen Mesonen verschiedener Massen zu erwähnen, deren Existenz dafür spricht, daß die Theorie der Mesonen noch viel komplizierter sein kann. Zur Zeit gibt es noch keine derartige vervollkommnete und verallgemeinerte Theorie dieser Teilchen. In den Jahren 1948 und 1949 gelang es zum erstenmal, die Entstehung von π-Mesonen unter der Einwirkung von Protonen und Alpha-Teilchen mit etwa 400 MeV Energie im Laboratorium zu beobachten.

3*. Die Abhängigkeit der Dichte der angeregten Energieniveaus von ihrer Anregungsenergie

Der Zusammenhang zwischen der Anregungsenergie der zusammengesetzten Kerne $\Delta W = E$ und ihrer Temperatur T (oder $\theta = kT$) kann nur auf Grund konkreter Vorstellungen über den Charakter ihrer Wärmebewegung bestimmt werden.

Wenn man diese Wärmebewegung als individuelle Bewegung der Nukleonen in einem gewissen Selfconsistent-Felde betrachtet, wenn man die Nukleonen also als ein gasförmiges System behandelt (ähnlich wie die freien Elektronen in

Metallen), so kann man die Energie W bei nicht zu hohen Temperaturen in der Form

$$W = W_0 + aT^2, \tag{1}$$

oder

$$E = aT^2 \tag{2}$$

darstellen. Hier ist a ein Proportionalitätsfaktor von der Größenordnung $A\,\frac{k^2}{\varepsilon_0}$ und ε_0 die maximale kinetische Energie der Nukleonen für $T = 0$. Von dieser Vorstellung ausgehend, leitete L. D. LANDAU[1]) für die Entropie S des angeregten Kerns folgende Gleichung ab $\left(\text{die unmittelbar aus der Beziehung } \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{1}{T} \text{ folgt}\right)$:

$$S = 2\sqrt{aE} = 2aT. \tag{3}$$

Aus dieser Gleichung folgt unter anderem, daß bei konstantem Volumen des Kerns (die Änderung dieses Volumens bei einer Anregung des Kerns kann vernachlässigt werden) die Entropie mit seiner spezifischen Wärme übereinstimmt.

Andererseits wird der Zusammenhang der Entropie mit dem statistischen Gewicht des Kerns, d. h. mit der Zahl G der verschiedenen Quantenzustände, in denen sich der Kern bei einer Energie von nahezu E befinden kann, durch die Gleichung

$$S = k \ln G$$

ausgedrückt. Da die Beziehung zwischen G und S logarithmischen Charakter hat, kann man in dieser Gleichung unter G die Zahl der angeregten Zustände verstehen, deren Energie nicht größer ist als E, die also im Intervall von 0 bis E liegt. Versteht man nun unter $G(E)$ diese Zahl, so kann man sie also mit Hilfe der Entropie durch die Gleichung

$$G = e^{\frac{S}{k}} \tag{4}$$

ausdrücken. Differenzieren wir diese Gleichung nach E, so erhalten wir

$$\frac{dG}{dE} = e^{\frac{S}{k}} \frac{dS}{k\,dE},$$

das heißt:

$$\frac{dG}{dE} = \frac{1}{kT} e^{\frac{S}{k}}. \tag{5}$$

Die linke Seite dieser Gleichung gibt die Zahl der verschiedenen Quantenzustände pro Einheit des Energieintervalls an, d. h. die „Dichte" der Quantenniveaus des Kerns.

Den reziproken Wert

$$\delta = \frac{dE}{dG} = kTe^{-\frac{S}{k}} \tag{5a}$$

[1]) Л. Д. Ландау, ЖЭТФ. (L. D. LANDAU, J. exp. theoret. Physik), 7, 819, 1937.

kann man als den mittleren Abstand zwischen den benachbarten angeregten Kernniveaus auf der Energieskala bezeichnen. Setzen wir in diese Gleichung für S den Ausdruck (3) ein, so erhalten wir

$$\delta = kTe^{-\frac{2aT}{k}}, \tag{6}$$

oder nach Gleichung (2):

$$\delta = k\sqrt{\frac{E}{a}}\, e^{-\frac{2\sqrt{aE}}{k}}. \tag{6a}$$

Ersetzen wir den Koeffizienten a durch seinen Wert $\frac{Ak^2}{\varepsilon_0}$, so nimmt diese Gleichung die Form an:

$$\delta = \sqrt{\frac{E\varepsilon_0}{A}}\, e^{-2\sqrt{\frac{AE}{\varepsilon_0}}}. \tag{7}$$

Hieraus folgt in völliger Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen, daß die Dichte der Niveaus in einem (aus A Nukleonen bestehenden) Kern mit zunehmender Anregungsenergie exponentiell zunimmt und daß der Abstand zwischen benachbarten angeregten Niveaus bei ein und demselben Wert der Anregungsenergie für die verschiedenen Kerne mit der Zunahme der Quadratwurzel aus der Zahl A exponentiell abnimmt. Um uns eine Vorstellung von dem absoluten Wert der Zahl δ bilden zu können, betrachten wir einen Kern mit dem Atomgewicht $A = 200$ und einer Anregungsenergie E von 1 MeV. Wenn wir bei der Berechnung von der Annahme ausgehen, daß die minimale DE BROGLIE-Wellenlänge der Nukleonen im Kern gleich dem Kerndurchmesser $2R$ ist, so wird die Energie ε_0 gleich $\frac{1}{2m}\left(\frac{h}{2R}\right)^2$; [1]) für $R = 10^{-12}$ und $m = 1{,}7 \cdot 10^{-24}$ ist also:

$$\varepsilon_0 = 3{,}2 \cdot 10^{-6}\,\text{erg} = 2\,\text{MeV}.$$

Das Verhältnis $\frac{E}{\varepsilon_0}$ ist in diesem Fall also ungefähr gleich $\frac{1}{2}$, und daher ist

$$2\sqrt{\frac{AE}{\varepsilon_0}} \approx \sqrt{2A} = 20.$$

Der Faktor vor der Exponentialfunktion in Gleichung (7) ist annähernd gleich 10^5 eV. In dem betrachteten Fall ist δ also ungefähr gleich $10^5 \cdot e^{-20} = 10^{-3,7}$ oder etwa 0,002 eV. Für $E = 1000$ eV erhalten wir analog

$$\delta = 3{,}2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-0,27} = 1700\,\text{eV},$$

der Abstand zwischen benachbarten Niveaus ist in diesem Fall also von der gleichen Größenordnung wie die eigene Höhe der Niveaus auf der Energieskala. Bei weiterer Abnahme der Anregungsenergie wird der Abstand zwischen den benachbarten Niveaus schon viel größer als die Anregungsenergie, d. h., diese Energie nimmt einen deutlich ausgeprägten diskreten Charakter an.

Wir kommen im folgenden Abschnitt noch auf diese Frage zurück; einstweilen bemerken wir nur, daß sich die oben angegebenen Folgerungen streng-

---

[1]) Dieser Ausdruck ergibt sich leicht aus der Gleichung $\lambda = \frac{h}{mv}$.

genommen nur auf zusammengesetzte Kerne beziehen, für die sie gemittelten statistischen Charakter haben. Der tatsächliche Gang der gequantelten Energieniveaus kann sich im einzelnen von dem oben angegebenen Verlauf wesentlich unterscheiden; im Mittel nähern sich die benachbarten Niveaus aber mit zunehmender Anregungsenergie in Übereinstimmung mit der LANDAUschen Gleichung (6) immer mehr.

Gegen die Voraussetzung, die der Ableitung dieser Gleichung zugrunde liegt, hat man Einwände erhoben. Wenn man z. B. annimmt, daß die Bewegung der Nukleonen im Kern im wesentlichen kollektiv ist, ähnlich wie die Schwingungsbewegung der Atome in festen oder flüssigen Körpern (wie ich es in meiner ersten Veröffentlichung von 1936[1]) voraussetzte), so ist die Gleichung (2) durch die Gleichung

$$E = b T^4 \tag{8}$$

zu ersetzen (STEFAN-BOLTZMANNsches Gesetz für niedrige Temperaturen); hieraus folgt dann:

$$S = \int \frac{dE}{T} = \frac{4}{3} b T^3 = \frac{4}{3} b^{1/4} E^{3/4} \tag{9}$$

und nach Gleichung (5a):

$$\delta = k \left(\frac{E}{b}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{4}{3k} b^{1/4} E^{3/4}} . \tag{10}$$

Die Gleichungen (10) und (6a) kommen einander praktisch sehr nahe, so daß auf Grund des empirischen Gesetzes der Abnahme des Abstandes zwischen benachbarten Niveaus bei zunehmender Anregungsenergie schwer zu entscheiden wäre, welche dieser beiden Gleichungen die wirklichen Verhältnisse besser wiedergibt.

Mit Hilfe der oben dargestellten Theorie kann man im Prinzip eine Reihe subtilerer Fragen lösen, insbesondere die Frage der mittleren kinetischen Energie der Neutronen, die von Kernen emittiert werden, wenn sie ein schnelles Proton, Neutron oder α-Teilchen eingefangen haben. Auf die Behandlung dieser Fragen wollen wir hier aber nicht eingehen.

4*. Die mittlere Lebensdauer der angeregten Zustände (die Breite der angeregten Niveaus)

Ein Kern kann sich nicht lange im angeregten Zustande befinden. Früher oder später muß er seine überschüssige Energie verlieren — entweder durch den direkten Übergang in den normalen Zustand oder aber in mehreren Etappen über verschiedene angeregte Zustände mit geringerer Energie. Diese „Desaktivierung“ des angeregten Kerns kann auf verschiedenen Wegen vor sich gehen, die letzten Endes auf die Emission irgendwelcher Teilchen hinauslaufen: Im einfachsten Fall sind es Photonen (also Gamma-Strahlen), in komplizierteren Fällen Mesonen

[1]) J. FRENKEL, Sow. Phys., 9, 553, 1936; Изв. АН СССР, сер. физич. (Nachr. Akad. Wiss. UdSSR, Phys. Ser.), 1936.

oder Elektron-Neutrino-Paare oder endlich schwere Teilchen — Protonen, Neutronen, Alpha-Teilchen usw. Im zuletzt genannten Fall wird die Desaktivierung des Kerns gewöhnlich als „Kernzerfall" bezeichnet. Dieser Ausdruck wird auch bei Beta-Umwandlungen und manchmal sogar bei der Emission von Gamma-Strahlen verwendet, obwohl von einem Zerfall im wirklichen Sinne dieses Wortes hierbei keine Rede sein kann, da der Kern seine Zusammensetzung nicht ändert.

Alle diese Desaktivierungsprozesse gehorchen ein und demselben Gesetz der „radioaktiven Umwandlung", das wir oben schon erwähnt haben; es läuft darauf hinaus, daß in einer kleinen Zeitspanne dt ein bestimmter Bruchteil $\frac{dt}{\tau}$ aller angeregten Kerne die betreffende Umwandlung erleidet. Die Größe τ ist ihre mittlere Lebensdauer im angeregten Zustande (in bezug auf die betreffende Umwandlung). Ihr reziproker Wert $\frac{1}{\tau} = \Gamma$, der die Geschwindigkeit der betrachteten Umwandlung charakterisiert, wird Konstante dieser Umwandlung genannt und kann als die auf die Zeiteinheit bezogene Wahrscheinlichkeit für diese Umwandlung bezeichnet werden.

Die Größe Γ läßt noch eine andere Deutung zu, die der vorhergehenden formal äquivalent ist, sich im Grunde genommen aber völlig von ihr unterscheidet: Ihr Produkt mit der PLANCKschen Konstanten h kann man als die „Breite" des betreffenden angeregten Niveaus betrachten. Hierbei handelt es sich um folgendes:

Sofern das gequantelte Energieniveau stationär ist, wird die Abhängigkeit der zugehörigen Wellenfunktion von der Zeit bekanntlich durch eine Gleichung von der Form

$$\psi = \psi^0 \, e^{-i 2\pi \frac{W}{h} t}$$

ausgedrückt, wo ψ^0 eine Funktion nur von den Koordinaten allein ist.

Die Tatsache, daß das betreffende Niveau mit der Zeit nicht erhalten bleibt, kann man formal ausdrücken, indem man seiner Energie einen komplexen Wert zuschreibt, d. h., indem man setzt

$$W = W^0 - i W',$$

wo W^0 und W' reelle positive Zahlen sind.

Unter diesen Bedingungen muß die Wahrscheinlichkeit des Zustandes, der durch die Funktion ψ beschrieben wird, im Laufe der Zeit nach der Gleichung

$$\int |\psi|^2 d V = \int |\psi^0|^2 \, d V e^{-\frac{4\pi W' t}{h}}$$

abnehmen.

Diese Gleichung gibt das allgemeine Gesetz der radioaktiven Umwandlung oder des Zerfalls wieder, wenn wir darin die Größe $4\pi W'$ mit $h\Gamma$ identifizieren. Andererseits ist leicht nachzuweisen, daß die Größe W' die Bedeutung der

effektiven Breite oder richtiger der Halbwertsbreite des reellen Energieniveaus mit dem Zentrum in W^0 hat. Hierzu betrachten wir die Zerlegung der Funktion

$$e^{-i\frac{2\pi W}{h}t} = e^{-\frac{2\pi W'}{h}t} e^{-i\frac{2\pi W^0}{h}t},$$

die die Abhängigkeit des ψ von der Zeit charakterisiert, in ein FOURIER-Integral für den Zeitraum von $t = 0$ bis $t = \infty$, wobei wir nur reelle Frequenzen ν oder Energien $h\nu$ im Auge haben. Hierbei erhalten wir:

$$e^{-i\frac{2\pi W}{h}t} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} A(\nu)\, e^{-i2\pi\nu t}\, d\nu,$$

wo die Amplitude $A(\nu)$ durch die Gleichung

$$A(\nu) = \int_0^\infty e^{-i2\pi\left(\frac{W}{h}-\nu\right)t}\, dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{-\frac{2\pi W'}{h}t + i2\pi\left(\frac{W^0}{h}-\nu\right)t}\, dt$$

bestimmt ist.

Für $W' > 0$ ist das letzte Integral konvergent und gleich

$$A(\nu) = -\frac{1}{2\pi\left[\frac{W'}{h} - i\left(\frac{W^0}{h} - \nu\right)\right]}.$$

Für das Quadrat des Moduls dieser Größe, der die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen (reellen) Werte von ν charakterisiert, erhalten wir also den Ausdruck

$$|A(\nu)|^2 = \frac{h^2}{4\pi^2}\frac{1}{(W^0 - h\nu)^2 + W'^2}. \tag{10a}$$

Er zeigt, daß das Maximum von $|A|^2$ dem Wert $h\nu = h\nu_0 = W^0$ entspricht und daß der Wert von $|A|^2$ bei $h\nu = W^0 \pm W'$ auf die Hälfte abnimmt. Hieraus ist zu ersehen, daß man die Größe $2\,W'$ als effektive Breite des angeregten Niveaus mit einer Energie von nahezu W^0 behandeln kann. Diese Breite ist infolgedessen gleich $\frac{h\Gamma}{2\pi}$ [1]).

Ohne auf eine weitere Vertiefung dieser Vorstellungen einzugehen, wollen wir als Veranschaulichung jetzt die sogenannte Strahlungsbreite der verschiedenen angeregten Kernzustände betrachten und gehen dabei aus von der Abschätzung der Wahrscheinlichkeit für den spontanen Übergang dieses Kerns aus dem angeregten Zustand in den normalen unter Emission eines Photons, d. h. von Gamma-Strahlen.

Nach dem BOHRschen Korrespondenzprinzip ist diese auf die Zeiteinheit bezogene Wahrscheinlichkeit im Fall der einfachsten „Dipol"strahlung, die

---

[1]) Einen direkteren Beweis dieser Gleichung kann man führen, wenn man die Zustände eines Teilchens in einem Potentialtopf betrachtet, aus dem dieses im Prinzip durch den Tunneleffekt nach außen hindurchsickern kann, wenn man die Breite der Niveaus als das Intervall derjenigen Energiewerte definiert, für die die Wellenfunktion im Innern des Topfes groß ist im Vergleich mit ihrem Wert außerhalb des Topfes (vgl. Я. И. Френкель, Волновая механика. [J. I. FRENKEL, Wellenmechanik], Teil I, S. 160—166).

von den angeregten Atomen ausgesandt wird, durch die Gleichung

$$\Gamma_{mk} = \frac{(4\pi)^4}{3c^3h} \, |P_{mk}|^2 \nu_{mk}^3 \tag{11}$$

bestimmt, wo P_{mk} das Matrixelement des elektrischen Moments dieses Atoms für den spontanen (Strahlungs-)Übergang aus dem Zustand m in den Zustand k ist[1]).

Im Fall eines Kerns, der als flüssiger geladener Tropfen behandelt wird, ist das elektrische Dipolmoment nur für Polarisationsschwingungen von Null verschieden, von denen wir im vorstehenden schon gesprochen haben. Für Schwingungen, bei denen die Volumverteilung der elektrischen Ladung gleichmäßig bleibt, ist das nichtverschwindende Moment der niedrigsten Ordnung das Quadrupolmoment. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit des Quadrupol-Übergangs zur Wahrscheinlichkeit des Dipol-Übergangs ist angenähert gleich $\left(\frac{2\pi R}{\lambda}\right)^2$, wo R der Radius des Kerns und λ die Wellenlänge des emittierten Lichts ist. Es ist zu bemerken, daß sich bei diesen Übergängen der Spin (der den Drehimpuls des Kerns charakterisiert) im Dipol-Fall um 1 ändert und im Quadrupol-Fall um 2. Wenn der Kern vor dem Übergang nicht rotiert, so muß er also nach dem Übergang außer der Schwingungsbewegung noch eine Rotationsbewegung ausführen, und zwar im ersten Fall mit dem Drehimpuls $\frac{h}{2\pi}$, und im zweiten mit $\frac{2h}{2\pi}$.

Ohne auf diese Einzelheiten einzugehen, versuchen wir jetzt die Größenordnung von Γ abzuschätzen. Hierzu bemerken wir, daß die Größe P_{mk}, wenn sie von Null verschieden ist, eine Größenordnung hat, die gleich dem Maximum von eR ist (wo e die Ladung des Protons ist). Der Wert von Γ_{mk} ist im Fall eines Dipolübergangs also ungefähr gleich $\left(\frac{(4\pi)^4}{3c^3h}\right)(eR)^2\nu_{mk}^3$. Für $h\nu_{mk} = 1$ MeV $= 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ erg (dies entspricht einer Frequenz von $\nu_{mk} \approx 2 \cdot 10^{20}$ sec^{-1} oder einer Wellenlänge von $\lambda \approx 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ cm) und $R \approx 10^{-12}$ cm erhalten wir infolgedessen:

$$\Gamma \approx 10^{17}\,\text{sec}^{-1}.$$

Unter diesen Verhältnissen ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit des Quadrupolübergangs ein Wert, der $\left(\frac{2\pi R}{\lambda}\right)^2 \approx 600$ mal kleiner ist. Wir sehen also, daß die Lebensdauer der angeregten Kerne in bezug auf Strahlungsübergänge $\tau = \frac{1}{\Gamma}$ außerordentlich klein ist.

Es ist übrigens zu bemerken, daß sie mit zunehmender Wellenlänge (also abnehmender Energie des Gamma-Photons) und höherem Multipol-Charakter der Strahlung, also Änderungen des Spin unseres Kerns bei diesem Strahlungsakt, stark zunimmt. Wenn die Strahlung z. B. Quadrupol-Charakter hat, aber eine Energie von 1000 eV statt 1 MeV, so nimmt die Wahrscheinlichkeit nach unseren

---

[1]) Vgl. z. B.: Я. И. Френкель, Волновая механика. (J. I. Frenkel, Wellenmechanik) Teil I, S. 202.

Ausführungen nicht auf den 600-ten Teil ab, sondern auf den $600 \cdot 10^6$-ten Teil, d. h., die Lebensdauer des Kerns im angeregten Zustande beträgt dann 10^{-7} sec. Wenn Δl (d. h. die Änderung der Drehimpuls-Quantenzahl) nicht gleich 2 ist, sondern etwa gleich 3, so nimmt Γ unter denselben Bedingungen schon auf den millionsten Teil ab, d. h. die mittlere Lebensdauer des angeregten Kerns erreicht ungefähr 1 sec.

Auf diese Weise erklärt sich das Vorkommen der Kern-Isomerie, die zuerst für künstlich radioaktive Elemente durch Arbeiten sowjetischer Physiker[1][2] aufgefunden wurde und die durch die Existenz von Kernen in einem metastabilen angeregten Zustande gekennzeichnet ist. Wir bemerken, daß die Desaktivierung derartiger Kerne gewöhnlich nicht durch Strahlung vor sich geht, sondern durch „innere Konversion" der überschüssigen Energie des Kerns, d. h. dadurch, daß diese Energie unmittelbar auf eines der kernnächsten Elektronen übertragen wird (da dieser Prozeß wahrscheinlicher wird als die gewöhnliche Ausstrahlung).

Wir wollen nicht auf die Abschätzung der Wahrscheinlichkeit für die Elektronen-Konversion (d. h. für die Umwandlung der Anregungsenergie des Kerns unmittelbar in Energie der Elektronen) eingehen und beschränken uns auf die Bemerkung, daß die Wahrscheinlichkeit dieser Prozesse ebenfalls abnimmt mit zunehmendem Drehimpuls (Spin), der vom Kern an das Elektron abgegeben wird, wenn auch weniger schnell als bei den gewöhnlichen Strahlungsübergängen.

Die Wahrscheinlichkeit der Übergänge, bei denen der angeregte Kern ein oder mehrere schwere Teilchen emittiert, kann angenähert berechnet werden, wenn man diese Übergänge als eine Verdampfung des erwärmten Kerns betrachtet und dabei von der Temperatur ausgeht, die der Anregungsenergie entspricht. Hierbei wird die Wahrscheinlichkeit für die Verdampfung eines Nukleons in der Zeiteinheit durch die Kerntemperatur T mit Hilfe einer Formel von derselben Art ausgedrückt wie die entsprechende Wahrscheinlichkeit für ein Tröpfchen einer gewöhnlichen Flüssigkeit, d. h.

$$\Gamma \sim e^{-\frac{U}{kT}},$$

wo U die Bindungsenergie des Nukleons im Kern ist.

Theoretische Berechnungen ergeben für Γ grob angenäherte Werte, die mit wachsender Temperatur (also Anregungsenergie) schnell zunehmen. Für $kT \approx 1$ MeV wird die entsprechende Lebensdauer $\left(\frac{1}{\Gamma}\right)$ für schwere Kerne sehr klein — von der Größenordnung 10^{-12} bis 10^{-14} sec. Die tatsächlichen Werte von Γ können experimentell bestimmt werden, indem man die inversen Prozesse untersucht, die sich auf die Absorption oder den Einfang der entsprechenden

[1]) I. W. Kurtschatow, B. W. Kurtschatow, L. W. Myssowski, L. I. Russinow und A. A. Jusefowitsch.

[2]) Die Isomerie wurde 1922 von Otto Hahn bei UX_2 und UZ entdeckt (*Anm. d. Übers.*).

Teilchen durch den Kern beziehen und die durch die „effektiven Querschnitte" der Kerne in bezug auf den Einfang dieser Teilchen charakterisiert werden (vgl. den folgenden Abschn.). Da die Breite der angeregten Kernniveaus mit zunehmender Anregungsenergie wächst und der Abstand zwischen den benachbarten Niveaus hierbei schnell abnimmt, fließen die Quantenniveaus des Kerns schon bei verhältnismäßig kleinen Anregungsenergien (von etwa 10000 eV) zu einem kontinuierlichen Spektrum zusammen. In einem derartigen Spektrum macht sich der Quantencharakter der Kernniveaus praktisch nicht bemerkbar, so daß man die hierher gehörigen Berechnungen nach der klassischen Theorie durchführen kann.

Es ist übrigens hervorzuheben, daß sich von diesem kontinuierlichen Untergrunde angeregte Niveaus abheben können, die ihren Quantencharakter behalten, obwohl ihre Energie Millionen Elektronenvolt beträgt. Die ihnen entsprechenden Bewegungen des Kerns haben deutlich ausgeprägten kollektiven Charakter, der sie von den niedrigeren Niveaus, in denen die Bewegung der Nukleonen mehr oder weniger individuell bleiben kann, wesentlich unterscheidet.

5*. Die effektiven Kernquerschnitte für Einfangprozesse der verschiedenen Teilchen

Jedem Desaktivierungsprozeß eines angeregten Kerns A^* durch Emission von ein oder mehreren Teilchen (darunter auch Photonen) entspricht der inverse Prozeß des Einfangs (oder der Absorption) dieser Teilchen durch den Kern A, der aus A^* bei seiner Desaktivierung entsteht.

Die Wahrscheinlichkeiten dieser einander entgegengesetzten Prozesse sind durch eine einfache Beziehung miteinander verknüpft, die sich daraus ergibt, daß sich die beiden Prozesse im Zustand des statistischen Gleichgewichts gegenseitig kompensieren.

Wir betrachten einen derartigen Zustand bei einer gewissen Temperatur T (die auf keinen Fall mit der Temperatur der Kerne selbst identifiziert werden darf) im Fall eines Systems S, das aus einer großen Zahl von Kernen A und A^* besteht sowie aus Teilchen a, die von den Kernen A^* ausgesandt werden, wenn sie in den Zustand A übergehen. Wir bezeichnen die Zahl der Kerne A und A^* mit N und N^* und die Zahl der Teilchen a (im ganzen Volumen V, das von dem System S eingenommen wird) mit n.

Die Zahl der direkten Prozesse

$$A^* \rightarrow A + a,$$

die in der Zeiteinheit stattfinden, ist gleich dem Produkt von N^* mit der Wahrscheinlichkeit Γ, die wir im vorigen Paragraphen betrachtet haben.

Die inversen Prozesse

$$A + a \rightarrow A^*$$

kommen durch Zusammenstöße zwischen (nichtangeregten) Kernen A und Teilchen a zustande, deren Impuls p ($= m\,v$) beliebige Werte von 0 bis ∞

annehmen kann. Den verschiedenen Werten von p entsprechen verschiedene Anregungsenergien von A^* nach der Gleichung

$$W^* = W + w,$$

wo w die kinetische Energie der Teilchen a ist.

Bei der Behandlung der Prozesse

$$A + a \rightleftarrows A^*$$

müssen die verschiedenen Werte von p und W^* daher einzeln berücksichtigt werden. Wir betrachten zunächst nur solche Teilchen a, deren kinetische Energie im Intervall $w, w + dw$ liegt, und die angeregten Kerne A^* mit Energien zwischen W^* und $W^* + dW^*$, wo $dW^* = dw$ ist, entsprechen. Die Zahl dieser Teilchen ist ebenso wie die Zahl der entsprechenden Kerne unendlich klein, so daß wir diese Zahlen mit dn und dN^* bezeichnen können.

Wir haben daher

$$dN^* \Gamma(W^*) = N \frac{dn}{V} v\sigma(v); \tag{12}$$

hier bezeichnet $\sigma(v)$ den „effektiven Querschnitt" des Kerns A mit Beziehung auf den Einfang eines Teilchens a, das die Geschwindigkeit v besitzt. (Hierbei haben wir seine relative Geschwindigkeit im Auge, d. h., wir betrachten die Kerne A und A^* als ruhend.)

Im Zustand des statistischen Gleichgewichts hängt das Verhältnis $\frac{1}{V} N \frac{dn}{dN^*}$ nicht von der Temperatur T ab und ist gleich dem Verhältnis der statistischen Gewichte der entsprechenden Zustände, d. h. gleich dem Verhältnis der Zahl der Quantenzustände, die die Kerne A, die Kerne A^* und die Teilchen a kennzeichnen. Wir haben also

$$\frac{N(dn/V)}{dN^*} = \frac{G}{dG^*} \cdot \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}, \tag{13}$$

oder, da $dw = v dp$ ist,

$$\frac{Nd\,(n/V)}{dN^*} = G \frac{4\pi p^2}{h^3 v} \frac{dw}{dG^*} = G \frac{4\pi p^2}{vh^3} \frac{dW^*}{dG^*}. \tag{14}$$

Aber, wie wir im vorstehenden (Abschn. 3) gesehen haben, ist die Größe $\frac{dW^*}{dG^*}$ gleich dem mittleren Abstand zwischen den benachbarten Niveaus des angeregten Kerns (auf der Energieskala). Bezeichnen wir ihn mit δ, setzen wir die vorstehende Formel in Gleichung (12) ein und setzen wir endlich $G = 1$, so erhalten wir also

$$\Gamma = \frac{4\pi p^2 \delta}{vh^3} v\sigma(v),$$

oder

$$\Gamma = \frac{4\pi p^2}{h^3} \delta\sigma(v). \tag{15}$$

Diese Gleichung gestattet, die „Breite" des angeregten Kernniveaus Γ aus dem mittleren Abstand δ zwischen seinen Niveaus und dem effektiven Querschnitt σ für den Einfang des entsprechenden Teilchens zu berechnen. Wir bemerken noch, daß die gewonnenen Gleichungen nicht nur für gewöhnliche nicht-

relativistische Teilchen gelten, sondern auch für relativistische Teilchen, deren Masse nach der Relativitätstheorie von der Geschwindigkeit abhängt (da die Beziehung $dw = v\,dp$ sowohl in der klassischen als auch in der relativistischen Mechanik erfüllt ist). Daher sind sie auch auf den Grenzfall der Photonen anwendbar.

Wenn der angeregte Kern auf verschiedene Weise desaktiviert werden kann, z. B. durch Emission eines Photons, eines Elektron-Neutrino-Paares oder endlich eines schweren Teilchens, so kann er auch durch verschiedene Prozesse gebildet werden, die zu den vorigen Prozessen invers sind. Die Beziehung (15) bleibt für ein jedes einzeln genommene Paar derartiger Prozesse in Kraft.

6*. Das allgemeine Schema der direkten und der inversen Kernreaktionen und die Beziehung zwischen ihren effektiven Querschnitten

Das im vorigen Abschnitt behandelte Schema der Kernprozesse, das mit dem „Zerfall" des angeregten Kerns oder mit seiner Entstehung durch den Einfang irgendeines Teilchens durch einen nichtangeregten Kern zusammenhängt, ist in dem Sinne unvollständig, daß ein jeder Prozeß mit nichtangeregten Teilchen beginnen und mit denselben oder anderen, ebenfalls nichtangeregten Teilchen endigen muß. Der angeregte Zustand ist nur eine Zwischenepisode beim Übergang von einem nichtangeregten Zustand zu einem anderen und ist nur von begrenzter Lebensdauer. Daher muß jede Kernreaktion nach folgendem vollständigem Schema ablaufen

$$A + a \rightleftarrows C^* \rightleftarrows B + b;$$

hier sind A und B zwei nichtangeregte Kerne, a und b die Teilchen, durch deren Einfang sich diese Kerne in den „zusammengesetzten Kern" C^* umwandeln, der sich im angeregtenZustande befindet (dies wird durch den Stern angedeutet).

Die Prozesse

$$A + a \rightarrow C^*$$

und

$$C^* \rightarrow B + b$$

sind „ungesetzlich". Gesetzlich kann nur der Prozeß

$$A + a \rightarrow B + b$$

sein, der über den Zwischenzustand C^* verläuft.

Diese Überlegungen beziehen sich nicht nur auf Kernreaktionen, sondern auch auf gewöhnliche Atomprozesse. So ist z. B. die Anregung eines Atoms bei der Absorption von Licht nur die eine Hälfte eines gesetzmäßigen Aktes, der in der Absorption des Lichts und seiner anschließenden Emission (unter Änderung der Richtung und im allgemeinen auch der Frequenz) oder der nachfolgenden Emission eines Elektrons, also der Ionisation des Atoms, usw. besteht.

Im Fall der Kernreaktionen kann das vorstehende Schema durch einen Prozeß veranschaulicht werden, der etwa im Einfang eines Protons a durch den

Kern A besteht mit anschließendem Zerfall des entstandenen „zusammengesetzten“ Kerns in ein leichteres Isotop und ein freies Neutron.

Jede Reaktion von dem betrachteten Typ kann durch einen bestimmten effektiven Querschnitt σ gekennzeichnet werden, der von der Geschwindigkeit (oder der Energie) des eingefangenen Teilchens abhängt. Hierbei besteht zwischen dem effektiven Querschnitt der direkten Reaktion

$$A + a \to C^* \to B + b,$$

den wir mit σ_{ab} bezeichnen, und dem der inversen Reaktion

$$B + b \to C^* \to A + a,$$

den wir mit σ_{ba} bezeichnen, eine einfache Beziehung, die wir zunächst ableiten wollen.

Diese Beziehung kann ebenso wie die Beziehung (15), die wir im vorigen Abschnitt erhalten haben, auf statistischem Wege abgeleitet werden; dabei gehen wir von dem Prinzip der gegenseitigen Kompensation der entgegengesetzten Prozesse im Zustand des statistischen Gleichgewichts eines Systems aus, das von den Kernen A, B und den Teilchen a, b (sowie den Produkten ihrer paarweisen Verbindung C^*) bei einer gewissen „äußeren“ Temperatur T gebildet wird.

Die Zahl der Prozesse

$$A + a \to B + b$$

in der Zeiteinheit ist gleich dem Produkt von $N_A d\left(\frac{n_a}{V}\right)$, wo dn_a die Zahl der Teilchen a ist, deren Impulse p_a in dem unendlich kleinen Intervall dp_a liegen, mit $v_a \sigma_{ab}(v_a)$, wo $\sigma_{ab}(v_a)$ der effektive Querschnitt für den Einfang eines Teilchens a gerade mit diesem Impuls durch den Kern A ist. Analog bestimmt sich die Zahl der Einfänge von Teilchen b durch die Kerne B. Wir haben daher im Gleichgewichtszustand

$$N_A d\left(\frac{n_a}{V}\right) v_a \sigma_{ab}(v_a) = N_B d\left(\frac{n_b}{V}\right) v_b \sigma_{ba}(v_b). \tag{16}$$

Ferner gilt hierbei nach den allgemeinen Gesetzen der statistischen Theorie

$$\frac{N_A dn_a}{N_B dn_b} = \frac{G_A dg_a}{G_B dg_b}, \tag{17}$$

wo G und dg die entsprechenden statistischen Gewichte sind.

Nehmen wir an, $G_A = G_B = 1$ (da die Kerne A und B nicht angeregt sind) und weiter

$$dg_a = V\,\frac{4\pi p_a^2 dp_a}{h^3} \text{ und } dg_b = V\,\frac{4\pi p_b^2 dp_b}{h^3},$$

so erhalten wir

$$\frac{v_a \sigma_{ab}(v_a)}{v_b \sigma_{ba}(v_b)} = \frac{N_B dn_b}{N_A dn_a} = \frac{dg_b}{dg_a} = \frac{p_b^2 dp_b}{p_a^2 dp_a},$$

oder, da

$$v_a dp_a = v_b dp_b = dw$$

(da die Energie bei der betrachteten Reaktion erhalten bleibt)

$$\frac{\sigma_{ab}(v_a)}{\sigma_{ba}(v_b)} = \frac{p_b^2}{p_a^2}. \tag{18}$$

Ersetzen wir in dieser Gleichung den Impuls der Teilchen a und b durch die entsprechenden (DE-BROGLIE-)Wellenlängen $\lambda = \frac{h}{p}$, so erhalten wir abschließend

$$\frac{\sigma_{ab}(v_a)}{\sigma_{ba}(v_b)} = \frac{\lambda_a^2}{\lambda_b^2}, \tag{18a}$$

d. h., die effektiven Querschnitte für die entgegengesetzten Kernreaktionen sind proportional den Quadraten der DE-BROGLIE-Wellenlängen, welche die relative Bewegung der entsprechenden Teilchen kennzeichnen (a relativ zu A oder b relativ zu B).

Hierbei ist zu beachten, daß die Geschwindigkeiten v_a und v_b durch eine Beziehung miteinander zusammenhängen, die sich daraus ergibt, daß die Energie des Systems $A + a$ und $B + b$ die gleiche ist.

Zur Veranschaulichung der Beziehung (18a) wenden wir sie auf den Fall an, bei dem das Teilchen a ein Neutron ist und das Teilchen b ein Photon. In diesem Fall ist die Reaktion

$$A + a \to C^* \to B + b$$

ein „Strahlungseinfang" eines Neutrons (das im Kern C durch Abgabe der überschüssigen Energie in Form eines Photons stabilisiert wird) und die Reaktion

$$B + b \to C^* \to A + a$$

ist der inverse Prozeß des „Photoneutron"-Zerfalls des Kerns B (d. h. der Zerfall des Kerns B durch den Einfang des Photons b in den Kern A und ein Neutron).

Wir wollen annehmen, daß es sich um den Einfang eines langsamen (thermischen) Neutrons handelt, dessen Geschwindigkeit v_a einer Energie von etwa 0,03 eV entspricht, also einer DE-BROGLIE-Wellenlänge λ_a von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ cm. Beim Einfang eines solchen Neutrons erhält der neugebildete Kern eine Anregungsenergie von der Größenordnung 8 MeV, die in Form von Gamma-Strahlen mit einer Wellenlänge λ_b von etwa $2 \cdot 10^{10}$ bis $2 \cdot 10^{11}$ cm emittiert wird. Hieraus folgt, daß das Verhältnis $\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{ba}}$ in diesem Fall ungefähr gleich 10^6 ist. Der effektive Querschnitt für den Einfang eines langsamen Neutrons ist also millionenmal so groß wie der effektive Querschnitt für den Photon-Neutron-Effekt in dem Kern B unter dem Einfluß von Gamma-Strahlen der entsprechenden Wellenlänge.

7. Resonanzeffekte bei Kernreaktionen

Wenn die Energie, die der Kern

$$C^* = A + a$$

durch die kinetische Energie des Teilchens a sowie durch die bei seiner Vereinigung mit A freiwerdende potentielle Energie erhält, nahezu gleich einem der Quantenniveaus des Kerns C^* ist, so besitzt der effektive Querschnitt des Kerns A mit Beziehung auf den Einfang von a ein scharf ausgeprägtes Maximum;

dieses Maximum kann einen Wert erreichen, der nahezu gleich dem Quadrat der DE-BROGLIE-Wellenlänge des Teilchens a für die entsprechende Geschwindigkeit (vor dem Zusammenstoß) ist. Dieser „Resonanzeffekt" tritt natürlich nur dann ein, wenn die Breite des angeregten Niveaus von C^* genügend klein ist, verglichen mit seinem Abstand von den benachbarten Niveaus. Im entgegengesetzten Fall ist der Quantencharakter der Niveaus praktisch nicht zu erkennen. Außerdem hängt der Maximalwert des effektiven Querschnitts σ_{ab} davon ab, auf welche Weise der angeregte Kern C^* desaktiviert wird oder zerfällt. Wenn diese Desaktivierung auf einem einzigen Wege vor sich geht — durch den inversen Zerfall von C^* in A und a —, hat der maximale effektive Querschnitt σ_{ab} die Größenordnung λ_a^2 und kann daher um ein vielfaches größer sein als der geometrische Querschnitt (πR_A^2) des Kerns A. Wenn C^* aber außer diesem inversen Zerfall noch auf irgendeine andere Weise, zum Beispiel in $B + b$, zerfallen kann, so ist der eine der Partialquerschnitte σ_{aa} oder σ_{ab} — obwohl der summarische effektive Querschnitt von A in bezug auf die beiden Zerfallstypen $\sigma_a = \sigma_{aa} + \sigma_{ab}$ seinen früheren Maximalwert beibehält — gewöhnlich viel kleiner als der andere. Das Verhältnis $\frac{\sigma_{aa}}{\sigma_{ab}}$ ist in diesem Fall nämlich gleich $\frac{\Gamma_a}{\Gamma_b}$, so daß gilt:

$$(\sigma_{aa})_{\max} \sim \lambda_a^2 \frac{\Gamma_a}{\Gamma_a + \Gamma_b}, \quad (\sigma_{ab})_{\max} = \lambda_a^2 \frac{\Gamma_b}{\Gamma_a + \Gamma_b}.$$

Diese Verhältnisse können am Beispiel der Streuung des Lichts veranschaulicht werden; diese Streuung kann man als eine Reaktion von der Art

$$A + a \rightarrow C^* \rightarrow A + a$$

beschreiben, wenn wir unter a ein Photon verstehen und unter C^* das angeregte Atom. Hierbei haben wir die kohärente (RAYLEIGH-)Streuung des Lichts im Auge, bei der die Frequenz der Schwingungen unverändert bleibt. Im Fall der Kombinations-Streuung (also des RAMAN-Effekts) ist das gestreute Photon b von dem einfallenden Photon a verschieden; dementsprechend sind auch der Ausgangszustand und der Endzustand des streuenden Teilchens — des Atoms oder des Kerns — voneinander verschieden.

Unter der Resonanz-Streuung des Lichts versteht man die Streuung, die mit der Absorption eines Resonanzphotons zusammenhängt, d. h. eines Photons der Energie $h\nu$, die genau oder angenähert gleich der Anregungsenergie $W_2 - W_1$ des betrachteten Teilchens ist, wobei W_1 die Energie im Ausgangszustand, W_2 die Energie im Endzustand und ν die Frequenz des einfallenden Lichtes ist. Diesen Prozeß betrachtet man gewöhnlich als zwei aufeinanderfolgende Akte, von denen der erste mit der Absorption des Photons, d. h. mit der optischen Anregung des Teilchens, zusammenhängt und der zweite mit der nachfolgenden Emission, die nach einer gewissen Zeit, der mittleren Lebensdauer $\tau_a = \frac{1}{\Gamma_a}$, erfolgt.

Wenn sich die Energie $h\nu$ des Photons von der Anregungsenergie $W_2 - W_1$ erheblich unterscheidet, gilt die Zerlegung der Streuung des Photons in zwei voneinander unabhängige Akte — die Absorption und die Emission — gewöhnlich

als unzulässig, da in dem Zwischenzustand das Gesetz von der Erhaltung der Energie nicht erfüllt ist (sofern man nicht die Energie der Wechselwirkung zwischen dem Photon und dem streuenden System einführt). Im Prinzip hängt der Charakter der Streuung aber nicht davon ab, wie genau die Gleichung $h\nu = W_2 - W_1$ erfüllt ist; hiervon hängt nur die Intensität des Streulichts ab, d. h. in der Sprache der Quantentheorie: die Wahrscheinlichkeit der Streuung oder, was auf dasselbe hinauskommt, der effektive Streuquerschnitt σ. Bei genauer Resonanz nimmt der Streuquerschnitt einen maximalen Wert an, der nach der Größenordnung gleich dem Quadrat der Lichtwellenlänge ist. Was den Minimalwert von σ betrifft, so ist σ z. B. im Fall der Streuung des Lichts an freien Elektronen der Größenordnung nach gleich dem Quadrat des Radius, den man (ausgehend von der elektromagnetischen Theorie der Elektronenmasse) dem Elektron zuschreibt, also von

$$\frac{e^2}{m c^2} \approx 10^{-13}\,\mathrm{cm}.$$

Diese Ergebnisse können am einfachsten mit Hilfe der klassischen Theorie der Lichtstreuung durch ein gebundenes Elektron abgeleitet werden, d. h. durch ein Elektron, das von einem gewissen ruhenden Zentrum angezogen wird mit einer Kraft, die seiner Verschiebung aus diesem Zentrum direkt proportional ist. Wirken gar keine anderen Kräfte, so führt das Elektron nach der Gleichung

$$m \frac{d^2 x}{d t^2} + f x = 0 \tag{19}$$

freie (oder „Eigen"-)Schwingungen aus, wo m seine Masse ist und f der Koeffizient der quasielastischen Kraft.

Die Frequenz ν_0 der Eigenschwingungen, die es hierbei ausführt, wird, wenn man die Strahlungsrückwirkung (d. h. die Strahlungsdämpfung, siehe nachstehend) vernachlässigt, durch die Gleichung

$$2\pi\nu_0 = \omega_0 = \sqrt{\frac{f}{m}}$$

ausgedrückt.

Wenn man berücksichtigt, daß bei der Schwingungsbewegung des Elektrons elektromagnetische Wellen ausgesandt werden, die in 1 sec die elektromagnetische Energie $\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\left(\frac{d^2 x}{d t^2}\right)^2$ entführen, so muß man annehmen, daß das Elektron eine zusätzliche „dämpfende Kraft" von der Größe $-\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^3 x}{d t^3}$ oder $\frac{2 e^2}{3 c^3}\omega_0^2\frac{d x}{d t}$ erfährt, die (bei vorgegebenem Wert von ω_0) also der Geschwindigkeit $\frac{d x}{d t}$ proportional und entgegengesetzt gerichtet ist. Unter diesen Umständen nimmt die Gleichung der freien Schwingungen die Form an

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + \omega_0^2 x - \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3 m}\frac{d^3 x}{d t^3} = 0. \tag{20}$$

Diese Gleichung charakterisiert keine sinusförmigen, sondern gedämpfte Schwingungen, die angenähert in der Form

$$x = x_0 e^{i(\omega_0 + i\omega')t} = x_0 e^{-\omega' t} e^{i\omega_0 t} \tag{21}$$

geschrieben werden können, wo $\omega' \ll \omega_0$ das Dekrement der Dämpfung ist. Setzen wir den vorstehenden Ausdruck in die Gleichung (20) ein, so erhalten wir:

$$-(\omega_0 + i\omega')^2 + \omega_0^2 + i\,\frac{2e^2}{3c\,m}(\omega_0 + i\omega')^3 = 0,$$

oder in erster Näherung:

$$\omega' = \frac{1}{3}\,\frac{e^2\omega_0^2}{c^3 m}\,. \tag{22}$$

Identifizieren wir $\frac{e^2}{c^2 m}$ mit dem Radius des Elektrons r_0, so sehen wir, daß das Dekrement der Dämpfung ω' in der Form

$$\omega' = \frac{1}{3}\,\frac{r_0\omega_0^2}{c} \tag{22a}$$

geschrieben werden kann. Die Größe $\frac{c}{r_0}$ ist gleich der Frequenz der Lichtschwingungen mit einer Wellenlänge, die annähernd gleich dem Radius des Elektrons ist. Bezeichnen wir sie mit $\omega_{\max}$, so erhalten wir

$$\omega' = \frac{1}{3}\,\frac{\omega_0^2}{\omega_{\max}}\,.$$

Solange $\omega_0 \ll \omega_{\max}$ ($\approx 10^{24}\,\mathrm{sec}^{-1}$) ist, kann man die vorstehenden (bei der Bestimmung von ω') verwendeten Annäherungen also als berechtigt ansehen.

Die gedämpften Schwingungen des Elektrons, die die Gleichung (21) charakterisiert, kann man mit Hilfe des FOURIER-Integrals

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} x_\omega e^{-i\omega t}\,d\omega$$

als eine Superposition von ungedämpften Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen von Null bis unendlich darstellen.

Hierbei ist die effektive Breite des betrachteten Spektrums, das dem Intervall der Frequenzen ω entspricht, in dem das Quadrat der Amplitude $|x_\omega|^2$ von dem Maximalwert bis auf die Hälfte abnimmt, wie wir im vorstehenden schon nachgewiesen haben (Abschn. 3), gleich ω'. Diese Größe oder genauer ihr doppelter Wert $2\omega'$ kann also mit der effektiven Breite Γ der Spektrallinie identifiziert werden, die das Elektron bei seinen freien Schwingungen aussendet.

Zugleich sehen wir in voller Übereinstimmung mit unseren vorstehenden Ausführungen, daß die Größe $1/\Gamma$ die mittlere Dauer dieser Ausstrahlung darstellt (d. h. in der Sprache der Quantentheorie: die mittlere Verweilzeit des Elektrons im angeregten Zustande, wenn es beim Übergang in den Normalzustand die Linie ω_0 emittiert).

Wir betrachten nun die erzwungenen Schwingungen, die das Elektron unter der Einwirkung einer einfallenden Lichtwelle mit der Kreisfrequenz ω ausführt,

deren elektrischer Vektor $E = E_0 e^{-i\omega t}$ parallel zur x-Achse ist. Die Bewegungsgleichungen des Elektrons nehmen hierbei folgende Form an:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + \omega_0^2 x - \frac{2}{3} \frac{e^2}{c^3 m} \frac{d^3 x}{d t^3} = \frac{e}{m} E_0 e^{-i\omega t}.$$

Setzen wir hier $x = x_0 e^{-i\omega t}$, so erhalten wir für die komplexe Amplitude der erzwungenen Schwingungen den Ausdruck:

$$x_0 = \frac{e}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - i \frac{2}{3} \frac{r_0}{c} \omega^3}. \tag{23}$$

Wenn nun ω nahezu gleich ω_0 ist, kann man diesen Ausdruck nach Gleichung (22a) in der Form schreiben:

$$x_0 = \frac{e}{m\omega_0} \frac{E_0}{\omega_0 - \omega - 2i\omega'}. \tag{23a}$$

Die Energie, die das Elektron in der Zeiteinheit streut, ist gleich

$$\frac{e^2 \omega^4}{3c^3} |x_0|^2,$$

da

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

und

$$\overline{\left(\frac{d^2 x}{d t^2}\right)^2} = \frac{1}{2} \omega^4 |x_0|^2.$$

Andererseits ist die Energie der Lichtschwingungen, die von einer zur Richtung der primären Strahlen senkrechten Fläche σ in 1 sec absorbiert wird, gleich dem Produkt von σ mit $cE_0^2/4\pi$. Setzen wir sie gleich der Energie, die das Elektron in derselben Zeit streut, so erhalten wir für den effektiven Querschnitt der Lichtstreuung durch ein gebundenes Elektron als Funktion der Schwingungsfrequenz ω den Ausdruck:

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2 \omega^4}{c^4} \frac{|x_0|^2}{E_0^2},$$

also

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{e^4}{m^2 c^4} \frac{\omega^4}{\omega_0^2} \frac{1}{|\omega_0 - \omega - 2i\omega'|^2},$$

oder da $\omega \approx \omega_0$ ist:

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} r_0^2 \frac{\omega_0^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + 4\omega'^2}. \tag{24}$$

Im Grenzfall für $\omega = \omega_0$ (genaue Resonanz) geht diese Gleichung über in

$$\sigma_{\max} = \frac{\pi}{3} \frac{r_0^2 \omega_0^2}{\omega'^2},$$

oder nach (22a) in

$$\sigma_{\max} = 3\pi \frac{c^2}{\omega_0^2},$$

d. h., da $\frac{c}{\omega_0} = \frac{c}{2\pi\nu_0} = \frac{\lambda_0}{2\pi}$, wobei λ_0 die Wellenlänge des Lichts mit der Kreisfrequenz ω_0 ist,

$$\sigma_{\max} = \frac{3}{4\pi} \lambda_0^2. \tag{24a}$$

Wir bemerken, daß man die Gleichung (24) in der Form

$$\sigma = \frac{12\pi c^2}{\omega_0^2} \frac{\omega'^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + 4\omega'^2}$$

schreiben kann oder

$$\sigma = \frac{3}{\pi} \lambda_0^2 \frac{\omega'^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + 4\omega'^2}. \tag{25}$$

In dieser Form ist die Abhängigkeit des effektiven Querschnitts σ von der Frequenz ω (oder richtiger von der Differenz $\omega - \omega_0$) besonders deutlich ausgeprägt.

Die Wellenlänge des Lichts beträgt etwa 10^{-5} cm. Dementsprechend ist der maximale Resonanzquerschnitt der Atome mit Beziehung auf die Streuung dieser Wellen gleich 10^{-10} cm², d. h. ungefähr 10^6mal so groß wie ihr gaskinetischer Querschnitt. Daraus erklärt sich, daß die Resonanzstrahlung selbst für verdünnte Gase nicht von außen (durch die Glas- oder Quarzwand des Gefäßes, in dem sich das Gas befindet) in das Innere des Gases eindringen kann, da sie von einer ganz dünnen Oberflächenschicht vollständig reflektiert wird.

Analoge Effekte können bei der Resonanzstreuung von Gamma-Strahlen verhältnismäßig großer Wellenlänge durch Atomkerne auftreten. So ist der maximale Resonanzquerschnitt der Kerne für $h\nu = 10^5$ eV, was $\lambda_a = 10^{-9}$ cm entspricht, z. B. gleich 10^{-18} cm², also ungefähr 10^6mal so groß wie ihr eigentlicher geometrischer Querschnitt πR_A^2 [1]).

Die Gleichung (25) bezieht sich auf die kohärente (RAYLEIGH-) Streuung ($\sigma = \sigma_{aa}$). Unter Berücksichtigung der inkohärenten (RAMAN-)Streuung ($\sigma = \sigma_{ab}$) muß sie in folgender Weise abgeändert werden: Die Größe $2\omega' = \Gamma_a$ im Nenner der Gleichung (25) ist durch die Summe $(\Gamma_{aa} + \Gamma_{ab} + \cdots)$ zu ersetzen; im Zähler ist ω'^2 durch das Produkt $\frac{1}{2}\Gamma_{aa}$ mal $\frac{1}{2}\Gamma_{ab}$ zu ersetzen, wenn das Photon b emittiert und das Photon a absorpiert wird. Wir erhalten also:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{aa} &= \frac{3}{\pi} \lambda_a^2 \frac{\Gamma_a^2/4}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma_{aa} + \Gamma_{ab} + \cdots)^2}, \\ \sigma_{ab} &= \frac{3}{\pi} \lambda_a^2 \frac{\Gamma_{aa}\Gamma_{ab}/4}{(\omega_0 - \omega)^2 + (\Gamma_{aa} + \Gamma_{ab} + \cdots)^2} \end{aligned}\right\} \tag{25a}$$

usw.

Diese Gleichungen lassen sich mit einer unwesentlichen Änderung des Zahlenfaktors auf alle Kernreaktionen anwenden, d. h. bei beliebiger Natur der Teil-

[1]) Der geometrische Querschnitt hat die Größenordnung 10^{-24}cm². Man nimmt diese Größe als Einheit des Wirkungsquerschnittes bei Kernprozessen und bezeichnet sie mit Barn, abgekürzt b. Ein Wirkungsquerschnitt von 10^{-18}cm² entspricht also 10^6b. Es ist weiter 1 Millibarn = 1 mb = 10^{-3}b und 1 Mikrobarn = 1 μb = 10^{-6}b (*Anm. d. Übers.*).

chen a und b. Man könnte sie ableiten, wenn man von der Vorstellung ausgeht, daß den Teilchen a besondere a-Wellen entsprechen, die in dem Kern A erzwungene Schwingungen vom Typ b hervorrufen können, bei denen also b-Wellen emittiert werden. Dieser Standpunkt, bei dem die Wellenvorstellungen (für die a- und b-Wellen) mit Korpuskularvorstellungen (für die Kerne A und B) kombiniert werden, ist in gewissem Sinne inkonsequent. Aber diese Inkonsequenz führt in der Optik zu richtigen Ergebnissen, wenn man jedes Atom (oder jeden Kern) als eine Gesamtheit von virtuellen harmonischen Oszillatoren behandelt mit Frequenzen, die durch die Bohrschen Bedingungen und durch passend gewählte „Oszillatorstärken" bestimmt sind[1]).

Natürlich ist einer solchen „gemischten" Beschreibung der Vorgänge im Prinzip ihre konsequente Beschreibung entweder vom reinen Wellenstandpunkt oder vom reinen Korpuskularstandpunkt aus vorzuziehen, bei dem man also das Licht und die Elektronen gleichzeitig entweder als Wellen oder als Teilchen betrachtet. Aber der allgemeine Charakter der Ausdrücke (25 a) und insbesondere der Charakter der Abhängigkeit der σ von ω ändert sich hierdurch nicht im geringsten; die konsequente Quantentheorie gestattet die konkreten Werte der Zahlen ω_0 und Γ, d. h. die Lage der Energieniveaus und ihre Breite prinzipiell nur in dem Fall zu berechnen, wenn die Breite viel kleiner ist als der Abstand zwischen benachbarten Niveaus.

8. Zusammengesetzte Kernreaktionen

Wir haben uns bis jetzt auf solche Kernreaktionen beschränkt, bei denen an Stelle des einen eingefangenen Teilchens a aus dem angeregten zusammengesetzten Kern auch nur ein einziges Teilchen b von derselben oder einer anderen Art hinausfliegt. Außer derartigen ganz einfachen Reaktionen sind aber auch kompliziertere Reaktionen zu beobachten, bei denen aus dem angeregten Kern zwei oder mehr Teilchen gleichzeitig hinausfliegen nach dem Schema

$$A + a \rightarrow C^* \rightarrow B + b_1 + b_2 + \cdots$$

Dieser Fall ist von dem, bei dem mehrere Zerfallsreaktionen nacheinander stattfinden, prinzipiell nicht zu unterscheiden. Hierbei zerfällt der Kern C^* zuerst in den angeregten Kern B_1^* und das Teilchen b_1; der Kern B_1^* zerfällt seinerseits wieder nach dem Schema $B_2^* + b_2$ usw. Ein Beispiel für derartige zusammengesetzte Kernreaktionen sind die Reaktionen, die in den natürlichen radioaktiven Reihen zu beobachten sind; ein Beispiel für die Reaktionen vom ersten Typ ist dagegen der Zerfall eines durch den Einfang eines schnellen α-Teilchens angeregten Kerns unter Emission von zwei oder mehr Neutronen.

Strenggenommen müssen die verschiedenen Glieder derartiger zusammengesetzter Reaktionen stets in einer bestimmten Reihenfolge angeordnet sein und

[1]) Unter der „Stärke" eines Oszillators versteht man die effektive Zahl der mit der betreffenden Frequenz zusammenhängenden Elektronen. Diese „Stärken" werden durch Brüche (bei angeregten Atomen sogar durch negative Brüche) dargestellt, deren Summe für ein Elektron gleich Eins ist.

in einer gewissen Korrelation zueinander und zu dem ersten Prozeß (dem Einfang des Teilchens) stehen. So behält z. B. das Streulicht bei der Resonanzstreuung des Lichts durch Atome einen gewissen Grad der Polarisation, die dem einfallenden Licht entspricht. Das gleiche gilt auch für die Kombinationsstreuung, obwohl die Korrelation zwischen dem absorbierten unddem gestreuten Photon (hinsichtlich der Polarisation) hierbei bedeutend mehr verfälscht ist.

Es ist hervorzuheben, daß die Streuung des Lichts nach der Quantentheorie nicht nur durch die Wechselwirkung des Atoms mit dem Lichtoszillator, den das einfallende Licht bildet, hervorgerufen wird, sondern auch durch die Wechselwirkung mit den Lichtoszillatoren, die dem Photon der Streustrahlung entsprechen. Analoge Beziehungen müssen auch bei anderen Resonanz- (und Nichtresonanz-)Prozessen berücksichtigt werden, bei denen gewöhnliche Teilchen mit einer von Null verschiedenen Ruhmasse die Rolle der Photonen spielen. So ist z. B. zugleich mit dem Alpha-Zerfall eines angeregten Kerns eine Gamma-Strahlung zu beobachten, wobei die Richtung des hinausfliegenden Photons gewöhnlich mit der Flugrichtung des davonfliegenden Alpha-Teilchens zusammenhängt. Analoge Korrelationen müssen auch zwischen der Polarisation eines vom Kern absorbierten Photons und der Flugrichtung eines von diesem Kern emittierten Neutrons bestehen. Bei den Versuchen wurden derartige Korrelationen — besonders bei Kernprozessen — bis jetzt aber nur in bezug auf die Energie der aufeinanderfolgenden Glieder des Zerfalls eines angeregten Kerns beobachtet, aber nicht in ihrer Winkelverteilung etwa relativ zur Bewegungsrichtung des ursprünglichen (eingefangenen) Teilchens. Diese energetische Korrelation entspricht im Fall der Resonanzprozesse dem Quantencharakter der Kernniveaus und der verhältnismäßig langen Dauer der entsprechenden angeregten Zustände. Sie zeigt sich deutlich nur bei sehr starken Anregungen.

Bei zusammengesetzten Kernreaktionen, die mit einer starken Anregung des Ausgangskerns zusammenhängen, ist die Korrelation gewöhnlich verwischt, und die abgegebene Energie verteilt sich mehr oder weniger zufällig auf die Zerfallsprodukte. Ein Beispiel hierfür ist die Energieverteilung auf das beim Beta-Zerfall davonfliegende Elektron und das Neutrino. Eine analoge „statistische" Verteilung ist beim Zerfall des Kerns $_3Li^7$ zu beobachten, wenn er ein Proton einfängt und in zwei Alpha-Teilchen zerfällt ($_3Li^7 + {}_1H^1 \rightarrow 2\,{}_2He^4$).

In allen derartigen Fällen ist die Wahrscheinlichkeit der Verteilung, bei der das eine Teilchen den Impuls p_1 und das andere den Impuls p_2 erhält, proportional $p_1^2 p_2^2 dp_1$, wobei p_2 durch die Bedingung bestimmt ist, daß die Gesamtenergie $W_1 + W_2$ unverändert bleibt.

9. Einige ganz einfache Kernreaktionen

Künstliche Kernreaktionen wurden 1919 von RUTHERFORD zum erstenmal durchgeführt: Er stellte fest, als er Alpha-Teilchen von einem natürlichen radioaktiven Präparat (RaC′) als Wurfgeschosse zum Bombardieren von Stickstoff, Aluminium und anderen Elementen verwendete, daß diese Elemente hierbei

Wasserstoff-Atomkerne aussenden. Gerade dies liegt der heutigen Vorstellung zugrunde, wonach Wasserstoffkerne als einfachste Bestandselemente den mehr zusammengesetzten Kernen angehören, und es war der Anlaß, ihnen die Bezeichnung Protonen zuzulegen[1]).

Die Messung der Energie der sekundären Protonen, die bei der Bombardierung einer dünnen Aluminiumplatte mit Alpha-Teilchen aus dieser Platte herausfliegen (auf Grund ihrer Reichweite in verschiedenen Gasen), zeigte, daß die Energie manchmal größer ist als die Energie der Alpha-Teilchen selbst. Diese Tatsache führte RUTHERFORD zu der Schlußfolgerung, daß die Protonen von den Alpha-Teilchen nicht einfach aus den Aluminiumkernen „herausgeschlagen" werden, sondern infolge einer eigenartigen Kernexplosion aus diesen Kernen hinausfliegen, die bis zu einem gewissen Grade der Explosion analog ist, die das Wesen des Alpha-Zerfalls ausmacht. Der Unterschied zwischen diesen beiden Prozessen besteht nur darin, daß der natürliche Alpha-Zerfall ohne vorherige Anregung der Ausgangskerne zustande kommt[2]), während der künstliche Zerfall, der sich in der Emission schneller Protonen äußert, eine vorherige Anregung des Kerns durch die Energie eines Alpha-Teilchens erfordert.

Diese Anregung kann man auf zweierlei Weise betrachten: entweder kommt sie dadurch zustande, daß dem Alpha-Teilchen ein Teil seiner kinetischen Energie entzogen wird (unelastischer Zusammenstoß), oder aber sie ist das Ergebnis des Einfangs dieses Alpha-Teilchens selbst zusammen mit seiner Energie. Da das Gewicht des Aluminiums gleich 27 ist und seine Ladung gleich 13, muß der „zusammengesetzte" Kern, der durch den Einfang des Alpha-Teilchens entsteht, das Gewicht 31 und die Ladung 15 haben. Diese Ladung kennzeichnet das Element Phosphor. Im normalen Zustande kann der Kern des Phosphoratoms natürlich keine Protonen aussenden. Hierzu muß er angeregt sein, d. h., er muß einen Energieüberschuß besitzen, dessen Ursprung bei der Entstehung des Phosphorkerns aus einem Aluminiumkern und einem Heliumkern die kinetische Energie des Heliumkerns sowie die Abnahme der potentiellen Energie der Kernkräfte bei der Eingliederung des Heliumkerns in den Aluminiumkern ist. Die anschließende Emission des Protons durch den angeregten Phosphorkern ist ein Vorgang, der dem gewöhnlichen Alpha-Zerfall analog ist; dabei spielt das schwere Isotop des Siliziums mit der Ladung 14 und dem Atomgewicht 30 die Rolle der „Kanone", die das Proton abfeuert. Daher kann die betrachtete Kernreaktion unter der Voraussetzung, daß sie mit dem Einfang eines Alpha-Teilchens zusammenhängt, durch folgendes Schema dargestellt werden:

$$_{13}\mathrm{Al}^{27} + {}_{2}\mathrm{He}^{4} \rightarrow {}_{15}\mathrm{P}^{31*} \rightarrow {}_{14}\mathrm{Si}^{30} + {}_{1}\mathrm{H}^{1}$$

(die obere Zahl an dem chemischen Zeichen eines jeden Elements gibt sein angenähertes Atomgewicht an, genauer seine „Massenzahl", d. h. die Summe der

[1]) Proton — griechisch — heißt wörtlich „das Erste". Die Namensgebung bezieht sich auf die Ordnungsnummer im Periodensystem der Elemente (*Anm. d. Übers.*).

[2]) Genauer: Durch die Anregung, die erhalten bleibt und eine Folge der vorausgegangenen, mit der Änderung der Zusammensetzung des Kerns verknüpften Prozesse ist.

Zahl der Protonen und der Neutronen in seinem Kern, und die untere Zahl die Anzahl der Protonen, d. h. die Ladung des Kerns oder seine Ordnungszahl).

Die anschließenden Untersuchungen der Protonenemission beim Beschießen von Aluminium mit Alpha-Teilchen bestätigten die Richtigkeit dieses Schemas, während sich die Vorstellung der „Zertrümmerung“ dieser Aluminiumatome unter dem Einfluß des Stoßes des Alpha-Teilchens als unzutreffend erwies. (Wenn eine solche Zertrümmerung stattfände, müßten seine Produkte einerseits ein schnelles Proton und andererseits das schwere Magnesiumisotop $_{12}Mg^{26}$ sein.)

Bei den Versuchen RUTHERFORDs fand also in erster Linie keine Zertrümmerung der stabilen Aluminiumatome durch die schnellen Alpha-Teilchen statt, sondern vielmehr eine Vereinigung der Heliumkerne mit den Aluminiumkernen. Die große kinetische Energie des Alpha-Teilchens ist hierbei erforderlich, um die elektrischen Abstoßungskräfte zwischen ihm und dem Kern-Ziel zu überwinden, und durchaus nicht etwa zur Zerstörung dieses Kerns. Sie kann aber von wesentlicher Bedeutung für die Anregung des entstehenden zusammengesetzten Phosphorkerns sein und dadurch für seinen Zerfall in einen Siliziumkern und ein Proton.

Auf Grund der ursprünglichen Vorstellung von RUTHERFORD über die zertrümmernde Wirkung der Alpha-Teilchen auf die Atome wurde (von COCKROFT) eine systematische Untersuchung der Ergebnisse bei der Beschießung verschiedener Atome durch schnelle Protonen durchgeführt, die man bei einer gewöhnlichen elektrischen Entladung in gasförmigem Wasserstoff erhielt; diese Protonen wurden dann mit Hilfe starker elektrostatischer Fehler auf große Geschwindigkeiten beschleunigt, die einer Potentialdifferenz von 400000 Volt und mehr entsprechen. Hierbei stellte sich heraus, daß die Kernprozesse, die durch schnelle Protonen hervorgerufen werden, nach einem Schema ablaufen, das dem vorstehend angegebenen ganz analog ist. Wenn man z. B. eine dünne Lithiumplatte mit Protonen von 300000 eV Energie beschießt, so fliegen Alpha-Teilchen von 8,7 MeV Energie aus ihr heraus. Die Untersuchung der Spuren dieser Alpha-Teilchen in einer WILSON-Kammer (in deren Mitte sich ein Lithiumpräparat befand, das in Richtung der Kammerachse mit Protonen beschossen wurde) ergab, daß sie paarweise entstehen und nach entgegengesetzten Seiten auseinanderfliegen (Abb. 36).

Diese Resultate erklären sich, und zwar nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ, auf Grund der Vorstellung, daß die Protonen von den Kernen des schweren Lithiumisotops $_3Li^7$ mit dem Atomgewicht 7 eingefangen werden und dabei Kerne des instabilen Isotops vom Beryllium $_4Be^8$ bilden, die in zwei Heliumkerne zerfallen. Der betrachtete Prozeß wird also durch das folgende Schema dargestellt:

$$_3Li^7 + {_1H^1} \rightarrow {_4Be^{8*}} \rightarrow 2\,{_2He^4} + 17{,}2\ \text{MeV}.$$

Die Zahl 17.2 MeV bezeichnet die Energie, die bei der betrachteten Reaktion (genauer bei ihrem zweiten Teil) als Differenz zwischen der kinetischen Energie der auseinanderfliegenden Heliumkerne einerseits und der kinetischen Energie

des Protons andererseits frei wird[1]). Durch spezielle Versuche wurde nachgeprüft, daß diese Differenz einen konstanten Wert behält. Ja noch mehr: Ihre Größe steht in voller Übereinstimmung mit dem Wert, der sich aus dem Vergleich der Massendefekte der Ausgangselemente und der Endprodukte ergibt im Zusammenhang mit dem EINSTEINschen Gesetz über die Äquivalenz von Masse und Energie.

Ohne auf die Behandlung einer Menge anderer Beispiele von Reaktionen einzugehen, die durch die Eingliederung eines Protons in verschiedene kompliziertere Kerne hervorgerufen werden, bemerken wir, daß nach der Entdeckung des schweren Wasserstoffs im Jahre 1932 Deuteronen ${}_1H^2$ als Wurfgeschosse für Kernreaktionen verwendet wurden. Bombardierte man Lithium damit, so führte dies zu Ergebnissen, die den vorigen ähnlich sind und sich durch den Einfang der Deuteronen durch Kerne des leichten Lithiumisotops mit dem Atomgewicht 6 erklären. Die Gleichung dieser Reaktion hat die Form (Abb. 37):

$${}_3Li^6 + {}_1H^2 \rightarrow {}_4Be^{8*} \rightarrow 2\,{}_2He^4 + 14 \text{ MeV}.$$

Beim Bombardieren von Bor mit Deuteronen findet eine Reaktion statt, die durch die Gleichung

$${}_5B^{10} + {}_1H^2 \rightarrow {}_6C^{12*} \rightarrow 3_2\,He^4 + 19 \text{ MeV}$$

beschrieben wird; es entsteht also ein stark angeregter Kohlenstoffkern, der in drei Heliumkerne mit einer Gesamtenergie von etwa 19 MeV (plus der kinetischen Anfangsenergie des Deuterons) auseinanderfliegt. Eine analoge Reaktion mit noch größerer Energieausbeute findet beim Einfang von Protonen durch das schwere Borisotop ${}_5B^{11}$ statt (Abb. 38) und bei der Umwandlung des Stickstoffs durch Deuteronen (Abb. 39).

Die Befreiung von Neutronen aus der Kerngefangenschaft ist in der Regel ebenfalls nicht das Ergebnis ihres „Herausschlagens" aus zusammengesetzten Kernen durch geladene Teilchen (Protonen, Deuteronen oder Heliumkerne), sondern das Ergebnis der Eingliederung dieser Teilchen in die damit beschossenen Kerne und des anschließenden Zerfalls der auf diese Weise entstehenden noch mehr zusammengesetzten Kerne. Neutronen erhielt man zuerst beim Beschießen von Beryllium mit schnellen Alpha-Teilchen aus einer natürlichen Quelle (Polonium) nach folgender Reaktion:

$${}_4Be^9 + {}_2He^4 \rightarrow {}_6C^{13*} \rightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1,$$

deren Endprodukte ein Neutron und das Hauptisotop des Kohlenstoffs sind.

Um Neutronen als Wurfgeschosse zu erhalten, werden jetzt hauptsächlich Deuteronen verwendet. Die Neutronen werden hierbei entweder mit Hilfe von vorstehend betrachteten Reaktionen in Freiheit gesetzt oder aber durch Aufspaltung des Deuterons in ein Proton und ein Neutron. (Dem entspricht der relativ geringe Wert der Bindungsenergie des Deuterons, die nur 2,3 MeV beträgt.) Eine sehr

[1]) Die Reaktionsenergie wird heute als Q-Wert bezeichnet. Die Q-Werte beziehen sich immer auf die neutralen Atome als Ausgangs- und Endprodukt, d. h. also auf Atomkern + Elektronenhülle (*Anm. d. Übers.*).



Abb. 36. Zerlegung von Li^7 durch Protonen. Es sind die Spuren von Alpha-Teilchen zu erkennen, die nach entgegengesetzten Seiten auseinanderfliegen

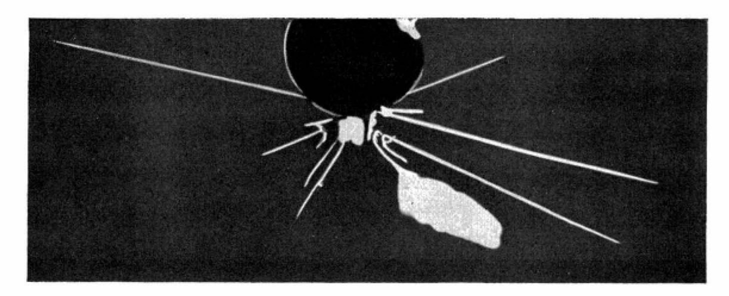


Abb. 37. Spuren von Alpha-Teilchen, in die der Kern Li^6 beim Einfang eines Deuterons auseinanderfliegt

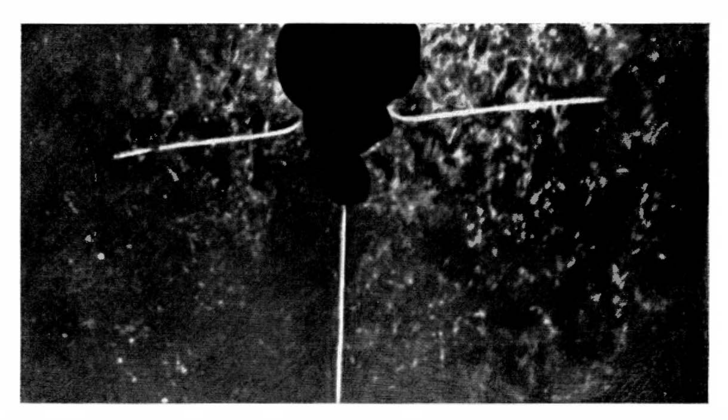


Abb. 38. Zerlegung des Kerns B^{11} unter der Einwirkung von Protonen in 3 Alpha-Teilchen

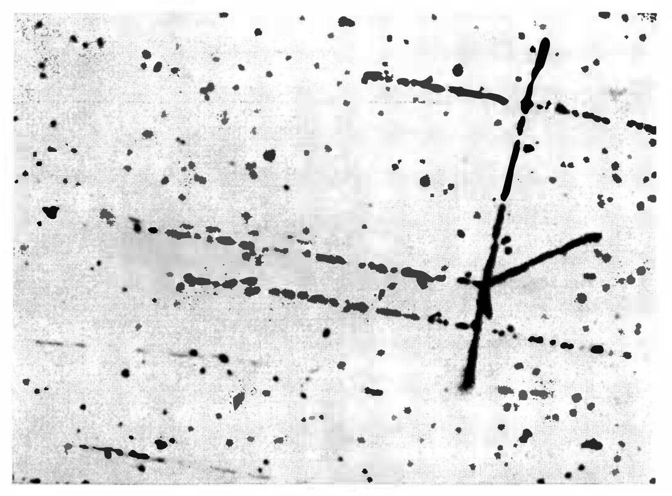


Abb. 39. Zerlegung von Stickstoff in 4 Alpha-Teilchen unter der Einwirkung von Deuteronen

wirksame Neutronenquelle ist die Reaktion der Vereinigung zweier Deuteronen miteinander, die beim Beschießen von schwerem Wasserstoff (oder irgendeiner anderen Substanz, die schweren Wasserstoff enthält) mit schnellen Deuteronen stattfindet. Hierbei bildet sich ein stark angeregter Kern von gewöhnlichem Helium ${}_2He^4$, der in einen leichteren Heliumkern ${}_2He^3$ und ein Neutron zerfällt. Beim Zusammenstoß des Deuterons mit einem Kern kann das Deuteron auch zerspringen, und zwar in ein Proton, das vom COULOMB-Feld des Kerns hinausgestoßen wird, und ein Neutron, das hierbei im Innern des Kerns steckenbleibt und den Kern dabei in ein schwereres Isotop umwandelt (OPPENHEIMER-PHILLIPS-Effekt).

Jeder (exothermen) Kernreaktion, bei der also Energie frei wird, entspricht eine inverse (endotherme) Reaktion, die mit einer Energieabsorption verknüpft ist, d. h. mit der Umwandlung von kinetischer in potentielle Energie. So könnte man z. B. durch Beschießen von Helium mit Alpha-Teilchen unter großem Energieaufwand Lithium und Wasserstoff erhalten. Beschießt man Kohlenstoff vom Atomgewicht 13 mit sehr schnellen Neutronen, so könnte man Beryllium und schweren Wasserstoff erhalten usw.

Vom Standpunkt der Verwendung inneratomarer Energie sind nur die Reaktionen der ersten Art von Interesse; aber vom Standpunkt der „Transmutation der Elemente“, die der Traum der Alchemisten war, z. B. der Herstellung von Gold oder Platin aus unedlen Metallen von ähnlichem Atomgewicht, entbehren auch die endothermen Kernreaktionen nicht des Interesses[1]). Natürlich können beide Arten praktischen Wert für die Technik und die Industrie nur dann haben, wenn es gelingt, sie in entsprechendem „makroskopischem“ Maßstab durchzuführen, und nicht in dem verschwindend kleinen Maßstab, der für die Fortschritte der Physik und der Chemie der Atomkerne im Laboratorium charakteristisch ist (abgesehen von der Kettenreaktion bei der Vermehrung der freien Neutronen, die im Uranreaktor vor sich geht).

10. Die Wirksamkeit der Beschießung von Kernen bei verschiedenen Reaktionen

Die Tatsache, daß die gewöhnlichen Kernreaktionen nur im Laboratoriumsmaßstab durchgeführt werden — obwohl man dabei so leistungsfähige technische Hilfsmittel verwendet wie das Zyklotron und seine verschiedenen Abarten, die den leichten geladenen Teilchen (Protonen, Deuteronen, Heliumkernen) eine Energie von zehnmillionen und sogar hundertmillionen Elektronenvolt erteilen können —, erklärt sich aus zwei Gründen. Der erste und der Hauptgrund ist die gegenseitige Abstoßung zwischen den Kernen — den großen und den kleinen —, die ihre Annäherung bis zu so kleinen Abständen (von etwa 10^{-12} cm), daß die spezifischen Kernanziehungskräfte zur Wirkung kommen, erschwert.

[1]) Statt aus Quecksilber Gold zu fabrizieren, hat die moderne Alchemie aus Gold Quecksilber hergestellt, das dadurch bemerkenswert ist, daß man es in Form eines einzigen Isotops erhält, das als Standard-Lichtquelle verwendet werden kann.

Die Abstoßung, die das Proton, Deuteron oder der Heliumkern bei der Annäherung an irgendeinen Kern, insbesondere einen schweren Kern, erfährt, erzeugt einen hohen Potentialwall, der ihre Vereinigung zu einem einzigen noch mehr zusammengesetzten Kern erschwert, obwohl diese Vereinigung für das Proton und das Deuteron immer und für das Alpha-Teilchen (für nicht zu schwere Kerne) in der Regel vom energetischen Standpunkt aus günstig ist, d. h. letzten Endes zu einer Freisetzung von Energie führt.

Der zweite Grund für die geringe Wirksamkeit des Beschusses von Atomen mit Deuteronen und Alpha-Teilchen, d. h. für die verhältnismäßig sehr geringe Zahl von gelungenen Treffern, die zum Einfang dieser Teilchen durch die beschossenen Kerne führen, ist die Wechselwirkung der positiv geladenen Teilchen mit den Elektronen; sie führt dazu, daß die Teilchen mit dem Eindringen in das Innere von dichten (besonders von festen oder flüssigen) Körpern schnell gebremst werden. So beträgt z. B. die Reichweite von Alpha-Teilchen mit ungefähr 4 MeV Energie (d. h. mit rund $^1/_{20}$ Lichtgeschwindigkeit) in Luft nur 7 cm. Protonen haben durch ihre geringere Ladung (bei gleicher Energie) eine 4 mal so große Reichweite. Wie groß also die anfängliche kinetische Energie der bombardierenden Teilchen auch sein mag, sie werden diese in der Regel durch die Wechselwirkung mit Elektronen verlieren, bis es ihnen gelingt (zufällig), gut „gezielt“ auf einen der Kerne zu treffen; wenn die ihnen verbleibende Energie aber bis auf ungefähr 1 MeV abnimmt, so können sie selbst bei genauestem „Zielen“ infolge des Potentialwalles nicht in das Ziel eindringen. Bei einem Kern mit der Ladung Ze, wobei $e = 5 \cdot 10^{-10}$ ist (gleich der Ladung des Protons), entspricht der Höhe dieses Walls im Abstand R das Potential $\frac{Ze}{R}$ oder für $R = 10^{-12}$ (die annähernde Reichweite der Kernkräfte) der Wert $\frac{5 \cdot 10^{-10} \cdot 300}{10^{-12}} Z = 1{,}5 \cdot 10^5 Z$ Elektronenvolt. Für $Z = 6$ (Kohlenstoff) beträgt sie nahezu 1 MeV.

Steigert man die Energie der bombardierenden Teilchen, so kann man ihr Eindringen in den Kern sowohl durch die „Drahtverhaue“ hindurch, die die Elektronen bilden, als auch durch die Potentialwälle, die die Kerne umgeben, erleichtern. Aus diesem Grund mußten die Physiker, um die Wirksamkeit der Kernbeschießung zu erhöhen, zu den mächtigen Zyklotronen und Phasotronen greifen, durch die man den Kerngeschossen Energien von zehnmillionen und sogar hundertmillionen Elektronenvolt erteilen kann[1]).

Wir wiesen vorstehend (Abschn. 5, Kap. IV) bei der Behandlung des Alpha-Zerfalls von schweren Kernen schon darauf hin, daß die Alpha-Teilchen oder Protonen, die sich im Innern des Kerns befinden, selbst dann nach außen dringen können, wenn ihre kinetische Energie (nachdem sie aus dem Kern hinausgeflogen sind) kleiner ist als die Höhe des Potentialwalles. Sie „sickern“ in

---

[1]) Es ist hervorzuheben, daß eine weitere Steigerung ihrer Energie zu wesentlich neuen Typen von Zusammenstößen mit Kernen führt; diese können dabei in eine große Zahl von kleinen Kernen — darunter auch Protonen und Neutronen — auseinanderfliegen, und man erhält daher nicht die gewünschte Reaktion.

diesem Fall mit Hilfe des Tunneleffekts durch den Wall hindurch und entleihen dabei gewissermaßen für kurze Zeit die Aktivierungsenergie, die nach den Gesetzen der gewöhnlichen Mechanik der makroskopischen Körper für das Durchbrechen des Walls erforderlich ist. Die Wahrscheinlichkeit für dieses Hindurchsickern ist dabei um so geringer, je höher und je breiter der Wall ist.

Diese Überlegungen sind auch auf den inversen Prozeß anwendbar, wo schnelle Protonen und Alpha-Teilchen in das Innere eines Kerns eindringen. Selbst wenn ihre kinetische Energie erheblich kleiner ist als die Höhe des Potentialwalls, der den Zutritt zum Kern verwehrt, können sie trotzdem in den Kern eindringen, obwohl die Aussichten für ein derartiges Eindringen mit Hilfe des Tunneleffekts mit abnehmender kinetischer Energie des Teilchens schnell geringer werden, wenn dessen Anfangswert mit der Höhe des Walls vergleichbar ist. Wenn diese Höhe etwa gleich 10 MeV ist, so dringt beim Bombardieren mit Protonen von 1 MeV Anfangsenergie nur in einem Fall von ungefähr 100000 direkten Treffern das Proton in das Innere des Kerns ein. Nähert sich die Energie des Protons der Höhe des Potentialwalls, so nimmt die Wahrscheinlichkeit für ein derartiges Durchdringen des Walls fast exponentiell zu und strebt dabei gegen Eins (Gewißheit).

Diese Verhältnisse veranschaulicht Abb. 30 auf (S. 110), die das Schema des Tunneleffekts beim Eindringen eines Protons in das Innere eines Kerns oder richtiger bei der Annäherung des Protons an die Oberfläche des Kerns wiedergibt, wobei das Proton von den Kernkräften gebunden wird. Die ausgezogene Kurve stellt hierbei die potentielle Energie des Protons in Abhängigkeit von seinem Abstand von der Oberfläche (oder vom Zentrum) des Kerns dar. Für große Abstände vom Kern läuft diese potentielle Energie auf die Energie der gegenseitigen elektrischen Abstoßungskräfte

$$U = \frac{Ze^2}{R}$$

hinaus. In der Nähe des Kerns kommt zu dieser positiven Energie die negative potentielle Energie der Kernanziehungskräfte hinzu, die schließlich die Abstoßung überwiegt, so daß die Eingliederung des Protons in den Kern letzten Endes mit einer Abnahme der potentiellen Energie verknüpft ist.

Der durch die Eingliederung des Protons in den Ausgangskern gebildete zusammengesetzte Kern befindet sich so lange im angeregten und dadurch instabilen Zustande, bis das Proton von dem Ausgangs-Energieniveau (das in Abb. 30 durch die obere horizontale punktierte Gerade dargestellt ist) in das niedrigere „Normal"niveau übergeht, das einem negativen Wert der Gesamtenergie des Protons (der unteren horizontalen punktierten Geraden) entspricht. Befindet sich das Proton auf diesem Niveau, so kann es nicht mehr aus dem Kern herausgerissen oder richtiger nicht mehr von der Oberfläche des Kerns abgerissen werden.

Diese Befestigung des Protons kann infolgedessen erst dann vor sich gehen, wenn das Proton oder richtiger der zusammengesetzte Kern, der bei der

Vereinigung des Protons mit dem Ausgangskern entsteht, den Energieballast abwirft, der gleich dem Energieunterschied des angeregten und des normalen Zustandes ist (er wird in Abb. 30 durch den Niveauunterschied zwischen der oberen und der unteren punktierten Geraden dargestellt).

Dieser Energieballast kann in Form von Gamma-Strahlen abgegeben, d. h. in die Energie eines Photons umgewandelt werden oder in die Energie eines Elektrons und eines Neutrinos bei Beta-Umwandlungen, oder er kann schließlich beim Zerfall des zusammengesetzten Kerns verwendet werden und wird dann als kinetische Energie der auseinanderfliegenden Tochterkerne — des leichten und des schweren — fortgeführt. Besonders häufig wird er aber in Form eines schnellen Neutrons abgegeben. Das Hinausfliegen eines schnellen Neutrons aus dem Kern ist bei vorgegebener Energie wahrscheinlicher als das Hinausfliegen eines Protons, und zwar aus demselben Grunde wie beim Einfang, nämlich weil kein COULOMB-Wall vorhanden ist, der sowohl das Eindringen eines positiv geladenen Teilchens in das Innere des Kerns als auch sein Durchsickern von innen nach außen in gleicher Weise erschwert.

Analog wird gewöhnlich auch der Einfang eines Alpha-Teilchens beim Zusammenstoß mit komplizierteren Kernen beschrieben; aber für Alpha-Teilchen ist der Potentialwall doppelt so hoch wie für das Proton. Der Tunneleffekt, der das Eindringen eines Alpha-Teilchens durch diesen Potentialwall charakterisiert, ist nur eine sehr schematische Beschreibung der wirklichen Vorgänge; sie läßt außer acht, daß das Alpha-Teilchen bei der Befestigung seiner Protonen und Neutronen an der Oberfläche des Ausgangskerns tatsächlich aufhört, als gesondertes System zu existieren.

Übrigens ist die Vorstellung des Tunneleffekts beim Einfang eines Protons im Grunde genommen ebenso schematisch. Der Ausgangskern spielt hierbei nicht die passive Rolle, die ihm zugeschrieben wird, wenn man ihn durch ein gewisses unveränderliches Kraftfeld (durch den Potentialwall, der den Potentialtopf umgibt) ersetzt. In Wirklichkeit ist er aktiv am Einfang des Protons beteiligt und bildet mit ihm zusammen ein einheitliches dynamisches System.

Diese von BOHR schon 1934 erkannte Tatsache bedeutet insbesondere, daß sich die Anregungsenergie, die der zusammengesetzte Kern im Augenblick seiner Entstehung erhält, mehr oder weniger gleichmäßig auf alle Elementarteilchen — Protonen und Neutronen — verteilt, aus denen er besteht. Wenn die Zahl dieser Teilchen groß genug ist, kann man den Kern als einen winzigen Flüssigkeitstropfen behandeln und seine überschüssige Energie als *thermische* Energie, die durch eine bestimmte *Temperatur* des Kerns charakterisiert werden kann. Dieser Standpunkt, den wir im vorstehenden schon eingenommen haben, gestattet den Verlauf der Kernreaktionen folgendermaßen zu behandeln:

Der Ausgangs-Ziel-Kern hat anfangs die Temperatur des absoluten Nullpunkts; das verhindert aber nicht, das er flüssig bleibt (ähnlich wie dies für Helium beim absoluten Nullpunkt und einem äußeren Druck von weniger als 25 atm der Fall ist). Kondensieren sich ein oder mehrere Nukleonen auf dem flüssigen Kerntropfen, so entsteht ein etwas größerer Tropfen, der durch die latente

Kondensationswärme und die anfängliche kinetische Energie des eingefangenen Teilchens auf eine gewisse Temperatur erwärmt wird. Dadurch kann es zu einer teilweisen Verdampfung des neugebildeten Tropfens kommen; dabei löst sich ein Nukleon von ihm ab (was bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts unmöglich wäre) oder — bei genügend starker Erwärmung — sogar mehrere Nukleonen, und zwar im freien oder gebundenen Zustande (letztgenanntes erfordert offenbar einen etwas geringeren Energieaufwand); infolgedessen kühlt sich der übrigbleibende Kern wieder ab.

Die Temperatur, die der zusammengesetzte Kern im Augenblick seiner Entstehung annimmt, wird durch seine Anregungsenergie bestimmt. Bei einer Anregungsenergie von der Größenordnung 10 MeV hat diese Temperatur für zusammengesetzte Kerne — praktisch unabhängig von ihren Abmessungen — einen Wert von etwa 100 Milliarden Grad. Diese Zahl ist riesig groß im Vergleich mit den Temperaturen, die unter gewöhnlichen Verhältnissen vorkommen. Es ist aber zu bedenken, daß die Energie der Kernkräfte einige millionen Male so groß ist wie die Energie der gewöhnlichen zwischenatomaren Kräfte und daß dementsprechend die Temperatur, bei der eine Verdampfung der Kernflüssigkeits-Tröpfchen möglich wird, auch ungefähr millionenmal so groß sein muß wie die Temperatur, bei der eine merkliche Verdampfung der gewöhnlichen Flüssigkeiten stattfindet. Bei den gewöhnlichen Flüssigkeiten, z. B. den Metallen, hat die Verdampfungstemperatur einen Wert von etwa 1000°. Dementsprechend ergeben sich für die Kernflüssigkeit Verdampfungstemperaturen von zehnmilliarden Grad (da die Verdampfungsgeschwindigkeit durch das Verhältnis der Verdampfungsenergie zur Temperatur bestimmt ist).

Das wirksamste Mittel zur Durchführung der verschiedenen Kernreaktionen ist das Beschießen der Kerne mit freien Neutronen. Die freien Neutronen fliegen durch die Materie hindurch, ohne von den Elektronen, mit denen sie praktisch nicht in Wechselwirkung treten, „Kenntnis zu nehmen" und ohne daher eine Bremsung zu erfahren (ausgenommen die Bremsung, die durch die elastischen Zusammenstöße mit Kernen hervorgerufen wird). Außerdem existiert für die Neutronen nicht der Potentialwall, der den positiv geladenen Teilchen den Zutritt in das Innere des Kerns verwehrt. Daher braucht man den Neutronen beim Beschießen von Kernen keine große kinetische Energie zu erteilen. Ja, die Aussichten für den Einfang eines Neutrons durch den Kern werden mit zunehmender Energie des Neutrons im allgemeinen sogar geringer. Übrigens sind gewöhnlich bestimmte, verhältnismäßig nicht sehr hohe Energien der Neutronen zu beobachten, bei denen diese besonders gern von den Kernen eingefangen werden; Diesen „Resonanzenergien", für U^{238} zum Beispiel eine Energie von 25 eV, entsprechen sehr scharf ausgeprägte „Quantenniveaus" der Kernenergie. In diesem Fall werden die Neutronen, wenn ihre Energie erheblich von einem dieser Niveaus abweicht, von dem Kern praktisch nicht eingefangen, sondern nur gestreut, d. h., es wird ihre Bewegungsrichtung verändert. Die Resonanzeffekte sind besonders scharf ausgeprägt bei langsamen Neutronen (ausgenommen die langsamsten, die „thermischen" Neutronen, bei denen der Einfang keinen

Resonanzcharakter aufweist, sondern mit um so größerer Wahrscheinlichkeit eintritt, je kleiner die Geschwindigkeit ist). Analoge Effekte sind auch beim Beschuß von Kernen mit geladenen Teilchen zu beobachten — wegen der großen Energie, die diese Teilchen besitzen müssen, um den Potentialwall der Kerne durchdringen zu können, aber in viel weniger deutlicher Form: Mit zunehmender Anregungsenergie der Kerne rücken die benachbarten Quantenniveaus schnell näher aneinander heran; dabei verbreitern sie sich, und die entsprechenden Quanteneffekte werden verwischt.

Ohne auf diese Frage näher einzugehen, wollen wir nur noch bemerken, daß die Verwendung freier Neutronen als Wurfwaffe für Kernreaktionen dadurch erschwert ist, daß freie Neutronen in fertiger Form nicht vorkommen: Neutronen finden sich in der Natur nur in gebundenem Zustande. Sie können aus den Kernen, in denen sie enthalten sind, nur herausgeholt werden, wenn man diese mit geladenen Teilchen bombardiert. Der Wirkungsgrad der Neutronen-Schleuderwaffe kommt also auf den Wirkungsgrad der Waffe hinaus, die von den schnellen geladenen Teilchen gebildet wird. Und die Wirksamkeit dieser Waffe kann nur durch ein einziges Mittel gesteigert werden: nämlich durch die Steigerung der Energie der jeweils verwendeten Geschosse — Protonen, Deuteronen, Heliumkerne — bis zu einem gewissen Optimum, das im Gebiet von Zehnmillionen von Elektronenvolt liegt, sowie durch die zweckmäßige Wahl der Geschosse, z. B. der Deuteronen, zur Gewinnung der Neutronen.

Die Verwendung der Spaltung des Urans 235 oder des Plutoniums mit Hilfe langsamer Neutronen und die Verwendung geeigneter Substanzen zum Bremsen der schnellen sekundären Neutronen, die bei dieser Spaltung entstehen, eröffnet ausgedehnte Perspektiven nicht nur für die Verwendung der freiwerdenden Energie, sondern auch, um mit Hilfe der Neutronenlawine, die durch eine verhältnismäßig schwache anfängliche Einwirkung ausgelöst wird, verschiedene auf dem Einfang von Neutronen beruhende Kernreaktionen im industriellen Maßstab durchführen zu können. Diese sekundären Reaktionen können einerseits zur Steigerung der Energieausbeute der ursprünglichen Reaktion (der Uran-Spaltung) dienen und andererseits zur Transmutation großer Mengen von geringwertigen Isotopen in hochwertigere.

In der letzten Zeit gelang es durch die Entwicklung der technischen Hilfsmittel der Kernphysik, den geladenen Kernteilchen — Protonen, Deuteronen und Alpha-Teilchen — riesige Energien bis zu Hundertmillionen von Elektronenvolt zu erteilen. Die Neutronen, die von solchen Teilchen in Freiheit gesetzt werden, besitzen ebenfalls Energien von ungefähr 100 MeV. Durch das Studium der Kernzusammenstöße mit diesen überschnellen oder richtiger überenergiereichen [1]) Teilchen fand man neue einfache Gesetzmäßigkeiten, denen man beim

[1]) Gemäß der Relativitätstheorie werden Teilchen, die bereits annähernd Lichtgeschwindigkeit besitzen, bei weiterer Steigerung ihrer kinetischen Energie nicht mehr schneller, sondern ihre Masse nimmt zu. Dieser Effekt der Massenzunahme wird von überwiegender Bedeutung, wenn das Massenäquivalent der kinetischen Energie vergleichbar mit der Ruheenergie wird (*Anm. d. Übers.*).

Zusammenstoß von Kernen mit viel langsameren Teilchen nicht begegnet: Gegenüber solchen Teilchen, deren DE BROGLIE-Wellenlänge λ bedeutend kleiner ist als der Abstand benachbarter Nukleonen in den Kernen, verhalten sich die Kerne nicht wie ein einziges Ganzes, sondern wie eine Gesamtheit von einzelnen Nukleonen, aus denen sie bestehen, d. h. zum Beispiel ungefähr ebenso wie die Elektronen, die die Atomhülle bilden, gegenüber schnellen Elektronen oder schnellen Kernteilchen. Die Kollektiv-Effekte, die die Kerne beim Beschuß mit verhältnismäßig langsamen Teilchen erkennen lassen, werden schwächer; die Kerne verhalten sich gegen sehr schnelle Teilchen wie Gaskugeln, die aus einzelnen, nur schwach miteinander in Wechselwirkung stehenden Nukleonen bestehen. Diese Vereinfachung des Bildes vom Zusammenstoß rührt vor allem daher, daß bei der kleinen DE BROGLIE-Wellenlänge der einfallenden Teilchen die Welleneigenschaften dieser Teilchen ebenso wie die der Nukleonen in den Kernen in den Hintergrund treten. Außerdem ist die Energie, die den einzelnen Nukleonen, die den Kern zusammensetzen, durch die überschnellen Teilchen mitgeteilt wird, bedeutend größer als ihre gegenseitige Bindungsenergie; infolgedessen kann man sie in gewissen Fällen als frei behandeln.

Diese Ergebnisse sind bei der Deutung von Kernexplosionen zu beachten, die dadurch hervorgerufen werden, daß schnelle Protonen (oder Neutronen) der kosmischen Strahlung in den Kern eindringen.

KAPITEL VII

Kernreaktionen in Sternen

1. Die Sterne als Kern-Elektronen-Gaskugeln und ihre Gravitationskontraktion

Die Erforschung der Kernreaktionen unter Laboratoriumsbedingungen liefert uns den Schlüssel zur Lösung eines alten Problems der Astrophysik — der Frage nach der Quelle der Energie, die von der Sonne und den Sternen ausgestrahlt wird. Noch um die Mitte und sogar am Ende des vorigen Jahrhunderts erblickte man diese Quelle in der potentiellen Energie der Schwerkraft, die bei der allmählichen Zusammenziehung des Sterns abnimmt und sich dabei in Wärmeenergie verwandelt. Unter der Annahme, daß diese Zusammenziehung des Sterns beendet ist, wenn er eine Dichte erreicht, die den gewöhnlichen festen Körpern entspricht, die also 10- bis 20 mal so groß ist wie die Dichte des Wassers, wies HELMHOLTZ nach, daß die Wärmeenergie, die von der Sonne und anderen Sternen hierbei entwickelt wird, ungefähr nur 100 Millionen Jahre ausreichen würde, um die beobachtete Strahlungsintensität aufrechtzuerhalten. Andererseits kann man mit den Radioaktivitätsmethoden (die auf der Bestimmung des Verhältnisses zwischen der Menge des Urans und der Menge seiner Zerfallsprodukte in den Mineralien beruhen), das „Alter der Erde", d. h. die Zeit, während der sich ihre Oberfläche ungefähr in demselben festen Zustand befindet wie jetzt, auf wenigstens 5 Milliarden Jahre abschätzen. Hieraus ist zu ersehen, daß die Sonne, die ja bedeutend älter ist als die Erde, eine viel längere Zeit hindurch mit unverminderter Stärke strahlt. Woher stammt nun die Energie dieser Strahlung?

Die moderne Entwicklung der Atomphysik und insbesondere der Kernphysik gestattet, auf diese Frage eine völlig befriedigende Antwort zu geben.

Erstens stellte sich heraus, daß die Quellen der Gravitationsenergie (d. h. die potentielle Energie der Schwerkraft) unermeßlich viel größer sind, als man früher angenommen hatte, da sich die Materie der Sterne bei der außerordentlichen Stärke der Schwerkraft infolge ihrer riesigen Masse so stark zusammenziehen kann, daß ihre Dichte hunderttausendmal, ja sogar millionenmal größer werden kann als die Dichte der gewöhnlichen festen oder flüssigen Körper. In den festen und flüssigen Körpern ist der Abstand zwischen benachbarten Atomen durch die Größe der Atome bestimmt, d. h., er stimmt der Größenordnung nach mit dem Durchmesser der äußeren Elektronenbahnen in isolierten Atomen überein. In metallischen Körpern führt die Annäherung der Atome bis auf Abstände dieser Größenordnung zu einer spontanen Vergesellschaftung der äußeren Elektronen, die auch das Zusammenhalten

der übrigbleibenden positiven Ionen zu einem einheitlichen festen (oder bei genügend hohen Temperaturen — flüssigen) Aggregat gewährleisten.

Zugleich mit einer derartigen spontanen Vergesellschaftung der äußeren Elektronen, welche die Annäherung zwischen den Atomen aufrechterhält, durch die sie hervorgerufen wird, ist eine erzwungene Vergesellschaftung möglich; sie wird durch die Annäherung der Atome unter dem Einfluß des Drucks verursacht, der durch die Wirkung der Gravitationskräfte erzeugt wird. Sind diese Kräfte groß genug, so kann die Vergesellschaftung nicht nur die äußeren Elektronen erfassen, sondern auch die Elektronen in den tieferen Schichten der Hülle, die den Kern umgibt — bis hin zur vollständigen Auflösung der Elektronenhülle und zur Umwandlung der Sternmaterie in „nackte“ Kerne, die in ein außerordentlich stark komprimiertes Elektronengas eingebettet sind. Da die Kerne sehr klein sind, ist es nicht zu verwundern, daß die Dichte der Materie unter diesen Umständen Werte annehmen kann, die millionenmal größer sind als im gewöhnlichen festen oder flüssigen Zustand.

Die obigen Überlegungen wurden 1923 von EDDINGTON ausgesprochen, als man die Tatsache entdeckt hatte, daß die Dichte des Siriusbegleiters 600000 mal so groß ist wie die Dichte des Wassers. Hierbei nahm EDDINGTON an, daß nicht der hohe Druck, der im Innern der Sterne herrscht, die Ursache für das Abreißen der Elektronen von den Atomen ist, sondern die hohe Temperatur, die durch ihre allmähliche Kontraktion hervorgerufen wird, wenn man dieses Losreißen nicht als eine „Vergesellschaftung“ der Elektronen in unserem Sinn betrachtet, sondern als thermische Ionisation der Atome (analog wie in stark erhitzten Gasen). Dieser Standpunkt ist nicht ganz richtig, da eine erzwungene „Vergesellschaftung“ der Elektronen unter der Einwirkung von genügend hohem Druck in jedem beliebigen Stoff sogar bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts hervorgerufen werden kann; dies geht aus dem schon erwähnten Beispiel der metallischen Körper hervor. Hierbei kann die kinetische Energie der „vergesellschafteten“ Elektronen, die auch bei der Temperatur des absoluten Nullpunkts erhalten bleibt, schon lediglich aus dem Grund überhaupt keinen thermischen Charakter haben, weil die Elektronen unter dem Einfluß der COULOMB-Kräfte der gegenseitigen Abstoßung und der Anziehung durch die positiven Ionen (oder Kerne) stehen und daher nicht in Ruhe bleiben können — ähnlich wie die Atomkerne in einem festen Körper —, sondern sich ebenso wie in isolierten Atomen in ständiger Bewegung befinden müssen. Das Anwachsen der Energie dieser Bewegung mit steigender Temperatur des Körpers geht zuerst verhältnismäßig langsam vor sich und erfolgt erst bei ziemlich hohen Temperaturen annähernd nach demselben Gesetz wie bei den gewöhnlichen Gasen, d. h. proportional der absoluten Temperatur T, so daß die mittlere Energie der ungeordneten Elektronenbewegung auf den gewöhnlichen Ausdruck $\frac{3}{2} k T$ hinauskommt, wo $k = 1{,}4 \cdot 10^{-16}$ die BOLTZMANNsche Konstante ist.

Ohne auf Einzelheiten dieser Frage einzugehen, bemerken wir nur, daß die Kontraktion der Sterne weit über die Grenze der Dichte der gewöhnlichen festen

und flüssigen Körper unter Beibehaltung des quasigasförmigen Zustandes (überdichtes Gas) eine mächtige Wärmeenergiequelle sein kann, welche die Ausstrahlung eines Sternes sehr lange Zeit hindurch aufrechterhalten kann.

Wenn man annimmt, daß der Gravitationsdruck — der im Zentrum der Sonne und der nach ihren Abmessungen und Eigenschaften sonnenähnlichen Sterne ungefähr 1 Milliarde atm erreicht — durch den thermischen Druck der positiven Ionen und der Elektronen ausgeglichen wird, die ein gewisses überdichtes Gasgemisch bilden, so kann man ohne Mühe die hierzu erforderliche Temperatur ausrechnen; sie beträgt größenordnungsmäßig 10 bis 20 Millionen Grad, wobei die Dichte im Zentrum der Sonne 60 g/cm³ erreicht, bei einer mittleren Dichte von nahezu 1,41 g/cm³. Bei Sternen mit viel größerer Masse kann diese Temperatur noch höher sein (aber nicht viel); die Dichte kann wesentlich größere Werte aber nur bei sehr „alten" Sternen mit erschöpften Energiequellen erreichen.

Der Druck im Zentrum eines Sterns p_0, der durch die Gravitation erzeugt wird, ist der Größenordnung nach bestimmt durch das Produkt aus der mittleren Dichte $\bar{\varrho}$, dem Mittelwert der Gravitationsbeschleunigung $\bar{w}$ und dem Radius des Sterns R

$$p_0 = \bar{\varrho}\bar{w}R.$$

Da $\bar{\varrho} = \frac{3M}{4\pi R^3}$ und $w_{\max} = \frac{GM}{R^2}$ ist, wobei M die Masse des Sterns ist und G die Gravitationskonstante (gleich $6{,}7 \cdot 10^{-8}$ dyn cm²g⁻²), so gilt:

$$p_0 = \frac{GM}{R}\bar{\varrho} = \frac{3GM^2}{4\pi R^4}.$$

Für die Sonne ist $M = 2 \cdot 10^{33}\,g$ und $R = 7 \cdot 10^{10}$ cm (bei $\bar{\varrho} = 1{,}41$ g/cm³), so daß

$$p = 10^{15}\,\text{dyn/cm}^2 = 10^9\,\text{kg/cm}^2 = 1\ \text{Md. atm}.$$

Setzen wir $p_0 = \frac{GM}{R}\varrho_0$ gleich dem Gasdruck $\frac{\varrho}{\mu m}kT$, wobei m die Masse des Wasserstoffatoms ist und μ das mittlere Molekulargewicht des Elektronen-Kern-Gemischs, aus dem der Stern besteht (es ist nahezu gleich 2, d. h. nahezu gleich dem Verhältnis des Atomgewichts zur Ordnungszahl)[1], so erhalten wir $T_0 = 2 \cdot 10^7$. Hieraus folgt für die Dichte im Zentrum der Sonne ein verbesserter Wert von der Größenordnung 100 g/cm³.

Wir bemerken, daß für die Charakteristik des Zustands eines bestimmten Sterns die Zeit von wesentlicher Bedeutung ist, da sich dieser Zustand im Laufe der Zeit gesetzmäßig ändert. Obwohl die Frage nach der „Geburt" der Sterne noch nicht gelöst ist (da sie mit dem allgemeinen Problem der Evolution des Kosmos zusammenhängt), hat doch jeder Stern seine individuelle Geschichte,

[1]) Bei vollständiger Ionisation des Atoms ist die Zahl der Teilchen, in die das Atom aufgespalten ist, gleich $1 + Z$ (Kern und Z Elektronen); das mittlere Molekulargewicht eines dieser Teilchen ist also gleich $\frac{A}{Z+1} \approx 2$.

die man bis zu einem gewissen Grade ermitteln kann, indem man die verschiedenen Sterne miteinander vergleicht und annimmt, daß die Hauptunterschiede zwischen ihnen durch ihren Altersunterschied bedingt sind. Dieser Evolutions-Standpunkt wird dadurch bekräftigt, daß es möglich ist, alle beobachteten Sterne in wenige Hauptsysteme oder Reihen einzuordnen, die durch ein bestimmtes Verhältnis zwischen ihrer Helligkeit, ihrem Spektrum, ihren Abmessungen und einigen anderen Eigenschaften gekennzeichnet sind; der wichtigste Parameter in der Entwicklungsgeschichte eines jeden Sterns ist hierbei seine Masse, die man praktisch als konstant betrachten kann. Aus der EINSTEINschen Beziehung zwischen Masse und Energie folgt übrigens, daß die Masse eines jeden Sterns im Zusammenhang mit seiner Energieausstrahlung im Laufe der Zeit abnehmen muß; dabei ist diese Abnahme während irgendeines Zeitraums proportional der während dieser Zeit ausgestrahlten Energie. Die allmähliche Abnahme der Masse eines Sterns kann also — wie klein sie ihrem relativen Wert nach auch sein mag — als Maß für seine Strahlungsenergie dienen.

Die fundamentalen Veränderlichen, die die Evolution eines Sternes charakterisieren, sind seine Abmessungen, d. h. sein Radius (oder die Dichte, die sich aus seinen Abmessungen und seiner Masse ergibt) und seine Zusammensetzung. Was die Abmessungen betrifft, so zeigt die Beobachtung, daß sie sich für die verschiedenen Sterne in außerordentlich weiten Grenzen ändern — von Riesen bis zu Zwergen (verglichen mit der Sonne) — bei verhältnismäßig geringer Änderung ihrer Masse. Es ist ganz natürlich, wenn wir annehmen, daß die Abmessungen eines jeden einzelnen Sterns im Laufe seiner Entwicklung allmählich kleiner werden — von den Riesen bis zu den Zwergen — und daß diese Zusammenziehung die unmittelbare Ursache für die allmähliche Erwärmung des Sterns und für das Zunehmen seiner Strahlungsintensität ist. Im „Anfangsstadium" der Entwicklung eines Sterns ist die potentielle Energie der Schwerkraft (die sich direkt in Wärmeenergie und über diese in die Energie der Lichtstrahlung verwandelt) die Hauptquelle der ausgestrahlten Energie, während die chemische Zusammensetzung des Sterns keine wesentliche Rolle spielt.

Die Gravitationsenergie des Sterns kann aber — selbst wenn wir mit der Möglichkeit einer Überkompression rechnen — nur für eine verhältnismäßig kurze Zeit ausreichen. Außerdem würde die Evolution aller Sterne bei konstant bleibender Zusammensetzung, unabhängig davon ob diese in den einzelnen Sternen gleich oder verschieden ist, völlig einheitlich verlaufen. Die Mannigfaltigkeit der zu beobachtenden Typen von Sternen und der hieraus folgende verwickelte Charakter ihrer Evolution finden nur unter der Voraussetzung eine Erklärung, daß sich im Laufe der Zeit nicht nur der Radius des Sterns, sondern auch seine chemische Zusammensetzung — genauer: die Atomkerne, aus denen er zusammen mit den Elektronen besteht — ändern.

Mit anderen Worten: Der Entwicklungsprozeß eines jeden Sterns muß mit einer allmählichen Transmutation der Atome verknüpft sein, aus denen er besteht.

In welcher Richtung verläuft nun diese Transmutation? Um eine Antwort auf diese Frage geben zu können, müssen wir irgendeine Hypothese über die anfängliche chemische Zusammensetzung des Sternes „in der Frühe" seines Lebens annehmen. Am natürlichsten ist die Hypothese, daß der Stern in dieser Anfangsperiode seiner Entwicklung aus den einfachsten Atomen besteht — aus Wasserstoffatomen. Teleskop und Spektroskop überzeugen uns davon, daß es Sterne mit außerordentlich geringer Dichte und verhältnismäßig niedriger Temperatur gibt, die in der Hauptsache aus Wasserstoff bestehen. Natürlich kann man nicht mit Bestimmtheit sagen, daß gerade die „Roten Riesen" Vertreter der „Jugend" in der Sternenwelt sind und daß jeder Stern seine Entwicklung gerade mit diesem Stadium beginnt (wenn man nicht versucht, die Umstände festzustellen, die zu seiner Entstehung führen). Aber diese Annahme führt zu einer befriedigenden qualitativen und quantitativen Erklärung der beobachteten Tatsachen.

2. Die Kernreaktionen in Sternen

Die Evolution eines jeden Sterns muß in Richtung einer Abnahme seiner Energie verlaufen, die sich allmählich im interstellaren Raum zerstreut (zum Teil in Form von Teilchen mit einer von Null verschiedenen Ruhmasse, hauptsächlich aber in Form von Photonen, d. h. Licht). Diese Energieentwicklung im Innern des Sterns ist anfangs durch die Verringerung seiner Abmessungen bedingt. Sie kann aber auch — und zwar in noch stärkerem Maße — durch die Vereinigung der ihm angehörenden Wasserstoffatome zu schwereren Atomen erreicht werden. Die Kernreaktionen, die zu einer derartigen Vereinigung führen, kann man sich vorstellen als eine Kondensation des „Nukleonendampfs", den die Protonen bilden (die Elektronen kommen dabei nicht in Betracht), zu winzigen, aber allmählich wachsenden Tröpfchen von Kernflüssigkeit, die ja die Kerne der schweren Atome darstellen. (Sie konnten sich auch schon früher bilden.) Dieser Prozeß beginnt mit der Vereinigung von zwei Protonen zu einem Deuteron unter Emission eines Positrons (und eines Neutrinos), dabei wird die verhältnismäßig geringe Energie von 2 MeV frei[1]). Zwei Deuteronen können sich im Prinzip zu einem Heliumkern vereinigen; dieser kann aber auch dadurch entstehen, daß sich ein Deuteron mit einem Proton vereinigt; dabei entsteht dann das leichte Heliumisotop mit dem Atomgewicht 3, das sich anschließend mit einem weiteren Proton verbindet und ein zweites Positron emittiert. Die weitere Vergrößerung der Kerne erfolgt dadurch, daß sich Protonen mit den entstandenen Heliumkernen vereinigen, die zusammen mit den Deuteronen eine in gewissem Grade analoge Rolle spielen wie die Keime bei der Kondensation von übersättigtem Dampf.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Protonendampf, der (zusammen mit den Elektronen) die Materie eines jungen Sternes bildet, und gewöhnlichem

[1]) Als Zwischenprodukt kann hierbei das instabile Biproton entstehen.

übersättigtem Dampf besteht darin, daß die Vereinigung zweier Protonen miteinander (oder richtiger ihre Annäherung, die zur Bildung eines Deuterons notwendig ist) durch ihre elektrische Abstoßung erschwert wird. Noch schwieriger ist die Vereinigung eines Protons mit einem vorher entstandenen schwereren Kern, der eine entsprechend größere positive Ladung besitzt. (Die Beta-Umwandlungen, die das stabile Verhältnis zwischen der Ladung und dem Gewicht der Kerne regeln, d. h. zwischen der Zahl der Protonen und der Neutronen, verlaufen verhältnismäßig sehr rasch.) In all diesen Fällen muß das Proton zur Vereinigung den Potentialwall überwinden, der durch die elektrischen Abstoßungskräfte erzeugt wird.

Eine analoge Situation liegt bei verschiedenen chemischen Reaktionen vor, wenn sie mit einer teilweisen Zerlegung der Ausgangsmoleküle beginnen, die eine gewisse, manchmal sehr beträchtliche Aktivierungsenergie erfordert. Daraus erklärt sich die Tatsache, daß die chemischen Reaktionen, wie günstig sie vom Standpunkt ihrer Energiebilanz auch sein mögen, nur bei genügend hoher Temperatur stattfinden können. Die Quelle der Aktivierungsenergie ist hierbei die Energie der Wärmebewegung, die bei einzelnen Teilchen bedeutend größer sein kann als der Mittelwert kT, der der Anfangstemperatur T entspricht.

Da bei der Reaktion Wärme entwickelt wird, kann die Reaktion durch eine lokale und kurzfristige Energiezufuhr von außen hervorgerufen werden (durch einen Funken, die Zündung); im weiteren Verlauf der Reaktion — insbesondere, wenn sie sich vom Ausgangspunkt in die Umgebung ausbreitet, die anfänglich noch kalt geblieben war — kann die Temperatur nicht nur durch die freiwerdende Wärme aufrechterhalten werden, sondern sie kann bei ungenügender Wärmeableitung immer mehr steigen; infolgedessen wird die Reaktion lawinenartig beschleunigt und nimmt den Charakter einer Explosion an.

Damit in einem Stern, der aus Wasserstoff oder einem Gemisch von Wasserstoff und schwereren Atomen besteht, Kernkondensations-Reaktionen stattfinden können, muß er eine genügend hohe Temperatur besitzen. Würde bei der Vereinigung der Protonen zu anderen Kernen nicht der Tunneleffekt auftreten, so müßte diese Temperatur außerordentlich hoch sein, ungefähr ebensoviele Male höher als die Flammtemperatur der gewöhnlichen brennbaren Substanzen, wie die Höhe des Potentialwalles an der Grenze des Kerns (mit Beziehung auf das Proton) größer ist als die Aktivierungsenergie für Verbrennungsreaktionen. Bei der Verbrennung hat die Aktivierungsenergie eine Größenordnung von einigen Elektronenvolt; dabei beträgt die Temperatur, bei der die Reaktion mit einiger Geschwindigkeit abläuft, ungefähr 1000°. (Das entspricht einem Wert von kT, der ein Zehntel der Aktivierungsenergie beträgt.) Beim Kern hat der Potentialwall eine Höhe von einigen Millionen Elektronenvolt (für die leichtesten Kerne — Helium und Lithium), so daß die Temperatur, bei der die „Kondensation" der Protonen mit merklicher Geschwindigkeit stattfindet, Milliarden von Grad erreichen müßte.

Infolge des Tunneleffekts, d. h., da die Protonen ohne Aufwand von Aktivierungsenergie in den Kern hinein (oder an seine Oberfläche) durchsickern,

beträgt die Temperatur, die herrschen muß, damit dieses Durchsickern mit merklicher Geschwindigkeit erfolgt, nur einige Zehntel der obenstehenden Zahl, d. h. sie beläuft sich auf einige zehnmillionen Grad (und kann für die Vereinigung von zwei Protonen miteinander noch niedriger liegen[1]).

Die Abhängigkeit der Geschwindigkeit der Kernreaktionen in einem Stern von seiner Temperatur kann quantitativ auf folgende Weise bestimmt werden.

Bei Wärmegleichgewicht sind die Geschwindigkeiten der Teilchen, aus denen der Stern besteht, insbesondere die der Protonen, entsprechend dem MAXWELLschen Gesetz verteilt. Also ist die relative Zahl der Protonen, deren Geschwindigkeit zwischen v und $v + dv$ liegt, proportional dem Ausdruck $e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$.

Dieser Ausdruck ist sowohl auf die Verteilung der absoluten Geschwindigkeiten anwendbar als auch auf die der relativen, d. h. auf die Verteilung der Geschwindigkeiten der Protonen mit Beziehung auf irgendwelche andere Teilchen, mit denen sie zusammenstoßen. Im zuletzt genannten Fall ist unter v die relative Geschwindigkeit und unter m die reduzierte Masse $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ der beiden Teilchen zu verstehen, wobei m_1 und m_2 die Masse eines jeden der beiden Teilchen für sich bedeutet.

Bei der Berechnung des effektiven Querschnitts für den Einfang eines Protons m_1 durch irgendeinen anderen Kern m_2 unter Berücksichtigung des Tunneleffekts muß der gewöhnliche Ausdruck $v\sigma_0(v)$, der sich auf ein neutrales Teilchen bezieht, durch sein Produkt mit dem Faktor $e^{-\frac{4\pi^2 Z e^2}{hv}}$ ersetzt werden. Hierbei bedeutet v die relative Geschwindigkeit des Protons in Richtung der Geraden, die es mit dem anderen Teilchen verbindet. Dies ist bei der Bestimmung der mittleren Zahl der effektiven Zusammenstöße zu beachten, d. h. derjenigen Zusammenstöße, bei denen das Proton den Potentialwall überwindet und imstande ist, sich mit dem betreffenden Teilchen zu verbinden. Betrachten wir die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten dieser Bindung als eine Größe, die nicht von der Geschwindigkeit des Protons abhängt, und bezeichnen wir den entsprechenden Wert von $\sigma(v)$ als σ_0, so können wir die mittlere Zahl der effektiven Zusammenstöße bestimmen als das Produkt von n_1 — der Zahl der Protonen in der Volumeinheit — und n_2 — der Zahl der Teilchen von der zweiten Art, mit denen sie zusammenstoßen — mit dem Mittelwert des Produkts $\sigma_0 v e^{-\frac{4\pi^2 Z e^2}{hv}}$ für die eindimensionale MAXWELL-Verteilung, d. h.

$$\overline{v\sigma(v)} = \frac{\sigma_0 \int_0^\infty e^{-\frac{4\pi^2 Z e^2}{hv}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v\,dv}{\int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv}.$$

[1]) Für die Vereinigung von Heliumkernen liegt sie bedeutend höher als für die Vereinigung von Protonen — nicht nur wegen der doppelt so großen Ladung der Heliumkerne, sondern auch wegen der größeren Masse. (Eine größere Masse verringert die Wahrscheinlichkeit des Durchsickerns.)

Die exakte Berechnung dieses Ausdrucks ist nicht möglich, praktisch aber auch nicht notwendig. Für seine angenäherte Berechnung bemerken wir, daß die Funktion unter dem Integral $e^{-\frac{a}{v}-bv^2}$, wobei $a = \frac{4\pi^2 Z e^2}{h}$ und $b = \frac{m}{2kT}$ ist, bei einem gewissen Wert $v = v_0$, der sich aus der Bedingung $-\frac{a}{v^2} + 2bv = 0$ bestimmt, ein scharf ausgeprägtes Maximum besitzt. Der wahrscheinlichste Wert der Geschwindigkeit ist also gleich

$$v_0 = \left(\frac{a}{2b}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{4\pi^2 Z e^2 k T}{hm}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{1}$$

Der entsprechende (maximale) Wert der Funktion $e^{-\frac{a}{v}-bv^2}$ ist gleich

$$e^{-\frac{3}{2}\cdot\frac{a}{v_0}} = e^{-3bv_0^2},$$

das heißt

$$e^{-\left(\frac{U_0}{kT}\right)^{\frac{1}{3}}}, \tag{2}$$

wobei

$$U_0^{\frac{1}{3}} = \frac{6\pi^2 Z e^2}{h}\left(\frac{hm}{4\pi^2 Z e^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{54\pi^4 Z^2 e^4 m}{h^2}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{2a}$$

Hieraus ist ohne weitere Berechnungen zu ersehen, daß die Geschwindigkeit der Kernreaktionen, die durch die Eingliederung eines Protons in einen anderen Kern verursacht werden, unter Berücksichtigung des Tunneleffekts im wesentlichen entsprechend dem Ausdruck (2) von der Temperatur des Sterns abhängt[1]. Ein genaueres Resultat kann man erhalten, wenn man die Funktion $e^{-\frac{a}{v}-bv^2} = e^{f(v)}$ durch das Produkt ihres Maximalwerts mit der Gaussschen Funktion $e^{-c(v-v_0)^2}$ ersetzt, wobei[2] $c = \frac{1}{2}\left(\frac{d^2 f}{dv^2}\right)_{v=v_0} = \frac{a}{v_0^3} + b$ und $b = \frac{m}{2kT}$ bedeutet. Wir erhalten also, wenn wir die Werte von a und b verwenden:

$$\overline{v\sigma(v)} = v_0 e^{-\left(\frac{U_0}{kT}\right)^{\frac{1}{3}}} (2\pi m k T)^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

oder nach Gleichung (1):

$$\overline{v\sigma(v)} = A(kT)^{\frac{5}{6}} e^{-\left(\frac{U_0}{kT}\right)^{\frac{1}{3}}}, \tag{3a}$$

worin

$$A = \left(\frac{4\pi^2 Z e^2}{hm}\right)^{\frac{1}{3}} (2\pi m)^{\frac{1}{2}}.$$

Die eigenartige Abhängigkeit der Kernreaktionen von der Temperatur des Sterns, die durch den Ausdruck (2) charakterisiert wird, zeigt, daß die effektive

[1]) Diese Abhängigkeit gilt nur dann, wenn die mittlere Wärmeenergie der Protonen $\frac{1}{2}kT$ klein ist im Vergleich zur Höhe des Potentialwalls.

[2]) Entsprechend der Zerlegung von $-\frac{a}{v} - bv^2$ in eine Reihe nach Potenzen von $v - v_0$.

Höhe des Potentialwalls U_0, die durch die kinetische Energie der Wärmebewegung kT überwunden wird, viel größer sein kann als diese kinetische Energie. Wenn z. B. bei den gewöhnlichen chemischen Reaktionen die Reaktionsgeschwindigkeit bei $\frac{U}{kT} = 10$ merklich groß wird, worin U die Aktivierungsenergie ist, so ergibt sich dieselbe Geschwindigkeit bei den Kernreaktionen, die mit Hilfe des Tunneleffekts zustande kommen für $\frac{U}{kT} = 1000$, d. h. bei einer Temperatur, die etwa nur den 100. Teil hiervon beträgt. Hierdurch erhalten die Prozesse der Kernsynthese, die zustande kommen, wenn ein Proton von einem anderen Proton unter Emission eines Beta-Teilchens (oder von einem Heliumkern, siehe nachstehend) eingefangen wird, schon dann eine genügend große Geschwindigkeit, wenn die mittlere Wärmeenergie der Protonen eine Größenordnung von nur 1000 eV besitzt; dies entspricht einer Temperatur von etwa 10 Millionen Grad, während sich die Höhe des COULOMB-Walls an der Grenze des Kerns auf einige Millionen Elektronenvolt beläuft[1]).

Wir bemerken noch, daß die günstigste Einfangreaktion der Protonen die Reaktion:

$$p + p \rightarrow D + e^{+} + \nu$$

ist; beim Einfang des Protons durch einen komplizierteren Kern nimmt die Wahrscheinlichkeit des Prozesses im Zusammenhang mit der Zunahme der Energie U_0 proportional Z^2 stark ab.

3. Die Rolle der Kernreaktionen bei der Evolution der Sterne

Die Erwärmung des jungen Sterns, die notwendig ist, um die Kondensation des Protonengases zu Kernflüssigkeits-Tröpfchen in ihm „anzuwerfen", ist gesichert durch die bei der anfänglichen Zusammenziehung des Sterns freiwerdende Gravitationsenergie. Nachdem dieser Prozeß erst einmal begonnen hat, kann sich die Temperatur des Sterns lange Zeit ohne weitere Zusammenziehung auf dem erreichten Niveau halten, mit Ausnahme der Zusammenziehung, die der Bedingung entspricht, daß der hydrostatische Druck in dem entstehenden Gasgemisch bei abnehmender Zahl von Kernen erhalten bleiben muß (wobei die Vergrößerung der Zahl auf Kosten der freien Protonen zu berücksichtigen ist).

Die Beibehaltung einer konstanten Temperatur setzt voraus, daß die im Innern des Sterns freiwerdende Energie der Kernkräfte in Form von Strahlung durch seine Oberfläche vollständig nach außen abfließt. Wenn die Strahlungsenergie größer ist als die Energie, die innerhalb des Sterns frei wird, so zieht sich dieser weiter zusammen, wenn auch langsamer als ohne die Kernreaktionen;

---

[1]) Für $Z = 1$ hat die Aktivierungsenergie U_0 eine Größenordnung von 10^{-4} erg, während die Wärmeenergie kT für $T = 10^8$ gleich 10^{-8} ist. Das Verhältnis $\left(\frac{U_0}{kT}\right)$ ist in diesem Fall also gleich 10^4 und $\left(\frac{U_0}{kT}\right)^{\frac{1}{3}} = 20$.

im entgegengesetzten Fall fängt der Stern wieder an, sich auszudehnen. Es sind auch solche Fälle möglich, wo die Zusammenziehung infolge der dadurch hervorgerufenen Temperaturerhöhung und infolge der Beschleunigung der Kernreaktionen, die eine weitere Temperaturerhöhung begünstigt, aufhört und in eine Ausdehnung übergeht; die Abkühlung, die durch diese Ausdehnung (infolge der Verlangsamung der Kernreaktionen) hervorgerufen wird, bringt sie aber zum Halten und verursacht erneut eine Zusammenziehung. Durch das Spiel dieser Faktoren erklärt sich das Vorkommen veränderlicher Sterne vom Typ der Cepheiden, deren Helligkeit im Zusammenhang mit einer periodischen Pulsation ihrer Größe schwankt, und zwar mit einer Periode von einem viertel Tag bis zu einem Jahr.

Von dem Zeitpunkt an, ab dem durch das vorhergehende Ansteigen der Temperatur des Sterns (infolge der Gravitation) die „Kondensation" des Wasserstoffs begonnen hat, ändert sich der Charakter der Entwicklung des Sterns sehr stark und läuft der Hauptsache nach auf eine Änderung seiner chemischen Zusammensetzung durch die Entstehung von schwereren Atomen (Helium) aus leichteren (Wasserstoff) hinaus.

Dieser Vorgang verläuft im allgemeinen nicht völlig monoton, sondern in einzelnen, mehr oder weniger scharf ausgeprägten Etappen, die der Anreicherung von immer schwereren Elementen entsprechen. Die erste Etappe hängt mit der Bildung von schwerem Wasserstoff und Helium unmittelbar aus (leichtem) Wasserstoff zusammen, die zweite mit der Entstehung von Lithium aus Helium oder Beryllium aus Lithium usw. Weiterhin können kompliziertere Prozesse stattfinden, die auf die Umwandlung von Wasserstoff in Helium hinauslaufen, an denen Bor oder Kohlenstoff und Stickstoff als Katalysatoren beteiligt sind. So können z. B. nach VON WEIZSÄCKER und BETHE die Eigenschaften der Mehrzahl der jetzt zu beobachtenden Sterne, die durch das Verhältnis zwischen der Helligkeit, d. h. der ausgestrahlten Energie und der Masse gekennzeichnet sind und die einer bestimmten inneren Temperatur von rund 20 Millionen Grad entsprechen, erklärt werden, wenn man von der Annahme ausgeht, daß die folgende Kette von Kernreaktionen die Hauptquelle der ausgestrahlten Energie ist:

$$
\begin{aligned}
&{}_6C^{12} + {}_1H^1 \rightarrow {}_7N^{13} \rightarrow {}_6C^{13} + e^+,\\
&{}_6C^{13} + {}_1H^1 \rightarrow {}_7N^{14},\\
&{}_7N^{14} + {}_1H^1 \rightarrow {}_8O^{15} \rightarrow {}_7N^{15} + e^+,\\
&{}_7N^{15} + {}_1H^1 \rightarrow {}_8O^{16} \rightarrow {}_6C^{12} + {}_2He^4.
\end{aligned}
$$

(Hierbei ist das Neutrino nirgends bezeichnet.) Es ist sehr wahrscheinlich, daß bei den späteren Etappen der Sternentwicklung solche Hilfsreaktionen mit verhältnismäßig leichten Kernen eine wesentliche Rolle spielen, die zur Entstehung von freien Neutronen führen; diese werden dann weiter von schwereren Kernen eingefangen, die dadurch noch schwerer werden. Ohne die Beteiligung von Neutronen würde die Bildung von sehr schweren Kernen in den Sternen so hohe Temperaturen erfordern, daß diese mit der Bedingung des annähernden Gleich-

gewichts zwischen der Schwerkraft und dem Druck im Innern des Sterns nicht in Einklang gebracht werden können, selbst wenn wir den zusätzlichen Druck berücksichtigen, den das Photonengas ausübt, d. h. den Lichtdruck, der mit der Temperatur bedeutend schneller zunimmt als der gewöhnliche hydrostatische Druck. Es ist zu bemerken, daß die Temperatur eines Sterns, seine Dichte und sein Druck von der Oberfläche, wo sie nahezu gleich Null sind, nach dem Zentrum hin allmählich zunehmen; im Zentrum erreicht die Temperatur für Sterne der gewöhnlichen Masse (nahezu Sonnenmasse), die sich im „reiferen" Alter befinden, einige (zwei bis vier) Zehnmillionen Grad, die Dichte mehrere zehn bis hundert Gramm auf 1 cm^3 (trotz des gasförmigen Zustandes!) und der Druck einige Milliarden Atmosphären.

Da die Geschwindigkeit der Kernreaktionen mit steigender Temperatur außerordentlich schnell zunimmt und da auch die Temperatur des Sterns mit der Annäherung an sein Zentrum wächst, kann man annehmen, daß diese Reaktionen hauptsächlich in einem verhältnismäßig nicht sehr großen zentralen Gebiet des Sterns ablaufen. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes kann die Temperatur des zentralen Gebiets noch höhere Werte annehmen und annähernd eine Milliarde Grad erreichen.

Da die schweren Komponenten des Gasgemischs die Tendenz haben, sich in den tieferen Schichten und insbesondere im zentralen Teil des Sterns zu konzentrieren, ist mithin zu erwarten, daß sich die chemische Zusammensetzung des zentralen Teils schon verhältnismäßig früh von der chemischen Zusammensetzung der peripheren Schichten im Sinne einer Anhäufung der schweren Kerne stark unterscheidet.

Mit zunehmender Anreicherung von metastabilen schweren Kernen mit einem Atomgewicht zwischen den Grenzwerten A^* und A^{**} (vgl. Abschn. 2, Kap. IV) müssen neben den Kondensationsvorgängen, durch die diese Kerne entstehen, die Prozesse der Spaltung dieser Kerne in annähernd gleich große Tochterkerne eine gewisse Bedeutung als Quelle der Strahlungsenergie erlangen. Weil diese Prozesse mit einer kolossalen Energieentwicklung verknüpft sind — sie ist viel größer als bei den gewöhnlichen Kondensationsprozessen[1]) —, müssen sie zu einer anomalen Erwärmung des Sterns führen, besonders in dem zentralen Teil, in dem sie sich im wesentlichen abspielen. Und da diese anomale Temperaturzunahme eine weitere Beschleunigung dieser Prozesse hervorrufen muß, kann diese Spaltung der schweren Kerne im zentralen Teil eines „reifen" Sterns schließlich den Charakter einer mächtigen Explosion annehmen, die mit einer sehr starken Zunahme der Temperatur, der Dimensionen und der Helligkeit des Sterns verknüpft ist. Hieraus erklärt sich nach Ansicht des Verfassers die bis jetzt rätselhaft gebliebene Erscheinung des „Aufleuchtens" der „Supernovae", wobei die Helligkeit eines Sterns, die während einer Beobachtungszeit von tausend Jahren sehr gering gewesen ist, im Verlauf von wenigen Stunden plötz-

[1]) Wenn man diese Energie auf ein einziges Atom bezieht (auf das Ausgangsatom beim Zerfall oder auf das Endatom bei der Vereinigung).

lich auf das Millionenfache zunimmt, um dann innerhalb weniger Tage oder Wochen wieder bis auf einen (vom Anfangswert verschiedenen) geringen Wert abzunehmen[1]).

Ohne auf andere, früher vorgeschlagene Versuche zur Erklärung der Supernova-Ausbrüche einzugehen, bemerken wir nur, daß die Explosion, die diesen Ausbruch hervorruft, von unserem Standpunkt aus in gewissem Grade eine „Verjüngung" des Sterns darstellt, die mit Beziehung auf seine chemische Zusammensetzung mehr oder weniger lange andauert und im normalen Verlauf seiner Entwicklung gewissermaßen einen Schritt zurück bedeutet. Aber dieser Schritt stellt durchaus nicht etwa den früheren Zustand des Sterns vollständig wieder her; denn sein Gehalt an Wasserstoff — dem Hauptfaktor bei den Kernreaktionen — bleibt nach der Explosion ungefähr der gleiche wie vorher (wenn man den verhältnismäßig geringen Effekt nicht berücksichtigt, der mit einer teilweisen Verdampfung von Neutronen und vielleicht auch von Protonen aus den Spaltprodukten sowie aus anderen zusammengesetzten Kernen zusammenhängt, die nicht an der Spaltung teilgenommen haben, aber an der allgemeinen Erwärmung durch das Ansteigen seiner Innentemperatur beteiligt sind).

Wenn wir das Alter eines Sterns nicht nach der relativen Menge der in ihm entstandenen schweren Elemente bestimmen, sondern nach der relativen Menge des verbrauchten Wasserstoffs, so bedeutet die Explosion eines Sterns, die durch eine lawinenartige Entwicklung der Spaltung schwerer Kerne im Innern des Sterns verursacht worden ist, praktisch keine Verjüngung für ihn. Der Stern bleibt nach der Explosion praktisch genau so überreif wie vorher, aber die wesentliche Änderung der chemischen Zusammensetzung führt zu einer neuen Etappe seiner Entwicklung mit ihren besonderen charakteristischen Merkmalen.

Ist der Wasserstoff eines Sterns praktisch vollständig erschöpft, so tritt der Stern in die letzte Etappe seines Daseins ein — in das Stadium des Erlöschens. Ebenso wie am Anfang seines Lebenswegs hat er jetzt nur noch eine einzige Energiequelle — die Schwerkraft, anscheinend ohne alle Möglichkeiten, in Zukunft noch Kernenergiequellen zu erschließen. Von nun an kann die Strahlung des Sterns nur durch seine weitere Zusammenziehung aufrecht erhalten werden;

---

[1]) Die Ausbrüche der gewöhnlichen Novae, bei denen ein verhältnismäßig geringer Teil ihrer Masse in Form einer kugelförmigen Gashülle ausgestoßen wird, die mit einer Geschwindigkeit von mehreren tausend Kilometern in der Sekunde auseinanderfliegt, werden anscheinend durch eine anomale Beschleunigung der gewöhnlichen Kernreaktionen vom Kondensationstyp hervorgerufen. Solche Ausbrüche können sich bei ein und demselben Stern periodisch wiederholen und stellen eine gewisse Modifikation der gewöhnlichen Helligkeitsschwankungen dar, die für die veränderlichen Sterne charakteristisch sind. Eine eingehendere Behandlung dieser Fragen findet der Leser in den Aufsätzen von A. I. Lebedinski und L. E. Gurewitsch sowie in den Arbeiten von B. W. Kukarkin, der auf den Zusammenhang der Novae mit den veränderlichen Sternen hingewiesen hat.

Anm. d. Übers: B. W. Kukarkin: „Erforschung der Struktur und Entwicklung der Sternsysteme auf der Grundlage des Studiums veränderlicher Sterne." Berlin 1954, Akademie-Verlag. B. A. Woronzow-Weljaminow: „Gasnebel und Neue Sterne." Berlin 1953, Verlag Kultur und Fortschritt.

diese dauert so lange, bis sich der Stern in einen Zwerg verwandelt, der die Größe eines kleinen Planeten hat, ähnlich wie die Erdkugel, und eine Dichte von Millionen Gramm pro cm^3 und sogar darüber besitzt. Anfangs bleibt dieser Zwerg noch „weiß", d. h., seine Temperatur ist ungefähr ebenso hoch wie früher (obwohl sie jetzt schon keinen wesentlichen Einfluß mehr auf den überhohen Druck im Innern des Sterns ausübt) —, von dieser Art ist der schwache Begleiter des Sirius und eine Reihe anderer „weißer Zwerge", die in den letzten zwanzig Jahren entdeckt worden sind. Aber dann kann er schwächer werden und ganz verschwinden; dann hat er sich in eine dunkle Masse verwandelt. Offenbar gibt es im Weltall viele solche völlig erloschene „tote" Sterne.

„Und wenn nun ein solches Sonnensystem seinen Lebenslauf vollbracht und dem Schicksal alles Endlichen, dem Tode verfallen ist, wie dann?"[1]) — fragt F. ENGELS und antwortet: „Wir kommen also zu dem Schluß, daß auf einem Wege, den es später einmal die Aufgabe der Naturforschung sein wird aufzuzeigen, die in den Weltraum ausgestrahlte Wärme die Möglichkeit haben muß, in eine andre Bewegungsform sich umzusetzen, in der sie wieder zur Sammlung und Betätigung kommen kann. Und damit fällt die Hauptschwierigkeit, die der Rückverwandlung abgelebter Sonnen in glühenden Dunst entgegenstand[2])."

Wir haben nicht das Recht, Ergebnisse, die wir für einen begrenzten Teil des Weltalls gewonnen haben, auf das ganze Weltall anzuwenden. Wenn das Weltall unendlich im Raume ist, muß es auch unendlich in der Zeit sein. „Es ist ein ewiger Kreislauf, in dem die Materie sich bewegt, ein Kreislauf, der seine Bahn wohl erst in Zeiträumen vollendet, für die unser Erdenjahr kein ausreichender Maßstab mehr ist; . . . ein Kreislauf, in dem jede endliche Daseinsweise der Materie, sei sie Sonne oder Dunstnebel, einzelnes Tier oder Tiergattung, chemische Verbindung oder Trennung, gleicherweise vergänglich, und worin nichts ewig ist als die ewig sich verändernde, ewig sich bewegende Materie und die Gesetze, nach denen sie sich bewegt und verändert[3])."

---

[1]) F. ENGELS, Dialektik der Natur. Dietz Verlag, Berlin 1955, S. 24.
[2]) Ebenda, S. 27.
[3]) Ebenda, S. 27/28.

ANHANG

Das Deuteron

1. Allgemeine Bemerkungen

Der einfachste der zusammengesetzten Kerne ist das Deuteron ($D = H^2$), der Atomkern des schweren Wasserstoffisotops — des Deuteriums. Das Deuteron besteht aus einem Proton und einem Neutron. Sein resultierender Spin kann daher entweder gleich Null oder gleich Eins sein. Die Versuche zeigen, daß dem stabilen Zustand des Deuterons ein Spin vom Werte 1 entspricht, d. h., daß im normalen Zustand des Deuterons, bei dem seine Energie den Minimalwert hat, die Achsen des Protons und des Neutrons parallel zueinander verlaufen. Dieses Resultat wird nach der Methode der magnetischen Resonanz[1]) direkt bewiesen und durch indirekte Ergebnisse, die sich auf die statistischen Eigenschaften des Deuteriummoleküls D_2 beziehen, bestätigt. Die Spins der beiden Deuteronen in diesem Molekül können nämlich auf drei verschiedene Arten orientiert sein, die drei ganzzahligen Werten des resultierenden Spins entsprechen: 0 (antiparallel — Parazustand), 2 (parallel — Orthozustand) und 1 (unter einem rechten Winkel zueinander — Metazustand). Das Deuteriummolekül kann sich also in drei verschiedenen Zuständen befinden, im Gegensatz zum Molekül des gewöhnlichen Wasserstoffs, der sich nur in zwei Zuständen befinden kann — mit dem resultierenden Spin 0 (Para) und 1 (Ortho). Die Quantengewichte dieser Zustände (d. h. die Zahl der verschiedenen Orientierungen des resultierenden Spins im Raum, z. B. mit Beziehung auf ein gewisses äußeres Magnetfeld) betragen für D_2 im ersten Fall 1, im zweiten 5 und im dritten 3. Dieser Sachverhalt ist an der spezifischen Wärme von D_2 zu erkennen, da die Moleküle praktisch nicht von einem Zustand in den anderen übergehen, einfacher und deutlicher aber auch an dem Rotations- oder Bandenspektrum des gasförmigen Deuteriums. Dieses Spektrum ist durch eine bestimmte Gesetzmäßigkeit in der Reihenfolge der Intensitäten seiner Spektrallinien gekennzeichnet, die einem bestimmten Elektronenübergang und den damit zusammenhängenden Änderungen im Rotationszustand des D_2-Moleküls entsprechen.

Das Vorkommen des resultierenden Spins 1 beim Deuteron kann auch dadurch festgestellt werden, daß man von der Betrachtung der „Hyperfeinstruktur“ im Spektrum des Deuteriumatoms ausgeht, d. h. von der Aufspaltung der Spektrallinien, die durch die Wechselwirkung der magnetischen Momente eines Hüllenelektrons und des Deuteron-Kernes verursacht wird. Hierbei ist der Abstand zwischen den „Unterniveaus“, in die die verschiedenen Elektronenniveaus des D_1-Atoms aufgespalten werden, proportional dem Werte dieser magnetischen

[1]) I. Rabi, Phys. Rev., **51**, 652, 1937.

Momente, während ihre Zahl durch den resultierenden Spin des Deuterons bestimmt ist. Es ist noch zu bemerken, daß in der Hyperfeinstruktur des Deuteriumspektrums außer der Aufspaltung, die durch die magnetische Wechselwirkung des Elektrons mit dem Deuteron verursacht wird, eine weitere Anomalie zu beobachten ist, die von dem Auftreten eines zusätzlichen elektrischen Quadrupolmoments beim Deuteron abhängt, dessen Achse parallel zur magnetischen Achse ist und dessen Vorzeichen einer Streckung der Ladung des Deuterons in Richtung dieser Achse entspricht.

Obwohl die obengenannten experimentellen Ergebnisse von sehr wesentlicher Bedeutung für das Verständnis der Natur der Kernkräfte sind, da sich diese gerade in der Struktur des Deuterons am einfachsten erkennen lassen, wollen wir nicht näher darauf eingehen und zu gewissen anderen, noch einfacheren experimentellen Ergebnissen übergehen, die sich auf „Binukleonen" ganz allgemein beziehen, d. h. auf Teilchen, die aus zwei Nukleonen bestehen.

Wir bemerken zunächst, daß in der Natur keine anderen Arten von Binukleonen vorkommen als das Deuteron; es gibt also z. B. kein Teilchen, das aus zwei Protonen besteht (das Biproton — ein denkbares Heliumisotop) und kein Bineutron. Die Ursache hierfür darf man nicht in rein statistischen Überlegungen suchen, analog denen, die die Zusammensetzung komplizierterer Kerne bestimmen; denn die Nukleonen können sich — wie wir wissen — in dem gleichen Quantenzustand befinden, unter der Bedingung, daß ihre Spins entgegengesetzt gerichtet sind.

Man könnte sich also ein Biproton oder ein Bineutron mit dem resultierenden Spin Null vorstellen, wobei von vornherein keine Gründe zu erkennen sind, warum ein solches Teilchen energetisch weniger günstig sein sollte (d. h., eine geringere Bindungsenergie haben sollte) als das Deuteron, sofern die Annahme richtig ist, daß die Wechselwirkungskräfte zwischen den gleichnamigen und den ungleichnamigen Nukleonen die gleichen sind.

Ferner kann es als festgestellt gelten, daß der Bahn-(Rotations-)Drehimpuls des Deuterons (abgesehen von dem Spin) gleich Null ist, d. h., daß das Proton und das Neutron im Normalzustand des Deuterons nicht umeinander rotieren. Dies ist ganz klar, wenn man annimmt, daß die Kernkräfte Zentralkräfte sind; denn in diesem Fall nimmt die Energie der Rotationsbewegung die Quantenwerte $\frac{h^2 l(l+1)}{8\pi^2 D}$ an, wobei $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$ die Drehimpulsquantenzahl ist und D das Trägheitsmoment $\frac{1}{2} mr^2$ des Deuterons bedeutet (m ist die Masse des Protons oder Neutrons, r ihr gegenseitiger Abstand, der als unveränderlich angenommen wird).

In Wirklichkeit haben die Kernkräfte nicht völlig den Charakter von Zentralkräften, wenn auch nur deswegen nicht, weil die Nukleonen magnetische Momente μ besitzen; die Wechselwirkung dieser Momente in der Entfernung r wird durch eine zusätzliche potentielle Energie von der Größenordnung $\frac{\mu^2}{r^3}$ wiedergegeben, die von der Orientierung dieser Momente relativ zueinander

und zu ihrer Verbindungslinie abhängt. Wir haben Grund zu der Annahme, daß außer dieser magnetischen Wechselwirkung zwischen den Nukleonen noch eine analoge „quasimagnetische“ Wechselwirkung besteht, die mit dem Mesonenfeld zusammenhängt und die bei genügend kleinen Werten von r um ein vielfaches größer ist als die magnetische Wechselwirkung. Wenn dies der Fall ist, so kann der Drehimpuls des Deuterons nicht als eine (zeitlich) konstante Größe angesehen werden und kann daher nicht gequantelt werden. Da die Kernkräfte sich nicht sehr stark von Zentralkräften unterscheiden, kann man den Normalzustand des Deuterons trotzdem als ein Gemisch des S-Zustandes ($l = 0$) und des D-Zustandes ($l = 2$) beschreiben, wobei der D-Zustand nur ein verhältnismäßig kleines statistisches Gewicht hat. Von diesem Standpunkt aus ist es möglich, das Vorhandensein eines elektrischen Quadrupolmoments beim Deuteron zu erklären, ferner das Vorzeichen dieses Moments (die in Richtung der magnetischen Achse langgestreckte Verteilung der positiven Ladung) und bis zu einem gewissen Grade auch seinen Wert. Es muß übrigens hervorgehoben werden, daß die Kräfte vom magnetischen Typ mit der Vorstellung der Stabilität des Deuterons nicht vereinbar sind, wenn man annimmt, daß sie bis zu kleinsten Werten des Abstands r wirken. Um die Stabilität des Deuterons (sowie der anderen komplizierteren Kerne) bei der Anwesenheit derartiger Kräfte (neben den gewöhnlichen Zentralkräften) zu erklären, muß man den Nukleonen endliche Ausdehnungen zuschreiben.

Gegenwärtig kann man diese Frage ebenso wie die allgemeine Frage nach der Natur der Kernkräfte nicht als gelöst ansehen. Wir werden weiterhin annehmen, daß die Kraft, die das Proton und das Neutron im Deuteron zusammenhält, eine Zentralkraft ist, und wollen die entsprechende potentielle Energie schematisch durch einen (dreidimensionalen) Potentialtopf von bestimmter Tiefe $U = -V$ und Breite $2a$ darstellen. Hierbei wollen wir unter a den Wirkungsradius der Kernkräfte (vom gewöhnlichen zentralen Typ) verstehen, d. h. einen Wert von der Größenordnung 10^{-13} cm. Wir werden im nachstehenden noch sehen, daß es vom Standpunkt der Quantenmechanik aus nicht wesentlich ist, die Werte V und a genau zu kennen, und daß der Normalzustand des Deuterons praktisch nur von dem Produkt Va^2 abhängt.

Am Schluß dieses Abschnitts wollen wir bemerken, daß die Nukleonen als Teilchen mit halbzahligem Spin der FERMI-Statistik gehorchen müssen, also durch antisymmetrische Wellenfunktionen beschrieben werden. Da der Normalzustand des Deuterons der S-Zustand ist (der durch die Drehimpulsquantenzahl $l = 0$ gekennzeichnet ist), muß er hinsichtlich der Abhängigkeit der zugehörigen Wellenfunktion von den räumlichen Koordinaten symmetrisch sein (da diese Funktion von der Richtung der Achse des Deuterons, d. h. der Verbindungslinie beider Nukleonen, nicht abhängt und sich daher bei ihrer Vertauschung, die durch eine Drehung dieser Achse um 180° zustande kommt, nicht ändert). Unter diesen Umständen muß die Abhängigkeit dieser Wellenfunktion von den Spinkoordinaten, wie es scheint, antisymmetrischen Charakter haben, entsprechend der antiparallelen Lage der Spins vom Proton und Neutron (Singulett-

oder Parazustand). In Wirklichkeit liegen die Spins der beiden Teilchen im Deuteron aber parallel, d. h., das Deuteron befindet sich vom Standpunkt seines resultierenden Spins aus im Triplett-Orthozustand. (Der Triplettzustand zeichnet sich dadurch aus, daß drei verschiedene Orientierungen des resultierenden Spins in bezug auf irgendeine Richtung vorkommen.) Dieser Widerspruch kann behoben werden, wenn man beachtet, daß das Proton und das Neutron strenggenommen verschiedenartige Teilchen oder besser verschiedene Zustände eines und desselben Teilchens — des Nukleons — sind, die durch verschiedene Werte der Ladung (1 und 0) charakterisiert sind. Dieser Unterschied kann formal auf einen Effekt zurückgeführt werden, der dem Effekt des gewöhnlichen Spins analog ist (insofern dieser ebenfalls durch eine Koordinate charakterisiert wird, die nur zwei Werte annimmt: $+{}^1/_2$ und $-{}^1/_2$), und der als „Isotopenspineffekt"[1]) bezeichnet wird. Der Isotopenspin hängt mit der „Ladungskoordinate" zusammen. Bei gleicher Ladung der beiden Nukleonen (d. h. für das Biproton oder das Bineutron) ist der Isotopenfaktor der Wellenfunktion symmetrisch in bezug auf ihre Ladungskoordinaten; für das Deuteron ist dieser Isotopenfaktor aber antisymmetrisch. Zugleich ist auch die Gesamt-Wellenfunktion, die das Deuteron beschreibt, antisymmetrisch, da sie auf ein Produkt aus drei Faktoren hinauskommt, von denen die beiden ersten symmetrisch von den räumlichen und den Spin-Koordinaten abhängen. Von diesem Standpunkt aus könnten das Biproton und das Bineutron (im S-Zustand) nur unter der Bedingung existieren, daß die Spins der Nukleonen, aus denen sie bestehen, antiparallel sind.

2. Die Energie und die Wellenfunktion des Deuterons

Die Erfahrung zeigt, daß die Bindung des Protons und des Neutrons im Deuteron ungefähr nur ${}^1/_3$ bis ${}^1/_4$ so stark ist wie die Bindung der Nukleonen in komplizierteren Elementen. Die Bindungsenergie kann in diesem Fall direkt gemessen werden, und zwar mit Hilfe des Schwellwertes des photoelektrischen (oder richtiger des Photonukleonen-) Effekts, d. h. der minimalen Lichtfrequenz, die das Deuteron in seine Bestandteile aufspalten kann.

Hiernach ergibt sich für dessen Bindungsenergie ε der Wert 2,23 MeV (während z. B. die auf ein Nukleon berechnete Bindungsenergie im Heliumkern nahezu gleich 7 MeV ist).

Ferner zeigt sich, daß Licht geringerer Frequenz von den Deuteronen nicht absorbiert wird. Das Deuteron kann also zum Unterschied von anderen Kernen nicht aus dem Normalzustand in einen angeregten Zustand übergehen, oder richtiger: seine angeregten Zustände liegen im Gebiet des kontinuierlichen Energiespektrums[2]).

---

[1]) Gegenwärtig wird statt „Isotopenspin" treffender das Wort „Isobarenspin" verwendet (*Anm. d. Übers.*).

[2]) Das diskrete Spektrum entspricht bekanntlich gebundenen Zuständen, bei denen die summarische Energie (die positive kinetische und die negative potentielle) negative Werte annimmt. Für das Deuteron ist diese summarische Energie im Normalzustand gleich $-\varepsilon$.

Diese beiden Folgerungen, die sich unmittelbar aus Versuchen ergeben und durch andere Daten bestätigt werden, die sich auf die Einwirkung von Elektronen, Protonen und Neutronen auf die Deuteronen beziehen, erklären sich daraus, daß der Potentialtopf, den das eine der beiden Teilchen des Deuterons — etwa das Proton — in bezug auf das andere — das Neutron — bildet, verhältnismäßig nicht sehr tief, dabei aber sehr eng ist. Unter diesen Umständen liegt in einem derartigen Topf entweder überhaupt kein Quantenzustand oder aber höchstens einer.

Zum Beweis dieses Satzes betrachten wir die relative Bewegung des Neutrons mit Beziehung auf das Proton, das wir als ruhendes Zentrum des sphärischen Potentialtopfes behandeln wollen (Abb. 40, A). Die potentielle Energie ist innerhalb dieses Topfes (d. h. für $r < a$) gleich dem konstanten negativen Wert $-V$ und außerhalb gleich Null. Dieser Topf ist in Abb. 40, B als Energiediagramm dargestellt: die Abbildung vermittelt allerdings die falsche Vorstellung, als sei der Topf „eindimensional“, während er in Wirklichkeit sphärisch ist.

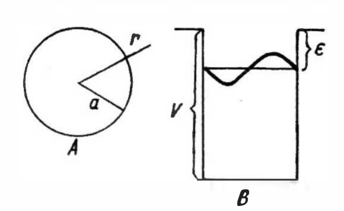


Abb. 40. Der Potentialtopf, den das Proton gegenüber einem Neutron bildet

Die Bewegung des Neutrons in diesem Topf kann sowohl in der klassischen Mechanik als auch in der Quantenmechanik beschrieben werden, wenn wir ihm die reduzierte Masse

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

zuschreiben, wo m_1 und m_2 die wirklichen Massen des Protons und des Neutrons sind. (Wir werden im nachstehenden sehen, daß ihre Geschwindigkeiten klein sind gegen die Lichtgeschwindigkeit, so daß wir die relativistischen Korrektionen vernachlässigen können.)

Da $m_1 \approx m_2 = M$ ist, so ist die reduzierte Masse des bewegten Teilchens (des Neutrons) m gleich der Hälfte der wirklichen Masse M eines der beiden Teilchen.

Die Wellenfunktion des Neutrons ψ ist durch die SCHRÖDINGER-Gleichung

$$\nabla^2\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - U)\psi = 0$$

bestimmt, wobei ∇^2 der LAPLACE-Operator $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ist.

Da es bekannt ist, daß das Deuteron im Normalzustand nicht rotiert (sondern nur in radialer Richtung schwingt), kann die Funktion ψ nur von der Entfernung r abhängen. Es ist leicht einzusehen, daß unter diesen Umständen $\nabla^2\psi = \frac{d^2(r\psi)}{r \cdot dr^2}$ ist. Die vorherstehende Gleichung verwandelt sich also in

$$\frac{d^2(r\psi)}{dr^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - U)(r\psi) = 0\,. \qquad (1)$$

Innerhalb des Potentialtopfs hat die Differenz $W - U = -\varepsilon + V$, die die kinetische Energie des Neutrons (bei seiner relativen Bewegung) darstellt, einen positiven Wert.

Setzen wir

$$\frac{8\pi^2 m}{h^2}(W - U) = 2m\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 (V - \varepsilon) = \alpha_0^2,$$

so können wir die allgemeine Lösung der Gleichung (1) in diesem Gebiet durch die Funktion

$$\psi = \frac{1}{2r}(A\, e^{i\alpha_0 r} + A'\, e^{-i\alpha_0 r})$$

darstellen, wobei A und A' Konstante sind.

Soll diese Funktion innerhalb des Topfes regulär bleiben (d. h., für $r = 0$ nicht unendlich groß werden), so muß offensichtlich $A' = -A$ gesetzt werden; folglich ist

$$\psi = \frac{A \sin \alpha_0 r}{r}. \tag{2}$$

Außerhalb des Potentialtopfs ist die Differenz $W - U$ negativ und gleich $-\varepsilon$. In diesem Fall können wir also setzen

$$\psi = \frac{1}{r}\, Be^{-\beta_0 r}, \tag{2a}$$

wobei $\beta_0^2 = \frac{8\pi^2 m\varepsilon}{h^2}$ ist. (Dabei vernachlässigen wir das Glied mit dem positiven Exponenten, da es mit wachsendem r gegen unendlich strebt.)

Zur Bestimmung der Koeffizienten A, B und der Konstanten ε (die sowohl in α_0 als auch in β_0 auftritt) haben wir folgende drei Bedingungen: 1. Stetigkeit der Funktion an der Grenze $r = a$, 2. Stetigkeit ihrer Ableitung $\frac{d\psi}{dr}$ und 3. die Normierungsbedingung $\int\limits_0^\infty \psi^2\, 4\pi r^2\, dr = 1$.

Bevor wir fortfahren, bemerken wir, daß für einen unendlich tiefen Topf ($V = \infty$) der kleinste Wert von α_0 in der Gleichung (2) gleich $\frac{\pi}{a}$ ist; hierbei strebt die Funktion ψ an der Grenze für $r = a$ sowohl von der Seite $r > a$ her als auch von der Seite $r < a$ her gegen Null, wenn $\beta = \infty$ ist. (Dies entspricht dem niedrigsten Quantenniveau im Topf.)

In diesem Fall ist die Wellenlänge des Neutrons also $\lambda = 2a$ (Abb. 41). Die höheren Energieniveaus entsprechen den kürzeren Wellen $\lambda = \frac{2a}{n}$ $(n = 2, 3, \ldots)$.

Innerhalb eines Topfes von endlicher Tiefe ist die Wellenfunktion, die den Grundzustand beschreibt, ein Stück einer Sinusfunktion (die punktierte Kurve in Abb. 41), die nach beiden Seiten hin exponentiell gegen Null strebt. (Wir bemerken noch, daß die linke Seite der Zeichnung, die negativen Werten von r entspricht, keine physikalische Bedeutung hat.)

Hieraus ist zu ersehen: Soll innerhalb eines solchen Topfes ein Quantenzustand liegen, so muß die Wellenlänge, die dem Grundzustand entspricht,

zwischen $2a$ und $4a$ liegen. Hierbei entspricht die obere Grenze dem Wert $\beta = 0$ oder folglich $\varepsilon = 0$, d. h., praktisch stimmt das erste Energieniveau mit den Rändern des Topfes überein. Wenn — wie im Fall des Deuterons — das erste Niveau zugleich auch das einzige ist, können wir seine kinetische Energie $mv^2/2$ angenähert gleich der Tiefe des Potentialtopfes V annehmen. Setzen wir hierbei $mv = \frac{h}{\lambda}$ und $\lambda = 4a$, so erhalten wir $\frac{1}{2m}\left(\frac{h}{4a}\right)^2 = V$, d. h.

$$Va^2 = \frac{h^2}{32m}. \tag{3}$$

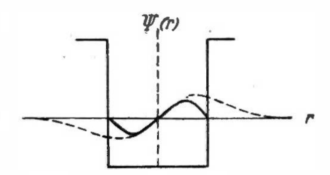


Abb. 41. Die Form der stehenden Welle für einen Potentialtopf von unendlich großer Tiefe (ausgezogene Linie) oder von endlicher Tiefe (punktierte Linie)

Hieraus ist zu ersehen, daß die Bindungsenergie ε annähernd gleich Null bleibt, wenn sich die Breite des Topfes umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus seiner Tiefe V ändert. Nehmen wir an $a = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm (Reichweite der Kernkräfte), so erhalten wir für V einen Wert von etwa 25 MeV.

Eine genauere Formulierung der Bedingung für das Vorhandensein eines einzigen Quantenzustandes mit geringer Bindungsenergie kann durch simultane Lösung der Gleichungen gefunden werden, die die Stetigkeit von ψ und $\frac{d\psi}{dr}$ für $r = a$ ausdrücken. Wir bemerken, daß diese beiden Gleichungen — sofern es sich um die Bestimmung der Konstanten α_0 und β_0 (d. h. der Energie ε) handelt — durch die Bedingung der Stetigkeit der logarithmischen Ableitung der Funktion ψ (oder $r\psi$) an der Grenze $r = a$ ersetzt werden können. Hierbei erhalten wir:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 a = -\frac{\alpha_0}{\beta_0}. \tag{3a}$$

Hieraus ist zu ersehen, daß für kleines β_0 der Hauptwert (d. h. der niedrigste Wert) von $\alpha_0 a$ nahezu gleich $\frac{\pi}{2}$ ist, aber etwas größer. Setzen wir $\alpha_0 a = \frac{\pi}{2} + \gamma$, wobei γ eine $\left(\text{verglichen mit } \frac{\pi}{2}\right)$ kleine Größe ist, so erhalten wir $\operatorname{tg}\alpha_0 a = -\frac{1}{\gamma}$, also $\gamma = \frac{\beta_0}{\alpha_0}$, und folglich $\alpha_0 a = \frac{\pi}{2} + \frac{\beta_0}{\alpha_0}$, oder, da $\alpha_0^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2}(V - \varepsilon)$ und $\beta_0^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2}\varepsilon$,

$$\frac{2\pi}{h} a \sqrt{2m(V-\varepsilon)} = \frac{\pi}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon}{V-\varepsilon}}.$$

Ersetzen wir darin die Differenz $V - \varepsilon$ durch V, so erhalten wir folgenden angenäherten Ausdruck für die Energie

$$\varepsilon = V\pi^2\left(\frac{2a}{h}\sqrt{2mV} - \frac{1}{2}\right)^2.$$

Hieraus folgt: Für das Vorhandensein eines Quantenzustandes ($\varepsilon > 0$) muß $Va^2 > \frac{h^2}{32m}$ sein [vgl. Gleichung (3)].

Für $\varepsilon = 2{,}23$ MeV kann der effektive Radius des Deuterons (d. h. die Entfernung, in der die Wellenfunktion $r\psi$ jenseits der Grenze des Topfes auf $\frac{1}{e}$ abnimmt) als $\frac{1}{\beta_0} = \frac{h}{\sqrt{8\pi^2 m\varepsilon}}$ bestimmt werden und ergibt sich gleich $4{,}31 \cdot 10^{-13}$ cm, d. h. einige Male größer als der Radius des Potentialtopfes ($a = 1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm). Daher wird die Wellenfunktion des Deuterons (genauer: des Neutrons mit Beziehung auf das Proton) im größeren Teil des Raums durch die Formel (2a) dargestellt. Infolgedessen kann man in den verschiedenen Integralen, die die Funktion ψ enthalten, diese Funktion ψ angenähert durch ihren „äußeren" Teil ersetzen und die Integration über r von Null bis unendlich erstrecken. So kann man z. B. die Normierungsbedingung für ψ, welche lautet: $\int_0^\infty \psi^2\, 4\pi r^2\, dr = 1$, nach Gleichung (2a) in der Form schreiben:

$$4\pi B^2 \int_0^\infty e^{-2\beta_0 r}\, dr = \frac{2\pi B^2}{\beta_0} = 1\,.$$

Hieraus folgt

$$B = \sqrt{\frac{\beta_0}{2\pi}}\,.$$

Das Fehlen von diskreten angeregten Zuständen beim Deuteron erklärt sich direkt aus der geringen Größe seines „geometrischen" Radius und seiner Bindungsenergie im Grundzustande. Wenn eine Rotation stattfände ($l > 0$), müßte außer der Energie der Anziehungskräfte auch noch die Energie der Zentrifugalkräfte berücksichtigt werden, die — wie leicht einzusehen ist — dem Quadrat der Entfernung r umgekehrt proportional und zahlenmäßig gleich $\frac{I^2}{2mr^2}$ ist, wobei $I^2 = \frac{h^2 l(l+1)}{4\pi^2}$ das Quadrat des Drehimpulses ist.

Für $l = 1$ und $r = a$ wird diese Energie gleich

$$\frac{h^2}{4\pi^2 m a^2}\,,$$

d. h. nach Gleichung (3) gleich $\frac{8}{\pi^2} \approx 0{,}8$ der Tiefe des Potentialtopfes. Hieraus folgt, daß die Zentrifugalkraft in der Nähe des Topfrandes selbst im Fall der einquantigen Rotation größer sein müßte als der Mittelwert der Anziehungskraft. Daraus erklärt sich das Fehlen von rotationsmäßig angeregten Zuständen mit $l > 0$. Was die angeregten Schwingungszustände betrifft (bei denen die Wellenfunktion nur von der Entfernung r abhängt), so sind sie durch den kleinen Wert der Bindungsenergie ε sicherlich unmöglich.

3. Die elastischen Zusammenstöße eines Neutrons mit einem Proton

Ein Deuteron kann beim Zusammenstoß eines Protons mit einem Neutron entstehen, wenn die (überschüssige) Energie, die diese Teilchen beim Zusammenstoß besitzen, in Form eines Photons abgegeben wird. Bevor wir aber diesen Einfang behandeln (es ist ein Effekt, der invers ist zum Photoneutronenzerfall (siehe

nachstehend), wollen wir die elastischen Zusammenstöße zwischen einem Proton und einem Neutron behandeln, wobei die beiden Teilchen mit derselben summarischen kinetischen Energie auseinanderfliegen, mit der sie aufeinander losgeflogen sind.

Wir beginnen mit der Behandlung der relativen Bewegung der beiden Teilchen, wobei wir wie früher das Proton als ruhendes Zentrum betrachten. In diesem Fall läuft der Zusammenstoß darauf hinaus, daß das Neutron aus seiner Ausgangsrichtung um einen gewissen Winkel θ abgelenkt wird; dieser Winkel hängt von der Zielentfernung p des Neutrons vom Zentrum des Potentialtopfes ab, den das Proton bildet (vgl. Abschn. 8, Kap. I). Vom Standpunkt der klassischen Mechanik aus ist für $p > a$ der Winkel $\theta = 0$, d. h., es findet kein Zusammenstoß statt. Wenn $p < a$ ist, wird das Teilchen abgelenkt; dabei nimmt der Ablenkungswinkel mit abnehmendem p zuerst zu, um dann wieder kleiner zu werden und für $p = 0$ gegen Null zu streben.

Bei der Behandlung der gleichen Frage vom Standpunkt der Quantenmechanik aus müssen wir beachten, daß der Drehimpuls des einfallenden Teilchens $I = mvp$ (wobei v der Anfangswert seiner Geschwindigkeit ist) nur die diskreten Quantenwerte

$$\frac{h\sqrt{l(l+1)}}{2\pi}$$

annehmen kann, wobei $l = 0, 1, 2, \ldots$ die Drehimpulsquantenzahl ist. Hierbei entspricht $l = 0$ den Zusammenstößen von Typ s, $l = 1$ den Zusammenstößen vom Typ p usw. Praktisch wirksam im Sinne einer Streuung des heranfliegenden Teilchens wird ein Zusammenstoß nur dann, wenn die Zielentfernung kleiner ist als a. Ist die relative Geschwindigkeit v kleiner als $\frac{h}{2\pi am}$, d. h. kleiner als $^1/_7$ der Lichtgeschwindigkeit, so werden nur „frontale" Zusammenstöße (vom Typ s) wirksam, für die der Drehimpuls gleich Null angenommen werden kann. Auf diese Zusammenstöße wollen wir uns weiterhin beschränken.

Ein geradlinig und gleichförmig fliegendes Teilchen wird in der Quantenmechanik durch eine ebene Welle von der Art

$$\psi = e^{i(kz-\omega t)}$$

beschrieben, wobei z die Bewegungsrichtung ist, $\frac{k}{2\pi}$ die Wellenzahl (der reziproke Wert der Wellenlänge) und ω die Kreisfrequenz (die Energie, multipliziert mit 2π und dividiert durch h).

Diese Welle beschreibt eine Gesamtheit von Teilchen — im vorliegenden Fall von Neutronen —, die sich in der z-Richtung mit allen möglichen, und zwar gleichwahrscheinlichen Werten der Zielentfernung p bewegen. Um von dieser Vorstellung zu der Vorstellung der Bewegung eines einfallenden Teilchens oder einer Gesamtheit solcher Teilchen mit verschiedenen diskreten Werten des Drehimpulses überzugehen, müssen wir die Funktion e^{ikz} (den Zeitfaktor wollen wir im folgenden fortlassen) in eine Reihe nach Kugelfunktionen verschiedenen Grades der Winkel ϑ und φ entwickeln, da solche Funktionen ein

Teilchen beschreiben, das einen vorgegebenen Quantenwert des Drehimpulses besitzt. Setzen wir $z = r\cos\vartheta$, so erhalten wir für diese Reihe einen Ausdruck von der Form:

$$e^{ikr\cos\vartheta} = f_0(r) + \sum_{l=1}^{\infty} f_l(r)\, P_l(\cos\vartheta) + \cdots, \tag{4}$$

wobei $P_l\,(\cos\vartheta)$ das LEGENDRE-Polynom l-ten Grades von $\cos\vartheta$ ist und $f_0, f_1, \ldots$ Funktionen von r sind. Diese Funktionen charakterisieren die Zusammenstöße der verschiedenen Typen, d. h. die Zusammenstöße mit den verschiedenen Werten der Drehimpulsquantenzahl l.

Da wir uns im vorliegenden Fall auf Zusammenstöße vom Typ s, d. h. mit $l = 0$, beschränken können, brauchen wir in der vorstehenden Summe nur das erste Glied beizubehalten, das nicht von ϑ abhängt. Um es zu bestimmen, multiplizieren wir die beiden Seiten der Gleichung (4) mit $\sin\vartheta\, d\vartheta$ und integrieren über ϑ von 0 bis π:

$$\int_0^{\pi} e^{ikr\cos\vartheta}\sin\vartheta\, d\vartheta = \frac{e^{ikr} - e^{-ikr}}{ikr} = 2\, f_0(r),$$

d. h.

$$f_0(r) = \frac{\sin kr}{kr}\,. \tag{4a}$$

Dieser Ausdruck stimmt bis auf den Zahlenfaktor genau mit dem Ausdruck (2) überein, der die Wellenfunktion für den Grundzustand eines freien Teilchens in Polarkoordinaten darstellt. Hierbei kann der Faktor k, der die Wellenzahl des freien Teilchens darstellt und dem Koeffizienten α_0 in der Formel (2) analog ist, zum Unterschied von α_0 beliebige Werte annehmen und bestimmt die kinetische Energie des Teilchens außerhalb des Topfes nach der Formel:

$$\frac{1}{2m}\left(\frac{hk}{2\pi}\right)^2.$$

Ist ein streuendes Zentrum vorhanden, z. B. ein ruhendes Proton mit seinem Potentialtopf, so ist die Wellenfunktion $\psi = e^{ikz}$ oder (4a), die die ungestörte Bewegung der einfallenden Teilchen beschreibt, durch eine gewisse kompliziertere Funktion ψ' zu ersetzen, die die Gleichung (1) erfüllt. Diese Funktion kann ebenso wie die Funktion e^{ikz} in eine Reihe von der Form (4) entwickelt werden; dabei können wir uns, da wir die Streuung nullter Ordnung (mit $l = 0$) im Auge haben, wieder auf das erste Glied dieser Reihe beschränken, d. h. auf die rein radiale Lösung $f_0'(r)$ der Gleichung (1). Diese Lösung wird sich von (2) und (2a) durch den Wert der Gesamtenergie und folglich auch durch die Werte der Konstanten α_0 und β_0 unterscheiden.

Im Gebiet $r > a$ wird die allgemeinste Lösung der Gleichung (1) analog zu (4a), d. h. vom Typ der stehenden Welle sein und die Form haben:

$$f_0' = \frac{B}{r}\sin(kr + \eta_0) \quad (r > a) \tag{5}$$

(das Argument des Sinus ist nach der Phase um einen gewissen Wert η_0 verschoben), während für $r < a$ gilt:

$$f_0'(r) = \frac{A}{r} \sin \alpha r \quad (r < a), \tag{5a}$$

mit

$$\alpha^2 = k^2 + \frac{8\pi^2 m V}{h^2}.$$

Hierbei müssen die Konstanten η_0 und B in (5) so gewählt werden, daß f_0' für $r > a$, entsprechend dem physikalischen Sinn der Aufgabe, die Summe der einfallenden Welle (4a) und einer auseinanderlaufenden Welle $\frac{a}{r} e^{ikr}$ darstellt, die den Strom der gestreuten Teilchen beschreibt. Anders ausgedrückt: Die Differenz von (5) und (4a)

$$\frac{B}{r} \sin(kr + \eta_0) - \frac{\sin kr}{kr} = \frac{1}{2ikr}[Bke^{i\eta_0} e^{ikr} - Bke^{-i\eta_0} e^{-ikr} - e^{ikr} + e^{-ikr}) =$$

$$= \frac{1}{2ikr}[(Bke^{i\eta_0} - 1) e^{ikr} - (Bke^{-i\eta_0} - 1) e^{-ikr}]$$

darf keine zusammenlaufende Welle enthalten.

Die vorstehende Bedingung kommt daher auf die Gleichung

$$1 - Bke^{-i\eta_0} = 0$$

hinaus, d. h. auf

$$Bk = e^{i\eta_0}. \tag{6}$$

Für $r > a$ wird also

$$f_0'(r) = \frac{\sin kr}{kr} + \frac{(e^{2i\eta_0} - 1)}{2ikr} e^{ikr},$$

d. h. die resultierende Wellenfunktion des Neutrons wird durch die Formel

$$\psi' = e^{ikz} + \frac{(e^{2i\eta_0} - 1)}{2ikr} e^{ikr} \tag{6a}$$

ausgedrückt.

Was die Phasenverschiebung η_0 anbetrifft, so kann diese aus der Stetigkeitsbedingung für die Funktion f_0' und ihre Ableitung $\frac{df_0'}{dr}$ für $r = a$ bestimmt werden, d. h. aus den Gleichungen

$$A \sin \alpha a = B \sin(ka + \eta_0)$$

und

$$\alpha A \cos \alpha a = kB \cos(ka + \eta_0).$$

Diese ergeben

$$\operatorname{tg} \alpha a = \frac{\alpha}{k} \operatorname{tg}(ka + \eta_0). \tag{7}$$

Für langsame Neutronen ist $ka \approx 0$ und $\alpha a \approx \frac{a}{h}\sqrt{8\pi^2 m V}$, so daß diese Gleichung angenähert auf

$$\operatorname{tg} \eta_0 = \frac{k}{\alpha} \operatorname{tg} \alpha a$$

führt. In derselben Annäherung kann man für die Wellenzahl α_0, die die kinetische Energie des Neutrons im gebundenen Zustand (innerhalb des Topfes) bestimmt, setzen

$$\alpha_0 \approx \frac{\sqrt{8\pi^2 m V}}{h}\,.$$

Nach der Stetigkeitsbedingung haben wir in diesem Fall aber [vgl. Gleichung (3a)]

$$\operatorname{tg}(\alpha_0 a) = -\frac{\alpha_0}{\beta_0}\,.$$

Setzen wir diesen Ausdruck an Stelle von $\operatorname{tg} \alpha a$ in die vorstehende Gleichung ein, so erhalten wir:

$$\operatorname{tg}\eta_0 = -\frac{k\,\alpha_0}{\alpha\beta_0}\,,$$

oder, da $\alpha \approx \alpha_0$ ist,

$$\operatorname{tg}\eta_0 = -\frac{k}{\beta_0} = -\sqrt{\frac{W}{\varepsilon}}\,, \tag{7a}$$

wobei ε die Bindungsenergie des Neutrons (auf dem normalen Niveau) ist.

Für kleine kinetische Energien W des einfallenden Neutrons ist die Phasenverschiebung, die seine Streuung charakterisiert, also durch das Verhältnis von W zur Bindungsenergie ε bestimmt.

Die Wellenfunktion $\psi = e^{ikz}$ stellt einen Strom von Teilchen (Neutronen) dar, die sich mit konstanter räumlicher Dichte — die wir gleich 1 annehmen können — in Richtung der z-Achse bewegen. Die Wellenfunktion $\psi' - e^{ikz}$ stellt die räumliche Dichte der Neutronen dar, die durch ein Proton oder richtiger durch seinen Potentialtopf gestreut werden in der Entfernung r vom Zentrum des Topfes. Die Tatsache, daß $\psi' - e^{ikz}$ in der betrachteten Näherung von dem Winkel ϑ nicht abhängt, zeigt, daß die Streuung der Neutronen bei Zusammenstößen mit $l = 0$ nach allen Seiten hin gleichmäßig erfolgt, wenn wir das Proton als ruhend ansehen.

Das Verhältnis der Gesamtzahl $4\pi r^2\,|\,\psi' - e^{ikz}\,|^2 v$ der Neutronen, die durch das Proton in der Zeiteinheit nach allen Seiten gestreut werden ($v = \frac{h\,k}{2\pi m}$ ist die Geschwindigkeit der Neutronen vor und nach der Streuung), zu der Zahl der primären Neutronen $v\,|\,\psi\,|^2 = v$, die in der Zeiteinheit auf die Flächeneinheit senkrecht zur z-Achse auffallen, kann als der Gesamtquerschnitt des Protons mit Beziehung auf den elastischen Zusammenstoß mit einem Neutron bezeichnet werden. Nach Gleichung (6a) ist dieser Gesamtquerschnitt also gleich

$$\sigma = \frac{4\pi\,|\,1 - e^{2i\eta_0}\,|^2}{4k^2} = \frac{\pi}{k^2}\left[(1 - \cos 2\eta_0)^2 + \sin^2 2\eta_0\right] = \frac{4\pi}{k^2}\sin^2\eta_0\,,$$

d. h. wegen $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{\pi}\sin^2\eta_0\,. \tag{8}$$

Beachten wir, daß $\sin^2\eta_0 = \frac{\operatorname{tg}^2\eta_0}{1 + \operatorname{tg}^2\eta_0}$ ist, und setzen wir den Ausdruck (7a) darin ein, so erhalten wir

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{\pi}\,\frac{W}{(\varepsilon + W)}\,,$$

oder, da

$$W = \frac{1}{2m}\left(\frac{hk}{2\pi}\right)^2 = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

ist, endlich

$$\sigma = \frac{h^2}{2\pi m} \frac{1}{(\varepsilon + W)} . \tag{8a}$$

Der Faktor $\frac{h^2}{2\pi m}$ ist für das Neutron $\left(\text{bei } m = \frac{1}{2} M\right)$ gleich $1{,}3 \cdot 10^{-30}$, wenn wir die Energie in erg ausdrücken. Drücken wir sie in Millionen Elekronenvolt aus ($1{,}6 \cdot 10^{-6}$ erg), so ergibt sich für σ der Ausdruck

$$\sigma = 10^{-25} \frac{1}{\varepsilon + W},$$

der nur den einen im voraus unbekannten Parameter ε enthält.

Man kann die Bindungsenergie des Deuterons also nicht nur aus dem Photonukleonen-Effekt bestimmen, sondern auch aus dem Querschnitt für die elastische Streuung.

Die Gleichung (8a) steht für W-Werte von einigen Millionen Elektronenvolt in guter Übereinstimmung mit der Erfahrung. Für kleinere W werden die Werte, die sich daraus für σ ergeben, zu klein. (Vgl. Abbildung 42, wo die ausgezogene Kurve die beobachtete und die punktierte Kurve die theoretische Abhängigkeit des Querschnitts σ von W darstellt.) Die Abweichung der beiden Kurven voneinander kann folgendermaßen erklärt werden.

Wir haben angenommen, daß der Spin des Neutrons noch bis zu seinem Zusammenstoß mit dem Proton parallel zum Spin des Protons ist, wie im stabilen Zustand des Deuterons. Dementsprechend führten wir bei der Berechnung der Phasenverschiebung η_0 nach Gleichung (7a) die Bindungsenergie ε ein, die für diesen Zustand charakteristisch ist. In Wirklichkeit können die Spins beim elastischen Zusammenstoß eines Neutrons mit dem Proton aber antiparallel liegen, d. h., die beiden Teilchen können sich nicht im Ortho-(Triplett-) Zustand ^3S, sondern im Para-(oder Singulett-) Zustand ^1S befinden. (S bedeutet, daß ihr Bahndrehimpuls gleich 0 ist.) Hierbei bleibt nur die Frage offen, ob dem Zustand ^1S ein stabiles, also negatives, Energieniveau des Deuterons entspricht oder nicht. In beiden Fällen können wir eine gewisse „Bindungsenergie" $-\varepsilon'$ einführen, die wir für den Zustand ^1S ebenso bestimmen, wie die Energie $-\varepsilon$ für den Zustand ^3S bestimmt wird, d. h. mit Hilfe einer Gleichung von der Art (3a), und infolgedessen erhalten wir die Phasenverschiebung nach einer Gleichung, die analog zu (7a) ist (wobei ε durch ε' zu ersetzen ist).

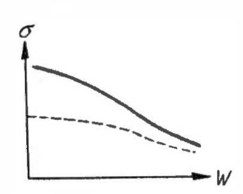


Abb. 42. Die Abhängigkeit des Querschnitts der elastischen Streuung des Neutrons von seiner Energie

Berücksichtigen wir, daß das Quantengewicht des Triplettzustandes ^3S dreimal so groß ist wie das des Singulettzustandes ^1S, so kommen wir zu dem folgenden

Ausdruck für die Abhängigkeit des Gesamtquerschnitts von der Energie

$$\sigma = \frac{h^2}{2\pi m}\left(\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\varepsilon + W} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\varepsilon' + W}\right). \qquad (8\,\mathrm{b})$$

Dieser Ausdruck führt bei $\varepsilon = 2{,}3$ MeV und $\varepsilon' = 40000$ eV zu einer ausgezeichneten Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Ein wirkliches Quantenniveau mit der Bindungsenergie ε' existiert beim Deuteron (im ^3S-Zustand) nicht. Man kann also nur von einem gewissen „virtuellen" Niveau dieser Art sprechen. Dieser sehr gebräuchliche Ausdruck kann übrigens zu einem Irrtum verleiten, da es sich nicht um ein wirkliches Niveau handelt, sondern nur um eine Hilfsgröße ε', die den effektiven Querschnitt des Protons bei der elastischen Streuung von langsamen Neutronen nach den Formeln (8) und (8a) charakterisiert.

Wir haben bis jetzt nur die relative Bewegung des Neutrons im Felde eines ruhenden Protons betrachtet. Die Bewegung des Protons können wir nach der Methode berücksichtigen, die wir in Abschn. 8, Kap. I geschildert haben, ohne die Quantenmechanik zu verwenden. Hierbei wird die Energie W gleich der Hälfte der anfänglichen kinetischen Energie des Neutrons, da $M = 2m$ ist. Ferner werden die beiden Teilchen mit Beziehung auf das Koordinatensystem, in dem das Proton vor dem Zusammenstoß ruhte, nach dem Zusammenstoß ungleichmäßig auf die verschiedenen Bewegungsrichtungen im Raum verteilt. Das Proton wird sich nach vorn bewegen — d. h. in einer Richtung, die mit der ursprünglichen Richtung des Neutrons einen spitzen Winkel bildet — das Neutron aber nach der Seite, und zwar unter einem rechten Winkel gegen das Proton. Die beiden Verteilungen lassen sich leicht daraus ableiten, daß die gestreuten Neutronen mit Beziehung auf das Proton nach allen Seiten gleichmäßig fortfliegen.

Wenn übrigens das Neutron und das Proton ihre Plätze miteinander vertauschen — dies ist durchaus möglich, wenn wir die beiden Teilchen als prinzipiell identisch betrachten — so werden sich die Neutronen und nicht die Protonen vorwiegend nach vorn bewegen. Es ist aber zu bemerken, daß die Streuung so schneller Neutronen nicht den Gleichungen (8a) oder (8b) gehorcht; diese beziehen sich nur auf Neutronen mit einer Energie von nicht mehr als einigen Millionen Elektronenvolt.

4. Der Zerfall des Deuterons unter Lichteinwirkung und der inverse Effekt (Strahlungseinfang eines Neutrons durch ein Proton)

Wenn die überschüssige Energie beim Zusammenstoß eines Neutrons mit einem Proton in Form eines Photons ausgestrahlt wird, d. h., wenn der Zusammenstoß nicht elastisch ist, können sich die beiden Teilchen dadurch zu einem Deuteron vereinigen. Hierzu muß sich bei ihrem Zusammenstoß der Bahn-Drehimpuls um 1, d. h. um $\frac{h}{2\pi}$, ändern. Da der Endzustand der Triplett-^3S-Zustand sein muß, wird der Anfangszustand entweder der Triplett-P-Zustand

($l = 1$) sein oder der Singulett-S-Zustand. Es ist aber leicht zu zeigen, das der spontane Übergang $^3P \rightarrow {}^3S$ weniger wahrscheinlich ist als der spontane Übergang $^1S \rightarrow {}^3S$. Im ersten Fall muß ja der Zusammenstoß einem großen Wert der Zielentfernung entsprechen, bei dem die Wechselwirkung der beiden Teilchen zu schwach ist, um den erforderlichen Übergang mit merklicher Wahrscheinlichkeit hervorrufen zu können. Im zweiten Fall kann dieser Übergang als ziemlich wahrscheinlich angesehen werden. Da die Strahlung hierbei durch die Drehung eines der Spins um 180° hervorgerufen wird, muß sie nicht elektrischen, sondern magnetischen (Dipol-) Charakter haben.

Bei dem inversen Effekt — dem Zerfall des Deuterons unter der Einwirkung des Lichts (Photoneutron-Effekt) — kann das Deuteron unter der Einwirkung des magnetischen Feldes der Lichtwellen von dem Ausgangszustand ^3S in den Zustand ^1S oder unter dem Einfluß ihres elektrischen Feldes in den Zustand ^3P übergehen. Da die Zielentfernung zwischen den beiden Teilchen nach der Absorption des Lichtquants keine Rolle mehr spielt, sind die beiden Übergänge im Prinzip gleich gut möglich; bei einer Zerfallsenergie $E < 0{,}2$ bis $0{,}3$ MeV ist die elektrische Absorption etwas weniger wirksam als die magnetische.

Der effektive Querschnitt bei der elektrischen Absorption des Lichts kann (für das Photon, das dieses Licht bildet) nach der Gleichung

$$\sigma_e = \frac{8\,\pi^3 \nu}{c} \left| p_{1,2} \right|^2 \tag{9}$$

berechnet werden, wobei $p_{1,2}$ das Matrixelement des elektrischen Moments für den betreffenden Übergang ist und ν die Frequenz der Lichtschwingungen[1]).

Das Moment $p_{1,2}$ wird nach der Formel

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}\, e \int z\, \psi_1 \psi_2\, d\, V,$$

berechnet, wobei ψ_1 die Wellenfunktion ist, die den Anfangszustand des Deuterons beschreibt, und ψ_2 die Wellenfunktion für den Endzustand[2]).

Wenn wir von der Bewegung des Schwerpunkts unseres Deuterons absehen (sie bleibt praktisch unverändert, wenn nicht Licht von sehr hohen Frequenzen absorbiert wird), so können wir in dieser Gleichung ψ_1 gleich $\frac{Be^{-\beta r}}{r}$ setzen und ψ_2 gleich $\frac{\sin k r}{k r}$. (Hierbei ist ψ_1 in der gewöhnlichen Weise normiert und ψ_2

[1]) Der Ausdruck (9) ist gleich dem Verhältnis der Zahl der Neutronen, die in der Zeiteinheit aus dem Deuteron hinausfliegen, zur Zahl der Photonen, die während derselben Zeit auf die Flächeneinheit auffallen.

[2]) Das Gebiet innerhalb des Potentialtopfes kann man im Vergleich zu dem äußeren Gebiet vernachlässigen. z ist die Projektion der Verbindungslinie des Neutrons mit dem Proton auf die Richtung des elektrischen Feldes ($z = r \cos\theta$). Der Faktor $\frac{1}{2}$ berücksichtigt die Tatsache, daß das Neutron keine Ladung besitzt und daß der Drehimpuls im System des Trägheitszentrums berechnet wird.

auf die Einheit des gesamten Neutronenstroms.) Ohne auf Einzelheiten der Berechnung einzugehen, führen wir hier nur das Endergebnis[1]) an:

$$\sigma = \frac{2}{3}\frac{e^2 h}{c M}\frac{\varepsilon^{1/2} E^{3/2}}{(E+\varepsilon)^3}, \tag{10}$$

oder, wenn wir das Verhältnis der Energie des Photons $E + \varepsilon = h\nu$ zur Bindungsenergie ε des Deuterons mit γ bezeichnen:

$$\sigma = 1{,}16 \cdot 10^{-26}\,(\gamma - 1)^{3/2}\,\gamma^{-3}\ \mathrm{cm}^2. \tag{10a}$$

Für $\gamma = 1$ ist $\sigma = 0$; der maximale Wert des Querschnitts

$$\sigma_{\max} = 1{,}4 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{cm}^2$$

wird für $\gamma = 2$ erreicht. Wenn γ weiter zunimmt, strebt σ annähernd wie $\gamma^{-\frac{3}{2}}$ gegen Null.

Die Gleichung (10a) stimmt mit den experimentellen Ergebnissen gut überein und kann zur genauen Bestimmung der Bindungsenergie des Deuterons ε verwendet werden.

Das Verhältnis des Querschnitts der magnetischen Aufspaltung des Deuterons (d. h. des Übergangs ${}^3S \to {}^1S$) zu dem Querschnitt der elektrischen Aufspaltung unter der Einwirkung von Lichtschwingungen der gleichen Frequenz ist gleich dem Verhältnis der Quadrate der entsprechenden Matrixelemente ($\mu_{1,2}$ und $p_{1,2}$), dividiert durch 3 (weil dem Zustand ${}^3S$ drei verschiedene magnetische Zustände entsprechen).

Dieses Verhältnis ist gleich

$$\frac{(\mu_p - \mu_n)^2}{4}\,\frac{E+\varepsilon}{E+\varepsilon'}\,\frac{(\sqrt{\varepsilon} + \sqrt{\varepsilon'})^2}{E M c^2},$$

wobei μ_p und μ_n die magnetischen Momente des Protons und des Neutrons sind und ε' das „virtuelle Niveau" des Deuterons im Zustand ${}^1S$ (0,04 MeV).

Von dem effektiven Querschnitt der Photonspaltung des Deuterons kann man mit Hilfe der im Kapitel VI abgeleiteten allgemeinen Beziehung zwischen den effektiven Querschnitten inverser Reaktionen zu dem effektiven Querschnitt des Protons in bezug auf den Strahlungseinfang eines Neutrons übergehen.

Wie wir wissen, ist der effektive Querschnitt für die Reaktionen $1 \to 2$ und $2 \to 1$ proportional dem Quadrat der entsprechenden Wellenlängen. Berücksichtigen wir (durch den Faktor 2) die beiden Polarisationsrichtungen des Photons (d. h. der entsprechenden Lichtwellen) und die Wahrscheinlichkeit g_s dafür, daß der Spin des einfallenden Neutrons für den Einfang passend gerichtet ist, so erhalten wir

$$\frac{\sigma_{\text{Einfang}}}{\sigma_{\text{Photozerfall}}} = 2 g_s \left(\frac{\lambda_{\text{Neutr.}}}{\lambda_{\text{Phot.}}}\right)^2. \tag{11}$$

---

[1]) Бете и Бечер, Физика ядра. (BETHE und BACHER, Physik des Kerns), Moskau, ГТТИ, 1938, S. 72; vgl. auch: И. Я. Померанчук и А. И. Ахиезер, Некоторые вопросы теории ядра. (I. J. POMERANTSCHUK und A. I. ACHIJESER: Einige Fragen der Theorie des Kerns), Moskau, ГТТИ, 1951, Kap. I.

Hierbei hat man in beiden Fällen ein und denselben Mechanismus im Auge — den elektrischen ($^3S \rightleftarrows {}^3P$) oder den magnetischen ($^3S \rightleftarrows {}^1S$).

Für den elektrischen Mechanismus ist $g_s = \frac{3}{4}$, so daß diese Formel zusammen mit der Gleichung (9) und den Beziehungen

$$\lambda^2_{\text{Neutr.}} = \frac{h^2}{M^2 v^2} = \frac{h^2}{2\,ME} \text{ und } \lambda_{\text{Phot.}} = \frac{c}{v}$$

ergibt

$$\sigma_{\text{Einf.}} = 6\,\pi^3 \frac{h^2 v^2}{MEc^2} \,|\, p_{1,2} \,|^2. \tag{11a}$$

Für den magnetischen Mechanismus erhalten wir den analogen Ausdruck, wenn wir $p_{1,2}$ durch $\mu_{1,2}$ ersetzen und den Faktor 6 durch 2, da den antiparallelen Spins der beiden Teilchen ein Singulettzustand entspricht, für den $g_s = \frac{1}{4}$ ist.

Ohne die Ausdrücke für $\sigma_{\text{Einf.}}$ ausführlich anzugeben, bemerken wir nur, daß der Maximalwert von $\sigma_{\text{Einf.}}$ im elektrischen Fall die Größenordnung 10^{-29} cm² hat ($10\,\mu b$), während er im magnetischen Fall nahezu gleich 10^{-24} cm² (1 Barn) ist; und zwar wird dieser Maximalwert für $W = 0$ erreicht[1]), d. h. praktisch für ,,thermische" Neutronen, deren Energie bei Zimmertemperatur ungefähr 0,03 eV beträgt. In diesem Fall ist das Verhältnis des Einfangquerschnitts zum Querschnitt für die elastische Streuung annähernd gleich 10^{-2}.

Neutronen, die sich in Wasserstoff mit thermischen Geschwindigkeiten bewegen, erleiden also ungefähr 100 elastische Zusammenstöße, bevor sie sich mit einem der Protonen zu einem Deuteron verbinden. Nimmt die Geschwindigkeit der Neutronen ab, so wächst der Einfangquerschnitt umgekehrt proportional dieser Geschwindigkeit (d. h. umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Temperatur), während der Streuquerschnitt annähernd unverändert bleibt [vgl. Gleichung (8a) und (8b)].

5. Die Entstehung eines Deuterons beim Zusammenstoß von zwei Protonen

Zum Schluß wollen wir kurz noch einen ganz anderen Mechanismus der Entstehung eines Deuterons betrachten, nämlich seine Entstehung beim Zusammenstoß zweier Protonen unter Umwandlung des einen Protons in ein Neutron (unter Emission eines Elektrons und eines Neutrinos).

Dieser Prozeß ist — wie wir wissen — neben anderen Prozessen von analogem ,,synthetischem" Charakter, d. h. neben Prozessen, die auf die Entstehung von komplizierten Elementen aus einfacheren hinauslaufen, von fundamentaler Bedeutung für die Evolution der Materie in den Sternen und für die mit dieser Evolution zusammenhängende Energieentwicklung.

Dieser Mechanismus unterscheidet sich von den bisher behandelten vor allen Dingen durch das Vorhandensein eines (COULOMB-)Potentialwalles, der die

[1]) Der Einfangquerschnitt nimmt bei der magnetischen Dipol-Wechselwirkung für $W \to 0$ wie $W^{-\frac{1}{2}}$ zu (*Anm. d. Red.*).

gegenseitige Annäherung der beiden Protonen erschwert. Wenn dieser Wall nicht vorhanden wäre, würde die paarweise Vereinigung der Protonen zu einem Deuteron mit kolossaler Geschwindigkeit vor sich gehen. In Wirklichkeit ist die Vorbedingung für eine derartige Vereinigung aber die Überwindung dieses Walles. Wenn wir dem Proton einen „Radius" von etwa $1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm zuschreiben (d. h., wenn wir annehmen, daß das Gebiet, in dem die COULOMB-Abstoßung größer ist als die Kernanziehung, bei $1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm anfängt), ergibt sich für die Höhe des Walles, der die Annäherung der beiden Protonen erschwert, ein Wert von 1 MeV. Tatsächlich kann dieser Wall durch den Tunneleffekt aber bei verhältnismäßig kleinen kinetischen Energien der zusammenstoßenden Protonen überwunden werden. Darüber hinaus sichert das COULOMB-Gesetz — wie in Abschn. 5, Kap. IV nachgewiesen wurde — die Möglichkeit der Tunnelannäherung der beiden Teilchen bei praktisch den gleichen kinetischen Energien bis zu $r = 0$, wenn man annimmt, daß sich der COULOMB-Wall bis zu der Entfernung erstreckt, bei der die COULOMB-Energie unendlich groß wird.

Die Wahrscheinlichkeit für eine derartige Annäherung wird mit hinreichender Genauigkeit durch die Gleichung

$$P = e^{-\frac{4\pi^2 e^2}{h v}} \tag{12}$$

ausgedrückt, wobei v die relative Geschwindigkeit der beiden Protonen in Richtung ihrer Verbindungslinie bei unendlich großem Abstand zwischen ihnen ist.

Bei der Berechnung des effektiven Querschnitts eines der Protonen mit Beziehung auf den Einfang des anderen unter Emission eines Beta-Teilchens muß man den gewöhnlichen Wert des Querschnitts, der die COULOMB-Abstoßung nicht berücksichtigt, mit dem Faktor nach Gleichung (12) multiplizieren. Ferner kann man bei der Berechnung des gewöhnlichen Querschnitts denselben Weg einschlagen wie bei der Berechnung des Querschnitts eines Protons mit Beziehung auf den Strahlungseinfang eines Neutrons, wenn man die Lichtemission durch die Emission eines Elektron-Neutrino-Paares ersetzt. Da dieser Prozeß weniger wahrscheinlich ist als die Lichtemission, ist der Gesamtquerschnitt für den Einfang eines Protons unter Betaemission selbst bei sehr großen Werten der relativen Geschwindigkeit v viel kleiner als für den Einfang des Neutrons unter Gammaemission[1]). Die Berücksichtigung des Faktors (12) führt zu einer weiteren Verringerung des effektiven Querschnitts. (Dieser ist also mindestens 10^{15}mal kleiner als der effektive Querschnitt für den Strahlungseinfang des Neutrons durch ein Proton.) Es ist daher ganz natürlich, daß dieser Prozeß bei unseren Verhältnissen auf der Erde nicht zu beobachten ist.

Unter Laboratoriumsbedingungen ist ein anderer Prozeß gut erforscht worden, nämlich die elastische Streuung zweier Protonen, die für die Klärung der Natur der

---

[1]) Die Lebensdauer eines angeregten Atoms mit Beziehung auf die Emission von sichtbarem Licht ist bekanntlich gleich 10^{-8} sec. In einem Kern mit einer Anregungsenergie von etwa 2 MeV verringert sich diese Lebensdauer auf ungefähr 10^{-14} sec. Die Lebensdauer für Beta-Umwandlung hat bei Entwicklung derselben Energie eine Größenordnung von 10^{-5} bis 10^{-6} sec, sie ist also 10^{8}mal so groß.

Kernkräfte von wesentlicher Bedeutung ist. Diese Frage kann übrigens nur bei sehr großen Energien der zusammenstoßenden Teilchen von einigen 10 MeV gelöst werden, wenn sich die Teilchen bis auf eine Entfernung nahekommen, die kleiner ist als die Reichweite dieser Kräfte. Wir wollen nicht auf die theoretische Behandlung der hierher gehörenden experimentellen Tatsachen eingehen; denn die Theorie ist in diesem Fall bedeutend komplizierter als die im vorstehenden behandelte Theorie der elastischen Streuung langsamer Neutronen an Protonen: erstens, weil wir hierbei Zusammenstöße mit einem von Null verschiedenen Drehimpuls betrachten müssen, und zweitens, weil die COULOMB-Kräfte, die ja mit der Entfernung nur langsam abnehmen, eine Reihe anderer Komplikationen verursachen, die mit der Form der Wellenfunktion ψ in größeren Entfernungen zusammenhängen.

Der Vergleich der Ergebnisse über die Rolle der Kernkräfte bei der elastischen Streuung von schnellen Protonen an Protonen mit den Ergebnissen über die Streuung von Neutronen führte zu der Schlußfolgerung, daß diese Kräfte in beiden Fällen nicht nur den gleichen Charakter haben, sondern auch annähernd von derselben Größe sind[1]).

[1]) Vgl. z. B. das Buch von BETHE und BACHER, S. 81, sowie die Arbeiten von Я. Смородинский ЖЭТФ. (J. SMORODINSKI. J. exp. theoret. Physik), **15**, 89 (1945) und **17**, 941 (1947), die ausführliche Hinweise auf frühere Untersuchungen enthalten.